СТРОИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И ИЗДЕЛИЯ. ТЕХНОЛОГИИ ПРОИЗВОДСТВА СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ. НАНОМАТЕРИАЛЫ И НАНОТЕХНОЛОГИИ

УДК 621.1.016.4

DOI: 10.22227/2305-5502.2018.3.3

Математическая модель тепломассопереноса в пористом теле

Т.А. Мусорина, М.Р. Петриченко

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ),
195251, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29*

АННОТАЦИЯ: Предмет исследования: тепловой поток сквозь ограждение. При взаимодействии ограждающей конструкции с внутренней и внешней средой здания происходит перенос теплоты за счет теплопроводности и за счет диффузии консервативной примеси (потоками воздуха, влаги и водяного пара). Перенос теплоты в ограждении зависит от распределения примеси (воды, водяного пара, воздуха).

Цели: определение влажности в стеновых конструкциях из материалов различной пористости, а также выявление зависимости распределения температуры и влажности от пористости в установившемся и в нестационарных режимах.

Материалы и методы: расчет влажностного режима включает нахождение распределения температуры по толщине ограждения при заданной температуре наружного воздуха и пористости материала. В основе математической модели используются предельные задачи классической теории переноса для квазилинейных уравнений.

Результаты: существует активная зона диффузии и теплопроводности вблизи поверхности ограждения с изменяющейся по времени температурой и/или концентрацией. Если толщина активной зоны диффузии или теплопроводности в пористой среде совпадают с действительной толщиной стенки, то нестационарный режим переноса теплоты и примеси охватывает всю стену. Это условие характерно для тонких (порядка нескольких сантиметров) слоев. Доказана возможность конденсации влаги в толще ограждения. Существование точек конденсации зависит от пористости материала стенового ограждения и от распределения температуры в стеновом ограждении. Простые расчеты позволяют определить активную зону теплопроводности и диффузии, разделяющие ограждение на область больших градиентов и на область малых (теоретически — нулевых) градиентов и потоков переносимых теплоты и примеси.

Выводы: в помещениях с высокой объемной концентрацией влаги должны предусматриваться технические решения по предотвращению проникновения влаги в толщу ограждения путем применения специальных покрытий и облицовок внутренних поверхностей. Максимальное изменение амплитуды колебаний температуры наблюдается в слое, прилегающем к поверхности со стороны периодического теплового воздействия. При достаточно высокой пористости испарение влаги происходит быстрее, чем при низкой пористости. В материале с низкой пористостью влага собирается в материале среды, из которой изготовлен слой стенового ограждения.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: гражданское строительство, здание, тепловой поток, потеря теплоты, пористость, теплопроводность, тепловлажностный режим, ограждающие конструкции

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Мусорина Т.А., Петриченко М.Р. Математическая модель тепломассопереноса в пористом теле // Строительство: наука и образование. 2018. Т. 8. Вып. 3. Ст. 3. DOI: 10.22227/2305-5502.2018.3.3

Mathematical model of heat and mass transfer in porous body

Tatyana A. Musorina, Mikhail R. Petrichenko

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (SPbPU),
29 Politechnicheskaya str., St. Petersburg, 195251, Russian Federation*

ABSTRACT: Scope of research: heat flow through the enclosure. When the enclosing structure interacts with the internal and external environment of the building, heat transfer takes place due to thermal conductivity and due to diffusion of the conservative components (air, moisture and water vapor). Heat transfer in the enclosure depends on the distribution of impurities (water, water vapor, air).

Purposes: determination of humidity in wall structures of materials of different porosity, as well as the identification of the dependence of the temperature and humidity distribution on porosity in steady-state and non-steady-state modes.

Materials and methods: calculation of the humidity conditions includes finding the temperature distribution along the thickness of the enclosure at a given outdoor air temperature and the porosity of the material. The mathematical model is based on the limit problems of the classical transport theory for quasilinear equations.

Results: there is an active diffusion and thermal conductivity zone near the enclosure surface with a time-varying temperature and/or concentration. If the thickness of the active zone of diffusion or thermal conductivity in a porous medium coincides with the actual wall thickness, then the non-steady-state mode of heat transfer and impurities covers the entire wall. This condition is typical for thin (about a few centimeters) layers. The possibility of moisture condensation in the thickness of the enclosure is proved. The existence of condensation points depends on the porosity of the wall envelope material and the temperature distribution in the wall envelope. Simple calculations will allow to determine the active zone of thermal conductivity and diffusion, dividing the enclosure into the area of large gradients and into the region of small (theoretically zero) gradients and fluxes of transported heat and impurities.

Conclusions: technical solutions to prevent the penetration of moisture into the enclosure through the use of special coatings and linings of internal surfaces should be provided in premises with a high volumetric concentration of moisture. The maximum change in the range of temperature is observed in the layer adjacent to the surface by periodic thermal effects. Evaporation of moisture occurs faster with a sufficiently high porosity than with low porosity. In a material with a low porosity, the moisture is collected in the material of the medium from which the layer of the wall envelope is made.

KEY WORDS: civil engineering, building, heat flow, heat loss, porosity, thermal conductivity, heat and humidity regime, enclosing structures

FOR CITATION: Musorina T.A., Petrichenko M.R. Matematicheskaya model' teplomassopere-nosa v poristom tele [Mathematical model of heat and mass transfer in porous body]. Stroitel'stvo: nauka i obrazovanie [Construction: Science and Education]. 2018, vol. 8, issue 3, paper 3. DOI: 10.22227/2305-5502.2018.3.3 (In Russian)

ВВЕДЕНИЕ

При выборе эффективных решений по теплозащитным свойствам ограждающих конструкций необходимо руководствоваться определенными требованиями: санитарно-гигиеническими, экономическими требованиями и задачами энергосбережения. Наружный воздух может инфильтроваться в помещения через щели, поры и неоднородности в наружных ограждениях, а также по каналам вентиляционных систем. Исходя из этого, необходимо избегать образования конденсата на внутренней поверхности стенового ограждения. Влажностный режим наружного ограждения тесно связан с теплотехническим режимом. С повышением влажности строительных материалов повышается и их теплопроводность, поэтому увлажненные ограждения будут иметь пониженные теплотехнические качества. В связи с тем, что конструкции намокают в помещении климат становится влажным. Конденсация влаги из внутреннего воздуха в большинстве случаев является основным источником поступления влаги в ограждения. Влага из воздуха может конденсироваться как на внутренней поверхности ограждения, так и в его толще. Перемещение влаги через ограждение происходит за счет разности парциальных давлений водяного пара, содержащегося во внутреннем и наружном воздухе. При наличии разности давления воздуха с одной и с другой стороны ограждения воздух может проникать в направлении от большего давления к меньшему [1–5].

Цель данной работы — определение влажности в стеновых конструкциях из материалов различной пористости, а также выявление зависимости распределения температуры и влажности от пористости в установившемся и нестационарных режимах.

Доказывается, что:

1. При постоянных коэффициентах переноса (теплопроводности λ и диффузии D) уравнение переноса влаги совпадает с уравнением Бернулли и линеаризуется стандартной инверсией. Уравнение же переноса теплоты остается линейным и допускает ограниченное решение.

2. Мгновенное распределение температуры определяется взаимной ориентацией потоков теплоты и влаги и соотношением коэффициентов переноса, диффузии D и температуропроводности (частное $D/a = \sigma/\sigma_D = L$ — число Льюиса).

3. Распространение теплоты и влаги локализовано на отрезке $x \in (0, \delta)$, определяющем размер активной зоны теплопроводности и диффузии. Мгновенная протяженность активной зоны диффузии консервативной примеси пропорциональна $(tD)^{1/2}$. Если пористое тело имеет конечную протяженность Δ (толщина пористой стенки), то при $\delta < \Delta$ нестационарный процесс переноса массы локализован, а при $\delta = \Delta$ охватывает всю толщу стеновой конструкции. Нестационарный перенос теплоты также локализован внутри температурного пограничного слоя или слоя тепловых колебаний.

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Распространение теплоты и влаги в пористом теле сопровождается конвективным переносом теплоты при фильтрации примеси. Предполагается, что примесь (влага) пассивна и консервативна и находится в жидкой или газовой фазах. Перенос примеси следует линейному градиентному закону. Конвекция влаги в пористой среде сопровождается переносом энтальпии и формированием температурного поля [6–9].

Ранее было сказано, что инфильтрация приводит к увеличению затрат тепла на отопление, так как часть тепла идет на нагревание инфильтрующегося воздуха. В целях уменьшения и наиболее точного учета этих затрат производят проверку соответствия ограждающих конструкций требованиям строительных норм по инфильтрации [10].

В работах [11–13] по результатам проведения многофакторного численного эксперимента решены уравнения регрессии для вычисления минимального значения температуры на внутренней поверхности ограждающей конструкции, состоящей из панелей вертикальной и горизонтальной разрезки. На основе данных численного эксперимента про-

дится анализ температурного поля системы «сэндвич-панель – каркас здания».

В статье [14] рассматривается линейная модельная задача о распространении температурной волны в стенке полого цилиндра при скачкообразном изменении температуры внутренней среды. Показан алгоритм расчета температурного поля численным методом с помощью явной конечно-разностной схемы повышенной точности в условиях цилиндрической симметрии при граничных условиях первого рода. В формальном плане эта задача не интересна, так как наверняка содержится в недрах задачников по математической физике.

Но приведены результаты вычисления глубины проникновения температурной волны по рассмотренному алгоритму в зависимости от времени с момента начала теплового воздействия и их сопоставление с существующими данными для одномерного случая с целью осуществления идентификации получаемой математической модели.

В публикации [15] установлено, что влагоперенос через внутреннюю поверхность стены практически нечувствителен к температурной зависимости изотермы сорбции и коэффициента влагопроводности. Поток влаги через наружную поверхность также нечувствителен к температурным зависимостям расчетных параметров, однако зависимость, рассчитанная с учетом температуры в изотерме сорбции, заметно отличается от зависимости без учета температуры, при этом положение максимума средне интегральной влажности смещается с ноября на декабрь. Из приведенного анализа следует, что учет температурной зависимости коэффициента влагопроводности не приводит к заметному изменению характеристик влагопереноса как на стадии удаления строительной влаги, так и в процессе дальнейшей эксплуатации.

В работе [16] реализована численная модель нестационарного теплового режима вентилируемого помещения на основе решения системы дифференциальных уравнений теплопроводности и теплообмена на поверхностях помещения. Показано принципиальное совпадение статистического распределения наружных температур и поведения температуры внутреннего воздуха по обоим сравниваемым вариантам. Отмечено, что метод Монте-Карло дает результаты, не отличимые с точки зрения инженерных потребностей от применения «типового года», и выявлена возможность практической реализации вероятностно-статистического принципа формирования климатических данных для некоторых расчетов, касающихся систем акклиматизации и теплового режима здания. Пористость обеспечивает изменение условий передачи энергии в материале.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Аппарат — одномерная постановка предельных задач.

1. Формулировка основных предельных задач.

Предельная задача для переноса влаги в параболической постановке формулируется для полуграниченной пористой среды $y > 0$ так:

$$n \frac{\partial \varphi}{\partial t} + u \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right), \quad t > 0, y > 0;$$

$$\varphi(0, y) - \varphi_0 = \varphi(t, 0) - \varphi_h = 0,$$

причем, в линейной теории скорость движения примеси сквозь пористую среду u , $u = -D \frac{\partial \varphi}{\partial x}$, где φ — объемная концентрация влаги, капельной или водяного пара; D — коэффициент диффузии примеси сквозь среду; $\varphi_{0,h}$ — предельные значения концентрации, начальная и граничная; n — коэффициент пористости материала, $0 < n < 1$.

Пусть D — постоянный параметр. Тогда эту предельную задачу стандартной подстановкой $\zeta := \frac{y}{2\sqrt{tD}}$, $\zeta > 0$, $\varphi(t, y) = \varphi(\zeta)$, можно превратить в предельную задачу для ОДУ:

$$\frac{d^2 \varphi}{d\zeta^2} + \left(\frac{d\varphi}{d\zeta} \right)^2 + 2\zeta n \frac{d\varphi}{d\zeta} = 0,$$

$$\varphi(0) - \varphi_h = \varphi(\infty) - \varphi_0 = 0.$$

Полученное уравнение допускает понижение порядка [17–20].

Пусть

$$d\varphi / d\zeta := j(\zeta) \rightarrow \frac{dj}{d\zeta} + j^2 + 2n\zeta j = 0.$$

Это уравнение Бернулли, линеаризуемое стандартной подстановкой $1/j := h$:

$$dh / d\zeta - 2n\zeta h = 1 \rightarrow h(\zeta) =$$

$$= C \exp(n\zeta^2) + \exp(n\zeta^2) \int_0^\zeta \exp(-ns^2) ds,$$

$$j(\zeta) = \frac{\exp(-n\zeta^2)}{C + \int_0^\zeta \exp(-ns^2) ds},$$

C — интеграционная постоянная. Тогда повторное интегрирование приводит к общему решению уравнения диффузии:

$$\varphi(\zeta) = \varphi_h + \int_0^\zeta \frac{\exp(-ns^2) ds}{C + \int_0^s \exp(-nt^2) dt} =$$

$$= \varphi_h + \ln(1 + C^{-1}F(\zeta)),$$

$$F(\zeta) := \int_0^{\zeta} \exp(-ns^2) ds = \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf}(\sqrt{n}\zeta).$$

Пусть $\zeta = \infty$, $\varphi = \varphi_0$. Из общего решения получается:

$$\begin{aligned} \varphi_c - \varphi_h &= \ln \left(1 + \sqrt{\frac{\pi}{n}} C^{-1} / 2 \right) \rightarrow \\ &\rightarrow \sqrt{\frac{\pi}{n}} C^{-1} / 2 = \exp(\varphi_0 - \varphi_h) - 1. \end{aligned}$$

Окончательно:

$$\begin{aligned} \varphi(\zeta) - \varphi_h &= \\ &= \ln \left(\operatorname{erfc}(\sqrt{n}\zeta) + \exp(\varphi_0 - \varphi_h) \operatorname{erf}(\sqrt{n}\zeta) \right). \end{aligned}$$

Из этой формулы получаем, что для «плотного» материала, (кирпич) $n \ll 1$,

$$\begin{aligned} \varphi - \varphi_h &= \\ &= \ln \left(1 - \sqrt{n}\zeta + \exp(\varphi_0 - \varphi_h) \sqrt{n}\zeta \right) = \\ &\doteq 1 + \sqrt{n}\zeta (\exp(\varphi_0 - \varphi_h) - 1), \end{aligned}$$

т.е. концентрация примеси в «плотном» материале распределена по линейному закону [21–25].

Если же $\varphi_0 < \varphi_h$, то распределение влажности принимает вид:

$$\begin{aligned} \varphi_h - \varphi &= \\ &= \ln \frac{1}{1 - (1 - \exp(-(\varphi_h - \varphi_0)) \operatorname{erf}\zeta)} = \\ &= \ln \frac{1}{\operatorname{erfc}\sqrt{n}\zeta + \exp(-(\varphi_h - \varphi_0) \operatorname{erf}\sqrt{n}\zeta)}. \end{aligned}$$

Полезным распределением служит так называемый «потенциал влажности», определяемый как отображение $\Phi : (\zeta : 0 < \zeta < \infty) \rightarrow (0, 1)$:

$$\begin{aligned} \Phi(\zeta) &:= \frac{\varphi - \varphi_h}{\varphi_0 - \varphi_h} = \\ &= \frac{\ln \left(\operatorname{erfc}\sqrt{n}\zeta + \exp(-(\varphi_0 - \varphi_h)) \operatorname{erf}\sqrt{n}\zeta \right)}{\varphi_0 - \varphi_h}, \\ \Phi(0) &= \Phi(\infty) - 1 = 0, \varphi_0 > \varphi_h, \end{aligned}$$

либо, если $\varphi_h > \varphi > \varphi_0$:

$$\begin{aligned} \Phi(\zeta) &:= \frac{\varphi_h - \varphi}{\varphi_h - \varphi_0} = \\ &= \frac{1}{\varphi_h - \varphi_0} \ln \frac{1}{\operatorname{erfc}\sqrt{n}\zeta + \exp(-(\varphi_0 - \varphi_h)) \operatorname{erf}\sqrt{n}\zeta}, \end{aligned}$$

с такой же нормировкой $\Phi(\zeta)$, $\Phi(0) = \Phi(1) - 1 = 0$ [25–29].

Величина скорости переноса примеси пропорциональна величине дериватива: $j(\zeta) = d\varphi/d\zeta$. Имеем:

$$j(\zeta) = \frac{2\sqrt{n}}{\sqrt{\pi}} \frac{\exp(-\sqrt{n}\zeta^2) (\exp(\varphi_0 - \varphi_h) - 1)}{\operatorname{erfc}\sqrt{n}\zeta + \exp(\varphi_0 - \varphi_h) \operatorname{erf}\sqrt{n}\zeta},$$

$$j(0) = \frac{2\sqrt{n}}{\sqrt{\pi}} (\exp(\varphi_0 - \varphi_h) - 1) \geq 0.$$

Величина «толщины вытеснения»:

$$\begin{aligned} \delta_\varphi &:= \int_0^\infty (1 - \Phi) d\zeta = \\ &= \int_0^\infty \left(1 - \frac{\ln \left(\operatorname{erfc}\sqrt{n}\zeta + \exp(\Delta\varphi) \operatorname{erf}\sqrt{n}\zeta \right)}{\varphi_0 - \varphi_h} \right) d\zeta \end{aligned}$$

определяет безразмерную протяженность активной зоны фильтрации, или «толщину вытеснения» для фильтрационного пограничного слоя, формируемого вблизи грани $x = 0$ пористого тела. В этой области величина фильтрационного потока конечна, правее этой области фильтрационные потоки малы (см. рис. 1).

Пусть за время T_φ толщина активной зоны фильтрации совпадает с толщиной δ стенки, занятой пористой средой, и тогда за промежуток времени $0 < t < T_\varphi$ распределение концентрации стабилизируется. Тогда:

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{2\sqrt{T_\varphi D}} &= \varphi_0 - \varphi_h, \\ T_\varphi &= \frac{\delta^2}{4D(\varphi_0 - \varphi_h)^2}. \end{aligned}$$

2. Распределение концентрации в пористой среде можно описать в сопряженной постановке, рассматривая грань $y = 0$ как плоскость контакта. На плоскости контакта концентрация φ неизвестна и определяется по заданным начальным распределениям концентрации, например, так:

$$\varphi(0, y) = \varphi_0, y > 0; \varphi(0, y) = \varphi_h, y < 0.$$

Установление объемной концентрации φ пассивной примеси показано на графике (рис. 2). По оси абсцисс отложено время. При шаге 0,01 (на поверхности стены) показана зависимость объемной концентрации от времени для разных значений пористости материала.

При пористости 0,1 и разной глубине X получим график зависимости влажности от времени $t \in (0; 1000)$. Время задано в секундах.

Для сравнения рассмотрим аналогичный график, только при разной пористости с глубиной $X = 0,05$ м (рис. 3).

Итак, при достаточно высокой пористости $n = 0,8$ испарение влаги происходит быстрее, чем при пористости 0,1. В материале с низкой пористо-

Рис. 1. ζ от влажности ϕ при разной пористости n

Рис. 2. График зависимости влажности от времени при пористости 0,1

Рис. 3. Распределение концентрации на глубине 5 см по времени для различных значений пористости среды

стью влага аккумулируется в материале среды, из которой изготовлен слой стены.

На рис. 4 представлена сумма предыдущих графиков, на котором указана зависимость влажности от времени.

Распределение концентрации в пространстве $-\infty < y < \infty$ в предположении постоянства коэффициента диффузии вдоль оси $t = 0$ имеет вид:

$$\varphi - \varphi_h = \ln \left(1 + \frac{\exp(\Delta\varphi) - 1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\zeta} \exp(-t^2) dt \right).$$

Используя эту зависимость, построен график зависимости влажности от безразмерной координаты ζ (рис. 5).

Рис. 4. График зависимости влажности от времени при разной пористости на разных глубинах от плоскости $x = 0$

Рис. 5. Зависимость ζ от влажности при разной глубине

Из графика (рис. 5) следует, что в начальные моменты времени (большие значения ζ) концентрация на всех глубинах одна и та же и близка к начальной концентрации.

Очевидно:

$$j(\zeta) = 2(\exp(\varphi_0 - \varphi_h)) \sqrt{\frac{n}{\pi}} \frac{\exp(-\sqrt{n}\zeta^2)}{1 + \operatorname{erf}(\sqrt{n}\zeta)},$$

и плотность потока концентрации на поверхности среды составит:

$$j_w := j(0) = 2(\exp(\varphi_0 - \varphi_h) - 1) \sqrt{\frac{n}{\pi}} \rightarrow +0.$$

Формально вводим диффузионное число Био:

$$B := 2(\exp(\varphi_0 - \varphi_h) - 1) \sqrt{\frac{n}{\pi}} / (\varphi_0 - \varphi_h) \leq 2\sqrt{n/\pi}.$$

3. Температурное поле влажной пористой среды описывается предельной задачей для уравнения переноса теплоты:

$$\rho C \left(n \frac{\partial T}{\partial t} - D \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad t > 0, x > 0;$$

$$T(0, x) - T_h = T(t, 0) - T_0.$$

Здесь n — коэффициент пористости среды; $0 < n < 1$, $\lambda = n\lambda_f + (1-n)\lambda_s$ — эффективный коэффициент теплопроводности пористой среды. Точно также рассчитывается объемная теплоемкость $\rho C_p := C = nC_f + (1-n)C_s$. Обозначив $L := \sigma/\sigma_D$,

и переходя к переменной ζ из пункта 1.1, $\zeta = \frac{y}{2\sqrt{tD}}$, получим:

$$\frac{d}{d\zeta} \ln \frac{dT}{d\zeta} + L \left(2\zeta n + \frac{d\varphi}{d\zeta} \right) = 0,$$

$$T(0) - T_h = T(\infty) - T_0 = 0.$$

Легко рассчитать градиент температуры:

$$dT/d\zeta := \dot{q} = C \exp(-nL\zeta^2 - L(\varphi - \varphi_h)).$$

Пусть распределение концентрации в пористой среде однородное $\varphi_h = \varphi = \varphi_0$. Тогда, в отсутствии потоков примеси, распределение теплового потока в пористой среде имеет вид:

$$\dot{q}_0 = C \exp(-nL\zeta^2).$$

В общем случае величина теплового потока в пористой среде с диффузией массы определяется распределением концентрации. Если $0 < \varphi_h < \varphi < \varphi_0$, то поток массы направлен навстречу тепловому потоку и тепловой поток, при неизменных прочих условиях не превосходит q_0 . И наоборот, если $0 < \varphi_0 < \varphi < \varphi_h$ (поток массы и поток теплоты направлены в одну сторону), то тепловой поток не меньше q_0 .

Решение этой предельной задачи есть:

$$\vartheta = \frac{T_h - T}{T_0 - T_0} = \frac{\int_0^\zeta \exp(-L(nz^2 + \varphi(z) - \varphi_h)) dz}{\int_0^\infty \exp(-L(nz^2 + \varphi(z) - \varphi_h)) dz};$$

или, с учетом выражения для φ :

$$\vartheta = \frac{T_h - T}{T_h - T_0} = \frac{\int_0^{\zeta} \exp(-nLz^2) / \left(\operatorname{erfc} \sqrt{n}\zeta + (\exp \Delta\varphi) \operatorname{erf} \sqrt{n}\zeta \right)^L dz}{\int_0^{\infty} \exp(-nLz^2) / \left(\operatorname{erfc} \sqrt{n}\zeta + \exp(\Delta\varphi) \operatorname{erf} \sqrt{n}\zeta \right)^L dz}.$$

Величина $\vartheta = \vartheta(\zeta)$ удобна, поскольку отображает полуограниченный промежуток $(0 < \zeta < \infty)$ на единичный отрезок $(0 < \vartheta < 1)$. Интерес представляют предельные случаи. Например, если $n \ll 1$ или $L \ll 1$, то распределение температуры в пористой среде, одновременно плотной и с малым коэффициентом диффузии «примерно» такое же, как и в твердом теле:

$$\vartheta = \operatorname{erf}(L\sqrt{n}\zeta),$$

и, далее

$$\dot{q} = 2\sqrt{nL} \exp(-Ln\zeta).$$

Пусть, далее, $n \ll 1$. Тогда в плотной среде с конечным числом Льюиса:

$$\begin{aligned} \vartheta(\zeta) &= \frac{\int_0^{\zeta} \exp((-L(\varphi - \varphi_h))) dz}{\int_0^{\infty} \exp(-L(\varphi - \varphi_h)) d\zeta}, \\ \dot{q}(\zeta) &= \frac{\exp(-L(\varphi - \varphi_h))}{\int_0^{\infty} \exp(-L(\varphi - \varphi_h)) d\zeta} \leq \\ &\leq \frac{1}{\int_0^{\infty} \exp(-L(\varphi - \varphi_h)) d\zeta} = \dot{q}_w. \end{aligned}$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Стационарный перенос теплоты и примеси

Стационарная теплопередача — передача тепла, при которой температура и тепловой поток не изменяются во времени и по направлению. Как показано в предыдущем пункте, если толщина активной зоны диффузии или теплопроводности в пористой среде совпадают с действительной толщиной стенки, то нестационарный режим завершается.

В стационарном режиме уравнения переноса примеси и теплоты имеют вид:

$$\begin{aligned} -D \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 &= \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right), \\ -D \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) &= \frac{\partial}{\partial y} \left(a \frac{\partial T}{\partial y} \right), \end{aligned}$$

причем:

$$\begin{aligned} D(\varphi) &= D(T) = (y : 0 < y < 1), \\ \varphi(0) - \varphi_h &= \varphi(1) - \varphi_c = \\ &= T(0) - T_h = T(1) - T_c = 0. \end{aligned}$$

Пусть, в общем случае, коэффициент диффузии $D = D(y) > 0$. Тогда дифференциальное уравнение диффузии принимает вид:

$$\begin{aligned} D \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + D' \frac{\partial \varphi}{\partial y} + D \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 &= 0, D' := \frac{\partial D}{\partial y}, \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial \ln D}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 &= 0. \end{aligned}$$

Понижение порядка $h := \partial y / \partial \varphi$ понижает порядок и линеаризует уравнение диффузии: $\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial \ln D}{\partial y} h = 1$, откуда сразу получается первый интеграл:

$$j := \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{1}{cD + D \int_0^y \frac{dz}{D(z)}}.$$

Значит,

$$\varphi(y) - \varphi_h = \int_0^y \frac{dz}{cD + D \int_0^z \frac{ds}{D(s)}}.$$

Например, пусть $D = \text{const}$. Тогда:

$$\begin{aligned} \varphi - \varphi_p &= \ln(1 + ay), \\ a &:= 1 / (cD) = \exp(\varphi_c - \varphi_h) - 1, \\ \varphi - \varphi_p &= \ln(1 + (\exp(\varphi_c - \varphi_h) - 1)y), \end{aligned}$$

и для величины градиента влажности получим:

$$\begin{aligned} j &= \frac{\exp(\varphi_c - \varphi_h) - 1}{1 + (\exp(\varphi_c - \varphi_h) - 1)y}, \\ (-Dj) &= -D \frac{\exp(\varphi_c - \varphi_h) - 1}{1 + (\exp(\varphi_c - \varphi_h) - 1)y}, \\ \operatorname{sgn}(-Dj) &= -1, \varphi_c > \varphi_h; \\ \operatorname{sgn}(-Dj) &= +1, \varphi_c < \varphi_h. \end{aligned}$$

Иначе, если считать, что $T_h > T_c$, т.е. $\operatorname{sgn}(q) = +1$, то поток массы и тепловой поток находятся в противотоке, если $\varphi_c > \varphi_h$ и в прямотоке, если выполняется противоположное неравенство.

Предельная задача для уравнения стационарной теплопроводности имеет вид:

$$\frac{d}{dy} \left(f(y) \frac{dT}{dy} \right) + Lj \frac{dT}{dy} = 0,$$

$$f(y) = \frac{a}{a_0}, L = \frac{D}{a_0} \equiv \frac{\sigma_D}{\sigma},$$

$$T(0) - T_h = T(1) - T_c = 0.$$

Пусть $f = 1$ — однородная стенка. Тогда решение есть:

$$\frac{T_h - T}{T_h - T_c} = \frac{\int_0^y \exp \left(-L \int_0^z j(s) ds \right) dz}{\int_0^1 \exp \left(-L \int_0^z j(s) ds \right) dz}.$$

Из полученного выражения следует, что при уменьшении числа L , т.е. с увеличением диффузионного числа Прандтля σ_D , распределение температуры приближается к линейному, т.е. к распределению с постоянным градиентом температуры поперек стены. Наоборот, если $L \gg 1$, то температура быстро убывает от значения $T = T_h$ при малых

значениях координаты y (т.е. внутри активной зоны теплопроводности) до T_c за пределами этого слоя, т.е. изменяется таким образом, как если бы вблизи горячей грани располагался слой утеплителя.

ВЫВОДЫ

В помещениях с высокой объемной концентрацией влаги должны предусматриваться технические решения по предотвращению проникновения влаги в толщу ограждения путем применения специальных покрытий и облицовок внутренних поверхностей. Максимальное изменение амплитуды колебаний температуры наблюдается в слое, прилегающем к поверхности со стороны периодического теплового воздействия.

При достаточно высокой пористости испарение влаги происходит быстрее, чем при низкой пористости. В материале с низкой пористостью влага собирается в материале среды, из которой изготовлен слой стенового ограждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петриченко М.Р. Расщепляющие разложения в предельных задачах для обыкновенных квазилинейных дифференциальных уравнений // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки. 2012. Т. 2. № 146. С. 143–149.
2. Ведищева Ю.С., Ананьин М.Ю., Ал Али М., Ватин Н.И. Влияние теплопроводных включений на надежность системы «сэндвич-панель – каркас здания» // Инженерно-строительный журнал. 2018. № 2 (78). С. 116–127. DOI: 10.18720/MCE.78.9.
3. Гагарин В.Г., Козлов В.В. О нормировании теплозащиты и требованиях расхода энергии на отопление и вентиляцию в проекте актуализированной редакции СНиП «Тепловая защита зданий» // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Сер. : Строительство и архитектура. 2013. Вып. 31 (50). Ч. 2. С. 468–474.
4. Campanale M., Moro L. Autoclaved aerated concrete: Experimental evaluation of its thermal properties at high temperatures // High Temperatures-High Pressures. 2015. No. 44 (5). Pp. 369–382.
5. Низовцев М.И., Терехов В.И., Яковлев В.В. Теплопроводность газобетона повышенной влажности // Известия вузов. Строительство. 2004. № 9. С. 36–38.
6. Rubene S., Vilnitis M. Impact of porous structure of the AAC material on moisture distribution throughout the cross section of the AAC masonry blocks // WSEAS Transactions on Heat and Mass Transfer. 2016. Vol. 11. Pp. 13–20.
7. Dama A., Angeli D., Kalyanova Larsen O. Naturally ventilated double-skin façade in modeling and experiments // Energy and Buildings. 2017. Vol. 144. Pp. 17–29. DOI: 10.1016/j.enbuild.2017.03.038.
8. Korniyenko S.V. The experimental analysis and calculative assessment of building energy efficiency // Applied Mechanics and Materials. 2014. Vol. 618. Pp. 509–513. DOI: 10.4028/www.scientific.net/amm.618.509.
9. Korniyenko S. Complex analysis of energy efficiency in operated high-rise residential building: Case study // E3S Web of Conferences. 2018. Vol. 33. Pp. 02005. DOI: 10.1051/e3sconf/20183302005.
10. Borodinecs A., Zemitis J., Sorokins J., Baranova D.V., Sovetnikov D.O. Renovation need for apartment buildings in Latvia // Magazine of Civil Engineering. 2017. Vol. 68. Issue 8. Pp. 58–64. DOI: 10.5862/mce.68.6.
11. Vatin N., Petrichenko M., Nemova D. Hydraulic methods for calculation of system of rear ventilated facades // Applied Mechanics and Materials. 2014. Vol. 633–634. Pp. 1007–1012. DOI: 10.4028/www.scientific.net/amm.633-634.1007.
12. Petrichenko M., Vatin N., Nemova D., Kharikov N., Korsun A. Numerical modeling of thermogravitational convection in air gap of system of rear ventilated facades // Applied Mechanics and Materials. 2014.

Vol. 672–674. Pp. 1903–1908. DOI:10.4028/www.scientific.net/amm.672-674.1903.

13. Платонова М.А., Ватин Н.И., Немова Д.В., Матошкина С.А., Иотти Д., Того И. Влияние воздухоизоляционного состава на теплотехнические характеристики ограждающих конструкций // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2014. № 4 (19). С. 83–95.

14. Самарин О.Д. Распространение температурных волн в пустотелом толстостенном цилиндре // Инженерно-строительный журнал. 2018. № 2 (78). С. 161–168. DOI: 10.18720/MCE.78.13.

15. Жуков А.В., Цветков Н.А., Хуторной А.Н., Толстых А.В. Влияние температурной зависимости изотермы сорбции и коэффициента влагопроводности на влагоперенос в стене из газобетона // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. № 6 (117). С. 729–739. DOI: 10.22227/1997-0935.2018.6.729-739.

16. Самарин О.Д. Вероятностно-статистическое моделирование годового хода температуры наружного воздуха и ее значений в теплый период // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. № 3 (114). С. 378–384. DOI: 10.22227/1997-0935.2018.3.378-384.

17. Петриченко М.Р., Петриченко Р.М., Канищев А.Б., Шабанов А.Ю. Трение и теплопередача в поршневых кольцах двигателей внутреннего сгорания. Л. : Ленинградский государственный технический университет, 1990. 248 с.

18. Петриченко М.Р., Харьков Н.С. Гидравлические потери на основном участке цилиндрического канала при малой интенсивности закрутки // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. 2008. № 4 (63). С. 237–242.

19. Barreira E., de Freitas V.P. Evaluation of building materials using infrared thermography // Construction and Building Materials. 2007. Vol. 21. Issue 1. Pp. 218–224. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2005.06.049.

20. Vasilyev G.P., Lichman V.A., Peskov N.V., Brodach M.M., Tabunshchikov Y.A., Kolesova M.V. Simulation of heat and moisture transfer in a multiplex structure // Energy and Buildings. 2015. Vol. 86. Pp. 803–807. DOI: 10.1016/j.enbuild.2014.10.077.

21. Kaklauskas A., Rute J., Zavadskas E.K., Daniunas A., Pruskus V., Bivainis J. et al. Passive house model for quantitative and qualitative analyses and its intelligent system // Energy and Buildings. 2012. Vol. 50. Pp. 7–18. DOI: 10.1016/j.enbuild.2012.03.008.

22. Parasonis J., Keizikas A. Increasing energy efficiency of the translucent enclosure walls of a building // Procedia Engineering. 2013. Vol. 57. Pp. 869–875. DOI: 10.1016/j.proeng.2013.04.110.

23. Musorina T., Olshevskiy V., Ostrovaia A., Stasenko E. Experimental Assessment of Moisture Transfer in the Vertical Ventilated Channel // MATEC Web of Conferences. 2016. Vol. 73, p. 02002. DOI: 10.1051/mateconf/20167302002.

24. Gamayunova O., Musorina T., Ishkov A. Humidity Distributions in Multilayered Walls of High-rise Buildings // E3S Web of Conferences. 2018. Vol. 33, p. 02045. DOI: 10.1051/e3sconf/20183302045.

25. Ватин Н.И., Куколев М.И. Тепловые накопители в строительстве: учет применения нескольких теплоаккумулирующих материалов // Инженерные системы. АВОК — Северо-Запад. 2016. № 1. С. 50–51.

26. Богословский В.Н. Тепловой режим здания. М. : Стройиздат, 1979. 248 с.

Поступила в редакцию 18 июля 2018 г.

Принята в доработанном виде 3 августа 2018 г.

Одобрена для публикации 27 августа 2018 г.

ОБ АВТОРАХ: Мусорина Татьяна Александровна — аспирант кафедры гидравлики и прочности, Инженерно-строительный институт, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ), 195251, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29, tamusorina@mail.ru;

Петриченко Михаил Романович — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой гидравлики и прочности, Инженерно-строительный институт, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ), 195251, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29, fonpetrich@mail.ru.

INTRODUCTION

When choosing effective solutions for the thermal properties of enclosing structures, it is necessary to be guided by certain requirements: sanitary-hygienic, economic requirements and energy-saving tasks. Outdoor air can be infiltrated into the premises through the cracks, pores and irregularities in the outer enclosures, as well as through the channels of ventilation systems. From the above, it is necessary to avoid the formation of condensate on the internal surface of the wall envelope. Humidity conditions of the outdoor enclosures are closely associated with heat engineering regime. As the humidity of building materials rises, its thermal conductivity also increases, so moistened enclosures will have lower heat engineering qualities. Due to the fact that the structures get wet in the room, the climate becomes humid. Condensation of moisture from the outdoor air in most cases is the main source of moisture in the enclosures. Moisture from the air can condense both on the internal surface of the enclosure and in its thickness. Movement of moisture through the enclosure is due to the difference in partial pressures of water vapor contained in the indoor and outdoor air. If there is a difference in air pressure on one side and on the other side of the enclosure, air can penetrate in the direction from higher to lower pressure [1–5].

The purpose of this work is to determine the humidity in wall structures made of materials of different porosity, as well as to identify the dependence of the temperature and humidity distribution on porosity in steady — state and non-steady — state modes.

It is proved that:

1. With constant transfer coefficients, the moisture transfer equation (thermal conductivity λ , and diffusion, D) coincides with the Bernoulli equation and is linearized by standard inversion. The heat transfer equation remains linear and allows a limited solution.

- 2) The instantaneous temperature distribution is determined by the mutual orientation of the heat and moisture flows and the ratio of the transfer coefficients, diffusion D and thermal conductivity (quotient $D/a = \sigma/\sigma_D = L$ — Lewis number).

- 3) The propagation of heat and moisture is localized on the segment $x \in (0, \delta)$, which determines the size of the core of thermal conductivity and diffusion. The instantaneous extent of the active zone of diffusion of a conservative components is proportional $(tD)^{1/2}$. If the porous body has a finite length Δ (thickness of the porous wall), then at $\delta < \Delta$ the nonstationary process of mass transfer is localized, and at $\delta = \Delta$ it covers the entire thickness of the wall structure. Non-stationary heat transfer is also localized within a temperature boundary layer or a layer of thermal vibrations.

BACKGROUND PAPER

The propagation of heat and moisture in the porous body is accompanied by a convective heat transfer during the filtration of the impurities. It is assumed that the impurity (moisture) is passive and conservative and is in the liquid or gas phases. The impurity transfer follows a linear gradient law. Convection of moisture in a porous medium is accompanied by the transfer of enthalpy and the formation of a heat flow pattern [6–9].

Earlier it was said that infiltration leads to an increase in the cost of heat for heating, as part of the heat goes to the heating of the infiltrating air. In order to reduce and most accurately account for these costs, the compliance of the enclosing structures with the requirements of building norms for infiltration is checked [10].

In papers [11–13], based on the results of a multifactorial numerical experiment, regression equations were solved to calculate the minimum value of temperature on the internal surface of the enclosing structure, consisting of vertical and horizontal cutting panels. Based on the data of a numerical experiment, an analysis is made of the heat flow pattern of the “sandwich panel – building framework” system.

Article [14] deals with the linear model problem of the propagation of a temperature wave in the wall of a hollow cylinder with a sudden change in the temperature of the internal medium. An algorithm for calculating the heat flow pattern by a numerical method is shown using an explicit finite-difference scheme of increased accuracy under conditions of cylindrical symmetry under boundary conditions of the first kind. In formal terms, this problem is not interesting, as certainly contained in the depths of the problem books in mathematical physics.

However the results of calculating the penetration depth of the temperature wave according to the considered algorithm are given as a function of time from the moment of the beginning of the thermal action and their comparison with the existing data for the one-dimensional case for realizing the identification of the obtained mathematical model.

It is established in the publication [15] that moisture transfer through the inner wall surface is practically insensitive to the temperature dependence of the sorption isotherm and the moisture conductivity coefficient. The flow of moisture through the outer surface is also insensitive to the temperature dependence of the design parameters. However, the dependence calculated taking into account the temperature in the sorption isotherm differs markedly from the dependence without taking into account the temperature, and the position of the maximum of the average integral humidity shifts from November to December. It follows from the

above analysis that taking into account the temperature dependence of the moisture conductivity coefficient does not lead to a perceptible change in the characteristics of moisture transfer both at the stage of removal of construction moisture and in the process of further operation.

A numerical model of the non-stationary thermal regime of a ventilated premise is realized in work [16] on the basis of solving a system of differential equations of heat conductivity and heat transfer on the surfaces of a premise. The principal coincidence of the statistical distribution of outdoor temperatures and the behavior of the internal air temperature is shown for both of the compared options. It is noted that the Monte Carlo method gives results that are indistinguishable from the point of view of engineering needs from the application of the “model year” and the possibility of practical implementation of the probabilistic and statistical principle of formation of climatic data for some calculations relating to acclimatization systems and thermal conditions of the building is revealed. Porosity provides a change in the conditions of energy transfer in the material.

MATERIALS AND METHODS

The apparatus is a one-dimensional statement of the limiting problems.

1. Formulation of the basic limiting problems.

The limiting problem for moisture transfer in a parabolic formulation is formulated for a semi-infinite porous medium $y > 0$ as follows:

$$n \frac{\partial \varphi}{\partial t} + u \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right), \quad t > 0, y > 0;$$

$$\varphi(0, y) - \varphi_0 = \varphi(t, 0) - \varphi_h = 0,$$

and, in the linear theory, the velocity of the impurity through a porous medium u , $u = -D \frac{\partial \varphi}{\partial x}$, where

φ — volume concentration of moisture, drip or water vapor; D — component diffusion coefficient through medium; $\varphi_{0,h}$ — limit values of concentration, initial and boundary; n — coefficient of porosity of the material, $0 < n < 1$.

Suppose D is a constant parameter. Then this limiting problem $\zeta := \frac{y}{2\sqrt{tD}}$, $\zeta > 0$, $\varphi(t, y) = \varphi(\zeta)$, can be transformed into the limiting problem for approximate permissible level by standard substitution:

$$\frac{d^2 \varphi}{d\zeta^2} + \left(\frac{d\varphi}{d\zeta} \right)^2 + 2\zeta n \frac{d\varphi}{d\zeta} = 0,$$

$$\varphi(0) - \varphi_h = \varphi(\infty) - \varphi_0 = 0.$$

The resulting equation allows a decrease in the order of [17–20].

Suppose

$$d\varphi / d\zeta := j(\zeta) \rightarrow \frac{dj}{d\zeta} + j^2 + 2n\zeta j = 0.$$

This is the Bernoulli equation, linearized by a standard substitution $1/j := h$:

$$\begin{aligned} dh / d\zeta - 2n\zeta h &= 1 \rightarrow h(\zeta) = \\ &= C \exp(n\zeta^2) + \exp(n\zeta^2) \int_0^\zeta \exp(-ns^2) ds, \\ j(\zeta) &= \frac{\exp(-n\zeta^2)}{C + \int_0^\zeta \exp(-ns^2) ds}, \end{aligned}$$

C is an integration constant. Then the repeated integration leads to the general solution of the diffusion equation:

$$\begin{aligned} \varphi(\zeta) &= \varphi_h + \int_0^\zeta \frac{\exp(-ns^2) ds}{C + \int_0^s \exp(-nt^2) dt} = \\ &= \varphi_h + \ln(1 + C^{-1} F(\zeta)), \\ F(\zeta) &:= \int_0^\zeta \exp(-ns^2) ds = \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf}(\sqrt{n}\zeta). \end{aligned}$$

If $\zeta = \infty$, $\varphi = \varphi_0$. From the general solution we obtain:

$$\begin{aligned} \varphi_c - \varphi_h &= \ln \left(1 + \sqrt{\frac{\pi}{n}} C^{-1} / 2 \right) \rightarrow \\ &\rightarrow \sqrt{\frac{\pi}{n}} C^{-1} / 2 = \exp(\varphi_0 - \varphi_h) - 1. \end{aligned}$$

Finally:

$$\begin{aligned} \varphi(\zeta) - \varphi_h &= \\ &= \ln \left(\operatorname{erfc}(\sqrt{n}\zeta) + \exp(\varphi_0 - \varphi_h) \operatorname{erf}(\sqrt{n}\zeta) \right). \end{aligned}$$

From this formula we obtain that for a “dense” material, (brick) $n \ll 1$,

$$\begin{aligned} \varphi - \varphi_h &= \\ &= \ln \left(1 - \sqrt{n}\zeta + \exp(\varphi_0 - \varphi_h) \sqrt{n}\zeta \right) \doteq \\ &= 1 + \sqrt{n}\zeta (\exp(\varphi_0 - \varphi_h) - 1), \end{aligned}$$

so the impurity concentration in the “dense” material is distributed linearly [21–25].

But if $\varphi_0 < \varphi_h$, then the distribution of humidity takes the form:

$$\begin{aligned} \varphi_h - \varphi &= \\ &= \ln \frac{1}{1 - (1 - \exp(-(\varphi_h - \varphi_0)) \operatorname{erf} \zeta)} = \\ &= \ln \frac{1}{\operatorname{erfc} \sqrt{n}\zeta + \exp(-(\varphi_h - \varphi_0) \operatorname{erf} \sqrt{n}\zeta)}. \end{aligned}$$

A useful distribution is the so-called “moisture potential”, defined as a display $\Phi : (\zeta : 0 < \zeta < \infty) \rightarrow (0, 1)$:

$$\Phi(\zeta) := \frac{\varphi - \varphi_h}{\varphi_0 - \varphi_h} = \frac{\ln(\operatorname{erfc}\sqrt{n}\zeta + \exp(-(\varphi_0 - \varphi_h))\operatorname{erf}\sqrt{n}\zeta)}{\varphi_0 - \varphi_h},$$

$$\Phi(0) = \Phi(\infty) - 1 = 0, \varphi_0 > \varphi_h,$$

or, if $\varphi_h > \varphi > \varphi_0$:

$$\Phi(\zeta) := \frac{\varphi_h - \varphi}{\varphi_h - \varphi_0} = \frac{1}{\varphi_h - \varphi_0} \ln \frac{1}{\operatorname{erfc}\sqrt{n}\zeta + \exp(-(\varphi_0 - \varphi_h))\operatorname{erf}\sqrt{n}\zeta},$$

with the same normalization $\Phi(\zeta)$, $\Phi(0) = \Phi(1) - 1 = 0$ [25–29].

The value of the impurity transfer rate is proportional to the value of the derivative: $j(\zeta) = d\varphi/d\zeta$. Exist:

$$j(\zeta) = \frac{2\sqrt{n}}{\sqrt{\pi}} \frac{\exp(-\sqrt{n}\zeta^2)(\exp(\varphi_0 - \varphi_h) - 1)}{\operatorname{erfc}\sqrt{n}\zeta + \exp(\varphi_0 - \varphi_h)\operatorname{erf}\sqrt{n}\zeta},$$

$$j(0) = \frac{2\sqrt{n}}{\sqrt{\pi}} (\exp(\varphi_0 - \varphi_h) - 1) \geq 0.$$

The value of the “displacement thickness”:

$$\delta_\varphi := \int_0^\infty (1 - \Phi) d\zeta = \int_0^\infty \left(1 - \frac{\ln(\operatorname{erfc}\sqrt{n}\zeta + \exp(\Delta\varphi)\operatorname{erf}\sqrt{n}\zeta)}{\varphi_0 - \varphi_h} \right) d\zeta$$

determines the dimensionless extension of the active filtration zone, or the “displacement thickness” for the filtration boundary layer formed near the face $x = 0$ of the porous body. In this area the value of the filtration flow is finite, to the right of this area the filtration flows are small (see Fig. 1).

Suppose the thickness of the active filtration zone coincide with the wall thickness occupied by the porous medium in a time T_φ , and then the concentration distribution stabilizes within a time interval $0 < t < T_\varphi$. Then:

$$\frac{\delta}{2\sqrt{T_\delta D}} = \varphi_0 - \varphi_h,$$

$$T_\varphi = \frac{\delta^2}{4D(\varphi_0 - \varphi_h)^2}.$$

2. The distribution of the concentration in the porous medium can be described in the conjugate statement, considering the face $y = 0$ as the contact plane. On the plane of contact, the concentration of φ unknown and is determined by the given initial distributions of concentrations, for example, so:

Fig. 1. ζ from humidity φ at different porosity n

$$\varphi(0, y) = \varphi_0, y > 0; \varphi(0, y) = \varphi_h, y < 0.$$

Determination of the volume concentration φ of the passive impurity is shown in the graph (Fig. 2). The abscissa is the time. At step 0.01 (on the wall surface), the volume concentration versus time is shown for different values of the porosity of the material.

With a porosity of 0.1 and a different depth of X , we obtain a graph of the dependence of humidity on time $t \in (0; 1000)$. Time specified in seconds.

For comparison, consider a similar graph, only at different porosity with a depth of $x = 0.05$ m (Fig. 3).

Thus, at a sufficiently high porosity $n = 0.8$ moisture evaporation occurs faster than at a porosity 0.1. In a material with low porosity, moisture accumulates in the material of the medium from which the wall layer is made.

Fig. 4 shows the sum of the previous graphs, which shows the dependence of humidity on time.

The distribution of the concentration in space $-\infty < y < \infty$ under the assumption of constancy of the diffusion coefficient along the axis $t = 0$ has the form:

$$\varphi - \varphi_h = \ln \left(1 + \frac{\exp(\Delta\varphi) - 1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\zeta} \exp(-t^2) dt \right).$$

Using this dependence, a graph of the humidity dependence on the dimensionless coordinate is constructed ζ (Fig. 5).

From the graph (Fig. 5) it follows that at the initial moments (big values ζ) of time the concentration at all depths is the same and close to the initial concentration.

As is evident:

$$j(\zeta) = 2(\exp(\varphi_0 - \varphi_h)) \sqrt{\frac{n}{\pi}} \frac{\exp(-\sqrt{n}\zeta^2)}{1 + \operatorname{erf}(\sqrt{n}\zeta)},$$

and the concentration flow density on the surface of the medium will be:

$$j_w := j(0) = 2(\exp(\varphi_0 - \varphi_h) - 1) \sqrt{\frac{n}{\pi}} \rightarrow +0.$$

Formally we introduce the Bio diffusion number:

$$B := 2(\exp(\varphi_0 - \varphi_h) - 1) \sqrt{\frac{n}{\pi}} / (\varphi_0 - \varphi_h) \leq 2\sqrt{n/\pi}.$$

3. The heat flow pattern of the moist porous medium is described by the limiting problem for the heat transfer equation:

$$\rho C \left(n \frac{\partial T}{\partial t} - D \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) t > 0, x > 0;$$

$$T(0, x) - T_h = T(t, 0) - T_0.$$

Here n is the porosity coefficient of the medium; $0 < n < 1$, $\lambda = n\lambda_f + (1 - n)\lambda_s$ — effective thermal conductivity coefficient of porous medium. The volumetric heat capacity is calculated in the same way $\rho C_p := C = nC_f + (1 - n)C_s$. Denoted $L := \sigma/\sigma_D$,

Fig. 2. Graph of humidity versus time for porosity 0.1

Fig. 3. Distribution of concentration at a depth of 5 cm in time for different values of porosity of the medium

Fig. 4. Graph of humidity versus time at different porosity at different depths of the plane $x = 0$

Fig. 5. Dependence of ζ on humidity at different depths

and moving on to the variable ζ from paragraph 1.1,

$\zeta = \frac{y}{2\sqrt{tD}}$, we obtain:

$$\frac{d}{d\zeta} \ln \frac{dT}{d\zeta} + L \left(2\zeta n + \frac{d\varphi}{d\zeta} \right) = 0,$$

$$T(0) - T_h = T(\infty) - T_0 = 0.$$

It is easy to calculate the temperature gradient:

$$dT/d\zeta := \dot{q} = C \exp(-nL\zeta^2 - L(\varphi - \varphi_h)).$$

Let the distribution of concentration in a porous medium be homogeneous $\varphi_h = \varphi = \varphi_0$. Then, in the absence of impurity flows, the distribution of heat flow in a porous medium has the form:

$$\dot{q}_0 = C \exp(-nL\zeta^2).$$

In the general case, the heat flow in a porous medium with mass diffusion is determined by the concentration distribution. If $0 < \varphi_h < \varphi < \varphi_0$ the mass flow is directed towards the heat flow and the heat flow, under constant other conditions does not exceed q_0 . Conversely, if $0 < \varphi_0 < \varphi < \varphi_h$ (the mass flow and the heat flow are directed in one direction), then the heat flow is not less than q_0 .

The solution of this limiting problem is:

$$\vartheta = \frac{T_h - T}{T_0 - T_0} = \frac{\int_0^\zeta \exp(-L(nz^2 + \varphi(z) - \varphi_h)) dz}{\int_0^\infty \exp(-L(nz^2 + \varphi(z) - \varphi_h)) dz};$$

or, taking into account the expression for φ :

$$\vartheta = \frac{T_h - T}{T_h - T_0} = \frac{\int_0^\zeta \exp(-nLz^2) / (erfc\sqrt{n}\zeta + (\exp \Delta\varphi) erf\sqrt{n}\zeta)^L dz}{\int_0^\infty \exp(-nLz^2) / (erfc\sqrt{n}\zeta + \exp(\Delta\varphi) erf\sqrt{n}\zeta)^L dz}.$$

The value $\vartheta = \vartheta(\zeta)$ convenient because it displays a semi-bounded interval ($0 < \zeta < \infty$) per unit length ($0 < \vartheta < 1$). Interest is represented by the limiting cases. For example, if $n \ll 1$ or $L \ll 1$, then the temperature distribution in a porous medium, both dense and with a small diffusion coefficient “about” is the same as in a solid:

$$\vartheta = erf(L\sqrt{n}\zeta),$$

and, further

$$\dot{q} = 2\sqrt{nL} \exp(-Ln\zeta).$$

Suppose, further, $n \ll 1$. Then in a dense medium with a finite number of Lewis:

$$\vartheta(\zeta) = \frac{\int_0^\zeta \exp((-L(\varphi - \varphi_h))) dz}{\int_0^\infty \exp(-L(\varphi - \varphi_h)) d\zeta},$$

$$\begin{aligned} \dot{q}(\zeta) &= \frac{\exp(-L(\varphi - \varphi_h))}{\int_0^\infty \exp(-L(\varphi - \varphi_h)) d\zeta} \leq \\ &\leq \frac{1}{\int_0^\infty \exp(-L(\varphi - \varphi_h)) d\zeta} = \dot{q}_w. \end{aligned}$$

RESULTS

Stationary heat transfer and impurities

Stationary heat transfer is the transfer of heat at which temperature and heat flow do not change in time and in direction. As shown in the previous paragraph, if the thickness of the core diffusion or thermal conductivity in a porous medium coincides with the actual wall thickness, the non-steady-state mode is completed.

In the steady-state mode, the impurity and heat transfer equations have the form:

$$\begin{aligned} -D \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 &= \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right), \\ -D \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) &= \frac{\partial}{\partial y} \left(a \frac{\partial T}{\partial y} \right), \end{aligned}$$

where:

$$\begin{aligned} D(\varphi) &= D(T) = (y : 0 < y < 1), \\ \varphi(0) - \varphi_h &= \varphi(1) - \varphi_c = \\ &= T(0) - T_h = T(1) - T_c = 0. \end{aligned}$$

Suppose, in the general case, that the diffusion coefficient $D = D(y) > 0$. Then the differential diffusion equation takes the form:

$$\begin{aligned} D \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + D' \frac{\partial \varphi}{\partial y} + D \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 &= 0, D' := \frac{\partial D}{\partial y}, \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial \ln D}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 &= 0. \end{aligned}$$

Reduction of order $h := \partial y / \partial \varphi$ reduces the order and linearizes the diffusion equation: $\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial \ln D}{\partial y} h = 1$, where the first integral immediately come from:

$$\varphi(y) - \varphi_h = \int_0^y \frac{dz}{cD + D \int_0^z \frac{ds}{D(s)}}.$$

Hence,

$$\varphi(y) - \varphi_h = \int_0^y \frac{dz}{cD + D \int_0^z \frac{ds}{D(s)}}.$$

For example, if $D = \text{const}$. Then:

$$\begin{aligned} \varphi - \varphi_p &= \ln(1 + ay), \\ a &:= 1 / (cD) = \exp(\varphi_c - \varphi_h) - 1, \end{aligned}$$

$$\varphi - \varphi_p = \ln(1 + (\exp(\varphi_c - \varphi_h) - 1)y),$$

and for the value of the humidity gradient we obtain:

$$\begin{aligned} j &= \frac{\exp(\varphi_c - \varphi_h) - 1}{1 + (\exp(\varphi_c - \varphi_h) - 1)y}, \\ (-Dj) &= -D \frac{\exp(\varphi_c - \varphi_h) - 1}{1 + (\exp(\varphi_c - \varphi_h) - 1)y}, \\ \text{sgn}(-Dj) &= -1, \varphi_c > \varphi_h; \\ \text{sgn}(-Dj) &= +1, \bar{\varphi}_c < \varphi_h. \end{aligned}$$

Otherwise, if we assume that $T_h > T_c$, i.e. $\text{sgn}(q) = +1$, then the mass flow and the heat flow are in the counterflow, if $\varphi_c > \varphi_h$ and in direct flow, if the opposite inequality holds.

The limiting problem for the equation of stationary thermal conductivity has the form:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dy} \left(f(y) \frac{dT}{dy} \right) + Lj \frac{dT}{dy} &= 0, \\ f(y) &= \frac{a}{a_0}, L = \frac{D}{a_0} \equiv \frac{\sigma_D}{\sigma}, \\ T(0) - T_h &= T(1) - T_c = 0. \end{aligned}$$

If $f = 1$ — homogeneous wall. Then the solution is:

$$\frac{T_h - T}{T_h - T_c} = \frac{\int_0^y \exp \left(-L \int_0^z j(s) ds \right) dz}{\int_0^1 \exp \left(-L \int_0^z j(s) ds \right) dz}.$$

It follows from the obtained expression that with a decrease in the number L , i.e. with an increase in the Prandtl diffusion number σ_D , the temperature distribution approaches the linear one, i.e. the distribution with a constant temperature gradient across the wall. On the contrary, if $L \gg 1$, the temperature rapidly decreases from the value of $T = Th$ at small values of the coordinate y (i.e. inside the core of thermal conductivity) to the T_c outside this layer, i.e. changes in such a way as if near the hot face was a layer of insulation.

CONCLUSIONS

Technical solutions to prevent the penetration of moisture into the enclosure through the use of special coatings and linings of internal surfaces should be provided in premises with a high volumetric concentration of moisture. The maximum change in the range of temperature is observed in the layer adjacent to the surface by periodic thermal effects.

Evaporation of moisture occurs faster with a sufficiently high porosity than with low porosity. In a material with a low porosity, the moisture is collected in the material of the medium from which the layer of the wall envelope is made.

REFERENCES

1. Petrichenko M.R. Rasshcheplyayushchiye razlozheniya v predel'nykh zadachakh dlya obyknovennykh kvazilineynykh differentsial'nykh uravneniy [Splitting expansions in limit problems for ordinary quasilinear differential equations]. *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti Sankt Peterburgskogo gosudarstvennogo politekhnicheskogo universiteta. Fiziko-matematicheskie nauki* [Scientific and technical sheets of the St. Petersburg State Polytechnic University. Physical and mathematical Sciences]. 2012, vol. 2, no. 146, pp. 143–149. (In Russian)
2. Vedishcheva I.S., Ananyin M.Y., Al Ali M., Vatin N.I. Influence of heat conducting inclusions on reliability of the system “sandwich panel – metal frame”. *Magazine of Civil Engineering*. 2018, no. 2 (78), pp. 116–127. DOI: 10.18720/MCE.78.9.
3. Gagarin V.G., Kozlov V.V. O normirovanii teplozashchity i trebovaniyakh raskhoda energii na otoplenie i ventilyatsiyu v proekte aktualizirovannoy redaktsii SNiP «Teplovaya zashchita zdaniy» [Standardization of thermal protection and requirements to energy consumption and ventilation in the project of actual revision of SNiP “Thermal protection of buildings”]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Ser. : Stroitel'stvo i arkhitektura* [Bulletin of the Volgograd State University of architecture and civil engineering. Ser. : Construction and architecture]. 2013, no. 31 (50), part 2, pp. 468–474. (In Russian)
4. Campanale M., Moro L. Autoclaved aerated concrete: Experimental evaluation of its thermal properties at high temperatures. *High Temperatures-High Pressures*. 2015, no. 44 (5), pp. 369–382.
5. Nizovtsev M.I., Terekhov V.I., Yakovlev V.V. Teploprovodnost' gazobetona povyshennoy vlazhnosti [Thermal conductivity of high-humidity aerated concrete]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo* [News of higher educational institutions. Construction]. 2004, no. 9, pp. 36–38. (In Russian)
6. Rubene S., Vilnitis M. Impact of porous structure of the AAC material on moisture distribution throughout the cross section of the AAC masonry blocks. *WSEAS Transactions on Heat and Mass Transfer*. 2016, vol. 11, pp. 13–20.
7. Dama A., Angeli D., Kalyanova Larsen O. Naturally ventilated double-skin facade in modeling and experiments. *Energy and Buildings*. 2017, vol. 144, pp. 17–29. DOI: 10.1016/j.enbuild.2017.03.038.
8. Korniyenko S.V. The Experimental analysis and calculative assessment of building energy efficiency. *Applied Mechanics and Materials*. 2014, vol. 618, pp. 509–513. DOI: 10.4028/www.scientific.net/amm.618.509.
9. Korniyenko S. Complex analysis of energy efficiency in operated high-rise residential building: Case study. *E3S Web of Conferences*. 2018, vol. 33, pp. 02005. DOI: 10.1051/e3sconf/20183302005.
10. Borodinecs A., Zemitis J., Sorokins J., Baranova D.V., Sovetnikov D.O. Renovation need for apartment buildings in Latvia. *Magazine of Civil Engineering*. 2017, vol. 68, issue 8, pp. 58–64. DOI: 10.5862/mce.68.6.
11. Vatin N., Petrichenko M., Nemova D. Hydraulic methods for calculation of system of rear ventilated facades. *Applied Mechanics and Materials*. 2014, vol. 633–634, pp. 1007–1012. DOI: 10.4028/www.scientific.net/amm.633-634.1007.
12. Petrichenko M., Vatin N., Nemova D., Khar'kov N., Korsun A. Numerical modeling of thermogravitational convection in air gap of system of rear ventilated facades. *Applied Mechanics and Materials*. 2014, vol. 672–674, pp. 1903–1908. DOI:10.4028/www.scientific.net/amm.672-674.1903.
13. Platonova M.A., Vatin N.I., Nemova D.V., Matoshkina S.A., Iotti D., Togo I. Vliyanie vozdukhhoizolyatsionnogo sostava na teplotekhnicheskie kharakteristiki ograzhdayushchikh konstruktсий [The influence of the airproof composition on the thermotechnical characteristics of the enclosing structures]. *Stroitel'stvo unikal'nykh zdaniy i sooruzheniy* [Construction of Unique Buildings and Structures]. 2014, no. 4 (19), pp. 83–95. (In Russian)
14. Samarin O.D. Rasprostranenie temperaturnykh voln v pustotelom tolstostennom tsilindre [The temperature waves motion in hollow thick-walled cylinder]. *Inzhenerno-stroitel'nyy zhurnal* [Magazine of Civil Engineering]. 2018, no. 2 (78), pp. 161–168. DOI: 10.18720/MCE.78.13.
15. Zhukov A.V., Tsvetkov N.A., Khutor'noy A.N., Tolstykh A.V. Vliyanie temperaturnoy zavisimosti izotermy sorbtсии i koeffitsienta vlagoprovodnosti na vlagoperenos v stene iz gazobetona [The effect of temperature dependence of the sorption isotherm and moisture conductivity coefficient on the moisture transfer in the wall of aerated concrete]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of the Moscow State University of Civil Engineering]. 2018, vol. 13, issue 6 (117), pp. 729–739. DOI:10.22227/1997-0935.2018.6.729-739. (In Russian)
16. Samarin O.D. Veroyatnostno-statisticheskoe modelirovanie godovogo khoda temperatury naruzhnogo vozdukhа i ee znacheniy v tepley period Probabilistic-statistical modeling of annual variation of outside temperature and its values in the warm season]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of the Moscow State University of Civil Engineering]. 2018, vol. 13, issue 3 (114), pp. 378–384. DOI: 10.22227/1997-0935.2018.3.378-384. (In Russian)
17. Petrichenko M.R., Petrichenko R.M., Kanishchev A.B., Shabanov A.Yu. *Trenie i teplopered-*

cha v porshnevykh kol'tsakh dvigateley vnutrennego sgoraniya [Friction and heat transfer in piston rings of internal combustion engines]. Leningrad. 1990. 248 p. (In Russian)

18. Petrichenko M.R., Khar'kov N.S. Gidravlicheskie poteri na osnovnom uchastke tsilindricheskogo kanala pri maloy intensivnosti zakrutki [Hydraulic losses on the main section of the cylindrical channel at low intensity of twist]. *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti Sankt Peterburgskogo gosudarstvennogo politekhnicheskogo universiteta* [Scientific and technical sheets of the St. Petersburg State Polytechnic University]. 2008, no. 4 (63), pp. 237–242. (In Russian)

19. Barreira E., de Freitas V.P. Evaluation of building materials using infrared thermography. *Construction and Building Materials*. 2007, vol. 21, issue 1, pp. 218–224. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2005.06.049.

20. Vasilyev G.P., Lichman V.A., Peskov N.V., Brodach M.M., Tabunshchikov Y.A., Kolesova M.V. Simulation of heat and moisture transfer in a multiplex structure. *Energy and Buildings*. 2015, vol. 86, pp. 803–807. DOI: 10.1016/j.enbuild.2014.10.077.

21. Kaklauskas A., Rute J., Zavadskas E.K., Daniunas A., Pruskus V., Bivainis J. et al. Passive house model for quantitative and qualitative analyses and its intelligent system. *Energy and Buildings*. 2012, vol. 50, pp. 7–18. DOI: 10.1016/j.enbuild.2012.03.008.

22. Parasonis J., Keizikas A. Increasing energy efficiency of the translucent enclosure walls of a building. *Procedia Engineering*. 2013, vol. 57, pp. 869–875. DOI: 10.1016/j.proeng.2013.04.110.

23. Musorina T., Olshevskiy V., Ostrovaia A., Statsenko E. Experimental assessment of moisture transfer in the vertical ventilated channel. *MATEC Web of Conferences*. 2016, vol. 73, p. 02002. DOI: 10.1051/mateconf/20167302002.

24. Gamayunova O., Musorina T., Ishkov A.D. Humidity distributions in multilayered walls of high-rise buildings. *E3S Web of Conferences*. 2018, vol. 33, p. 02045. DOI: 10.1051/e3sconf/20183302045.

25. Vatin N.I., Kukolev M.I. Teplovye nakopiteli v stroitel'stve: uchet primeneniya neskol'kikh teploakumuliruyushchikh materialov [Thermal storage in construction: accounting for the application of several heat-accumulating materials]. *Inzhenernye sistemy. AVOK — Severo-Zapad* [Engineering systems. ABOK — North-West]. 2016, no. 1, pp. 50–51. (In Russian)

26. Korniyenko S. Evaluation of thermal performance of residential building envelope. *Procedia Engineering*. 2015, vol. 117, pp. 191–196. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.08.140.

27. Bogoslovskiy V.N. *Teplovoy rezhim zdaniya* [Thermal condition of the building]. Moscow. Stroyizdat, 1979, 248 p. (In Russian)

Received July 18, 2018.

Adopted in revised form on August 3, 2018.

Approved for publication on August 27, 2018

ABOUT THE AUTHORS: **Musorina Tatyana Aleksandrovna** — Postgraduate student, Hydraulics and Strength Department, Civil Engineering Institute, **Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (SPbPU)**, 29 Politechnicheskaya st., St. Petersburg, 195251, Russian Federation, tamusorina@mail.ru;

Petrichenko Mikhail Romanovich — Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Hydraulics and Strength Department, Civil Engineering Institute, **Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (SPbPU)**, 29 Politechnicheskaya st., St. Petersburg, 195251, Russian Federation, fonpetrich@mail.ru.