УДК 624.042.7

Г.А. Джинчвелашвили, С.В. Булушев

ФГБОУ ВПО «МГСУ»

**КОЛЕБАНИЯ ВЫСОТНЫХ ЗДАНИЙ
ПРИ СЕЙСМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ
С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКОЙ
И ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ**

С помощью модели расчетной схемы 44-этажного здания проведена оценка влияния геометрической и физической нелинейности при сейсмических колебаниях высотных сооружений и решены следующие задачи: динамический расчет упругой системы; учет геометрической нелинейности; моделирование физической нелинейности; расчет спектральным методом. Приведены основные результаты исследования и его практическая значимость.

Ключевые слова: землетрясение, акселерограмма, сейсмическое воздействие, геометрическая нелинейность, физическая нелинейность, метод шагового интегрирования, спектральный метод.

В нормативах большинства стран применяется концепция редукиции при учете нелинейных эффектов для определения расчетных сейсмических нагрузок [1, 2]. Такой подход является общепринятым, но результаты последних исследований в области сейсмостойкого строительства свидетельствуют о возможном возникновении дефицита сейсмостойкости при проектировании зданий и сооружений с использованием данной методики [3—5].

Расчет зданий и сооружений, проектируемых для сейсмических районов, проводят по методике СНиП, основанной на линейно-спектральном подходе [6—8]. Этот метод расчета не позволяет оценить вероятности отклонения расчетных значений реакции от действительных величин, а также вскрыть резервы прочности сооружений, связанные с физически нелинейными свойствами конструкционных материалов, которые проявляются при динамическом нагружении.

Также не стоит забывать про зависимость $P - \Delta$ от собственного веса. Она приводит к увеличению внутренних усилий, следовательно, может привести к потере устойчивости.

Вышесказанное обосновывает необходимость использования других методик для расчета зданий и сооружений на сейсмические воздействия и более детального анализа поведения конструкций во временной области.

Методика упругого расчета. В качестве расчетной схемы 44-этажного здания была выбрана

G.A. Dzhinchvelashvili, S.V. Bulushev

Moscow State University of Civil Engineering

**OSCILLATIONS OF HIGH-RISE
BUILDINGS UNDER SEISMIC
INFLUENCE CONSIDERING
PHYSICAL AND GEOMETRIC
NONLINEARITY**

To estimate the influence of physical and geometric nonlinearity under seismic oscillations the authors used the model of 44-storied building calculation scheme. As a result the following tasks were solved: elastic dynamic analysis; consideration of geometric nonlinearity; physical nonlinearity modeling; spectral method calculation.

The authors present the main research results and their practical importance.

Key words: earthquake, accelerogram, seismic impact, geometric nonlinearity, physical nonlinearity, step-by-step integration method, spectral method.

To calculate seismic loads most countries normally use reduction conception with account of nonlinear effects [1, 2]. That is a common approach, but the results of the latest researches in seismic construction show possible seismic resistance deficiency in designing constructions with the use of the given method [3—5].

Structural analysis in seismic regions uses SNiP (Construction rules and regulations) method based on linear spectral approach [6—8]. The method is not capable of evaluating possible calculated values declination from real values and, besides, evaluating construction durability reserves, connected with physical nonlinear properties of construction materials, demonstrated in case of dynamic load.

We also shouldn't forget about $P - \Delta$ dependence on its own weight. It leads to increasing inner strains, and as a result, to loss of stability.

The above mentioned proves it necessary to use other methods for structural analysis on seismic impact and more detailed analysis of structural behavior in time domain.

Method of elastic analysis. A plane frame with concentrated mass in joints was taken as a structural design of 44-storied

плоская рама с сосредоточенными массами в узлах (рис. 1). В качестве степеней свободы были приняты: горизонтальное перемещение y ; вертикальное перемещение z ; угол поворота α .

Рис. 1. Расчетная схема 44-этажного здания: m_i — масса элемента; I_i — момент инерции элемента; F_i — площадь поперечного сечения элемента; l_i — длина элемента; E — модуль упругости элемента; индекс 1 — для колонны; 2 — для ригеля

building (fig. 1). The degrees of freedom were: horizontal displacement y , vertical displacement z ; angular displacement α .

Fig. 1. Structural design of 44-storied building: m_i — element weight; I_i — inertia moment; F_i — element cross-section; l_i — element length; E — element elastic module; index 1 — for a column; 2 — for a cross beam

Уравнение колебаний системы с конечным числом степеней свободы может быть представлено в следующем виде [8—10]:

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + kv = p(t), \quad (1)$$

где m — матрица масс; c — матрица затухания; k — матрица жесткости; v — вектор перемещений; $p(t)$ — вектор нагрузок.

В поставленной задаче вышеуказанные матрицы будут иметь 396-й порядок, а вектор перемещений примет следующий вид:

$$v^T = [y_1, z_1, \alpha_1, y_2, z_2, \alpha_2, \dots, y_{132}, z_{132}, \alpha_{132}]. \quad (2)$$

Коэффициенты жесткости отыскивались с помощью полиномов Эрмита [9, 11]:

$$k_{ij} = \int_0^L EI(x) \psi_i''(x) \psi_j''(x) dx \quad (3)$$

при изгибе;

under bending;

$$k_{ij} = \int_0^L EF(x) \psi_i'(x) \psi_j'(x) dx \quad (4)$$

при растяжении-сжатии.

under tension and compression.

В поставленной задаче мы имеем такую степень свободы, как угол поворота, поэтому для построения матрицы масс будем считать, что наша система является системой с распределенной массой. По аналогии с (3) и (4) коэффициент влияния масс может быть определен с помощью выражения [9]:

The degree of freedom in our task is an angular displacement, so for matrices construction we assume that our system is a system with distributed weights. By analogy with (3) and (4) coefficient of impact can be defined with [9]:

$$m_{ij} = \int_0^L m(x) \psi_i(x) \psi_j(x) dx. \quad (5)$$

Матрица затухания задавалась с помощью диагональной матрицы C обобщенных коэффициентов затухания по формуле [9, 12]:

$$c = [\Phi^T]^{-1} C \Phi^{-1}, \quad (6)$$

где Φ — матрица форм, а

where Φ is a form matrix, and

$$C_n = 2\xi_n \omega_n M_n. \quad (7)$$

Параметр затухания $\xi = 0,05$ был задан для всех форм.

Damping parameter $\xi = 0,05$ was taken for all the forms.

В качестве динамического воздействия была выбрана реальная акселерограмма Спитакского землетрясения 1988 г., нормированная на 7 баллов (рис. 2).

As a dynamic impact, we use a real accelerogram of Spitak grade 7 earthquake in 1988 (fig. 2).

Рис. 2. Акселерограмма Спитакского землетрясения 1988 г., нормированная на 7 баллов

Fig. 2. The accelerogram of Spitak grade 7 earthquake in 1988

Данную акселерограмму необходимо предварительно скорректировать [13].

It's necessary to preliminary correct the given accelerogram [13].

Вектор нагрузки $p(t)$ запишем в следующем виде:

Load vector $p(t)$ can be written in the form:

$$p(t) = -mI \begin{bmatrix} \ddot{y}_0(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где

where

$$I(3 \times 396) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Решение производилось в расчетном комплексе MATLAB методом шагового интегрирования [9].

Ниже приведены графики зависимостей перемещений некоторых этажей от времени (рис. 3).

Рис. 3. Перемещения этажей во временной области при решении упругой задачи

The solution was done in calculating centre MATLAB with step-by-step integration method [9].

Below displacement-time dependence diagrams of some floors are offered (fig. 3).

Fig. 3. Floors displacement in time domain in the process of solving elastic problem

Учет геометрической нелинейности. Учет осевых сил приводит к снижению жесткостных характеристик конструкции. Если учесть эти силы в уравнении колебаний (1), то оно примет следующий вид [9]:

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + kv - k_G v = p(t), \quad (10)$$

где k_G — матрица геометрической жесткости, которая может быть найдена из условия:

$$\begin{bmatrix} f_{Gi} \\ f_{Gj} \end{bmatrix} = \frac{N_i}{l_i} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где f_{Gi} , f_{Gj} — поперечные силы; N_i — осевая сила.

При построении матрицы геометрической жесткости считалось, что вся масса сосредоточена в узлах. Результаты расчета приведены на рис. 4.

Account of geometric nonlinearity. Account of axis strengths leads to reduction of stiffness properties. After accounting for these strengths in oscillation equation (1), it takes the following form [9]:

where k_G — geometric stiffness matrix, which can be found from:

where f_{Gi} , f_{Gj} — transverse forces; N_i — axis strength.

In geometric stiffness matrix construction, we assume that all the weight is concentrated in joints. The results are shown in fig. 4.

Рис. 4. Перемещения этажей во временной области при решении упругой задачи с учетом геометрической нелинейности

Fig. 4. Floors displacement in time domain in solving elastic problem with account of geometric nonlinearity

Учет физической нелинейности. Существует большой класс задач динамики сооружений, в которых системы нельзя рассматривать как упругие. Например, реакция зданий при землетрясении может быть достаточно интенсивной, что приводит к серьезным повреждениям конструкций. Коэффициенты жесткости способны изменяться вследствие появления текучести в элементах конструкций. В таком случае уравнение (1) запишется в следующем виде:

$$m\ddot{v} + c(t)\dot{v} + k(t)v = p(t). \quad (12)$$

Для решения уравнения (12) была разработана программа, реализующая метод шагового интегрирования [9] в программном комплексе MATLAB.

Диаграмма нагружения принята упруго-пластической для вертикальных элементов (рис. 5).

Account of physical nonlinearity. There is a big class of dynamic construction problems, where systems cannot be regarded as elastic ones. For example, building response in case of earthquakes can be rather intensive, which leads to construction damage. Stiffness coefficients can change in construction elements flow. In this case, the equation (1) takes the following form:

To solve equation (12) we used the program with step-by-step integration method [9] in program complex MATLAB.

We take elastic plastic load diagram for vertical elements (fig. 5).

Рис. 5. Диаграмма нагружения для вертикальных элементов

Fig. 5. Load diagram for vertical elements

Работа горизонтальных элементов и разгрузка вертикальных элементов принята упругой.

Матрица диссипации $c(t)$ задавалась на каждом шаге итерационного метода по формуле (6).

Было рассмотрено две системы с различными пределами текучести:

30 МПа;

45 МПа (работает в упругой стадии).

Полученные результаты приведены в виде следующих графиков (рис. 6):

абсолютное смещение этажа вдоль оси y — $y(t)$;

относительный перекося этажа вдоль оси y — $yy(t)$;

гистерезис этажа — $f_s(yy)$.

Horizontal elements working and vertical elements unloading are taken as elastic.

Dissipation matrix $c(t)$ was constructed in each step of iterative method in formula (6).

Two systems with different fluctuation limits were regarded:

30 MPa;

45 MPa (works in elastic stage).

The given results are shown as on the following diagrams (fig. 6):

absolute displacement along y — $y(t)$ axis;

floor relative slant along y — $yy(t)$ axis;

floor hysteresis — $f_s(yy)$.

Рис. 6. Колебания 44-го этажа во временной области при решении задачи с учетом физической нелинейности: a — абсолютное перемещение; δ — перекося; ϵ — гистерезис

Fig. 6. The 44-th floor oscillations in time domain in solving the problem with account of physical nonlinearity: a — absolute displacement; δ — slant; ϵ — hysteresis

Рис. 7. Перемещения этажей во временной области при решении задачи с учетом физической нелинейности. Предел текучести: a — 30 МПа; δ — 45 МПа

Fig. 7. Floors displacements in time domain in solving the problem with account of physical nonlinearity. Fluctuation limit: a — 30 MPa; δ — 45 MPa

Спектральный метод расчета. В настоящее время спектральная методика принята в качестве основной в нормативных документах на проектирование и строительство сейсмостойких сооружений. Эта методика регламентируется строительными кодами большинства стран и, в частности, СНиП II-7—81 «Строительство в сейсмических районах», поэтому подробно останавливаться на ней нет необходимости [1—3, 6—8].

Расчет исходной системы был произведен как упругий ($K_1 = 1$), так и с учетом допускаемых повреждений ($K_1 = 0,35$), в расчетном комплексе MATLAB. Отклик системы был рассчитан несколькими способами [8]:

суммирование откликов по модулю;
квадратный корень из суммы квадратов модальных откликов;
метод двойных сумм.

Результаты расчета отклика системы приведены в таб. 1.

Табл. 1. Максимальные перемещения этажей при спектральном методе расчета

Этаж / Floor	Точный метод / Pre- cise method	Суммирование откликов по модулю / Response summing in module		Квадратный корень из суммы квадратов модальных откликов / Square root from square sum of modal responses		Метод двойных сумм / Double summing method	
	y, m	y, m	%	y, m	%	y, m	%
1	0,00485	0,00485	0,0	0,00279	—42,4	0,00485	0,0
15	0,12913	0,13139	1,7	0,10728	—16,9	0,12913	0,0
31	0,30634	0,31344	2,3	0,30290	—1,1	0,30634	0,0
40	0,40518	0,44061	8,7	0,42105	3,9	0,40518	0,0
44	0,44762	0,50353	12,5	0,47151	5,3	0,44762	0,0

Сравнение полученных результатов. Для сравнения полученных результатов приведены совместные графики колебаний 44-го этажа исходной системы (рис. 8):

упругой;
упругой с учетом геометрической нелинейности;
с учетом физической нелинейности.

Исследование показало изменение периодов колебаний системы при учете геометрической нелинейности. Периоды колебаний по первым 10 формам приведены в табл. 2, сравнение перемещений и относительных перекосов этажей, а также упругих усилий в вертикальных элементах некоторых этажей высотного здания — в табл. 3.

Spectral calculation method. This method is taken as a basic one in normative documents in design and construction of seismic resistant buildings. The method is subject to structural codes in most countries and, particularly, SNiP II-7—81 “Construction in seismic regions”, so it’s not necessary to enlarge upon it [1—3, 6—8].

The original system calculation was done not only as elastic ($K_1 = 1$), but with account of possible damages ($K_1 = 0,35$), in calculating complex MATLAB. System response was calculated in several ways [8]:

Response summing in module;
Square root from square sum of modal responses;
Double summing method.

Calculation results of system response are in tab. 1.

Tab. 1. Maximum floor traverses in spectral calculation method

Comparing the results. To compare the given results the authors present the combined diagrams of the 44-th floor oscillations of the original system (fig. 8):

elastic;
elastic with account of geometric nonlinearity;
with account of physical nonlinearity.

The research showed change of system oscillation periods with account of geometric nonlinearity. Natural oscillations periods on the first 10 forms are shown in tab. 2, in tab. 3 there is comparison of floors displacements and relative slants, and also elastic strains in vertical elements of some floors in high-rise building.

Рис. 8. Колебания 44-го этажа во временной области: *a* — абсолютное перемещение; *б* — перекося; *в* — гистерезис

Fig. 8. The 44-th floor oscillations in time domain: *a* — absolute displacement; *б* — slant; *в* — hysteresis

Табл. 2. Периоды собственных колебаний первых 10 форм

Tab. 2. The first 10 forms natural oscillations periods

Периоды колебаний / Oscillation periods			
Форма колебаний / Oscillations form	Упругая система / Elastic system	Геометрическая нелинейность / Geometric nonlinearity	
	T, s	T, s	%
1	3,95427	4,04400	2,3
2	0,94054	0,94779	0,8
3	0,44768	0,45010	0,5
4	0,29656	0,29798	0,5
5	0,28934	0,28934	0,0
6	0,22160	0,22259	0,4
7	0,17775	0,17851	0,4
8	0,14835	0,14897	0,4
9	0,12753	0,12804	0,4
10	0,11175	0,11220	0,4

Табл. 3. Сравнительная таблица полученных результатов

Tab. 3. Comparative table of the results obtained

Этаж/ Floor	Расчет во временной области / The calculation in the time domain																	
	Упругая система / Elastic system			Геометрическая нелинейность / Geometric nonlinearity						Физическая нелинейность 30 Мпа / Physical nonlinearity 30 MPa								
	y, m	yy, m	fs, kN	y, m	%	yy, m	%	fs, kN	%	y, m	yy, m	fs, kN	%					
1	0,002	0,002	189,7	0,002	0,3	0,002	0,3	190,3	0,3	Прогрессирующее обрушение / Progressive collapse		960	406					
15	0,049	0,004	383,7	0,049	0,5	0,004	0,5	385,4	0,5			926	141					
31	0,109	0,006	529,7	0,109	0,5	0,006	−0,1	529,3	−0,1			848	60					
40	0,150	0,006	545,0	0,154	2,5	0,006	−0,8	540,8	−0,8			901	65					
44	0,170	0,005	492,4	0,175	2,9	0,005	−0,6	489,3	−0,6			950	93					
Этаж/ Floor	Спектральный метод / Spectral method																	
	Упругая система / Elastic system ($K_1=1$)						Геометрическая нелинейность / Geometric nonlinearity						Физическая нелинейность / Physical nonlinearity ($K_1=0,35$)					
	y, m	%	Y_y , m	%	fs, kN	%	y, m	%	yy, m	%	fs, kN	%	y, m	%	yy, m	%	fs, kN	%
1	0,005	145	0,005	145	465	145	0,005	149	0,005	149	473	149	0,002	−14	0,002	−14	163	−14
15	0,129	163	0,010	161	1002	161	0,134	172	0,011	173	1049	173	0,045	−8	0,004	−9	351	−9
31	0,306	182	0,011	103	1075	103	0,320	194	0,012	114	1132	114	0,107	−1	0,004	−29	376	−29
40	0,405	169	0,011	90	1033	90	0,424	182	0,011	100	1087	100	0,142	−6	0,004	−34	362	−34
44	0,448	164	0,011	105	1010	105	0,469	176	0,011	116	1063	116	0,157	−8	0,004	−28	354	−28

Выводы. 1. Был произведен расчет исходной схемы с учетом геометрической нелинейности. Результаты расчетов показали, что хотя влияние продольных сил при динамическом расчете упругой системы оказалось не очень сильным, увеличение перемещений и усилий составило около 5 %, учет геометрической нелинейности приводит к тому, что гибкие сооружения, работающие за пределом упругости, могут потерять устойчивость вследствие возникновения дополнительных моментов.

2. Был рассмотрен спектральный метод расчета. Значения откликов, полученные данным методом, значительно превышают значения, полученные при упругом динамическом расчете.

3. Была реализована методика шагового интегрирования для расчета исходной системы на сейсмические воздействия с учетом физической нелинейности. Переход материала конструкции в упругопластическую стадию привел к прогрессирующему обрушению конструкции.

4. Чтобы избежать явного неупругого анализа конструкций при проектировании, способность конструкции к рассеянию энергии в действующих нормах проектирования учитывается посредством выполнения упругого анализа на основании расчетного спектра реакции путем введения коэффициента редукции для упругого спектра реакции или коэффициента K_1 , учитывающего допускаемые повреждения зданий и сооружений.

Conclusions. 1. The original scheme calculation was done, considering geometric nonlinearity. The results showed that though longitudinal forces influence in elastic system calculation was not very strong, the increase of transitions and strains was equal to 5 %. Considering geometric nonlinearity leads to the loss of stability of elastic constructions working above the elastic limit, because of extra moments appearing.

2. We have regarded spectral calculation method. The response values of this method exceed highly the results, obtained by elastic dynamic analysis.

3. Step-by-step integration method was used to calculate the original system in seismic impact, considering physical nonlinearity. The transition of construction material to elastic plastic stage led to progressive construction failure.

4. To avoid non linear construction analysis in design, construction ability to energy dispersing, in the given design norms, is considered by elastic analysis based on calculated specter of reaction with the use of reduction coefficient for elastic specter of reaction or coefficient K_1 , considering accepted damages of buildings and constructions.

Такой подход является общепринятым, но результаты последних исследований в области сейсмостойкого строительства свидетельствуют о возможном возникновении дефицита сейсмостойкости при проектировании зданий и сооружений с использованием данной методики. Проведенное исследование привело к аналогичным выводам.

При воздействии разных землетрясений одна и та же конструкция может вести себя совершенно по-разному. Поэтому ограничиваться лишь спектральным методом недопустимо, особенно при расчетах высотных, уникальных и ответственных сооружений.

Such an approach is generally accepted, but the results of the latest researches in seismic construction show the possibility of further deficiency of seismic resistance in design of constructions and buildings with the use of the given method. The research did the similar conclusion.

The same construction behaves differently under different earthquake attacks. That is why we should not limit ourselves to the use of spectral methods, which is especially true in structural analysis of high-rise, unique and important buildings.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. СНиП II-7—81. Строительство в сейсмических районах. М. : Госстрой, 1981, 129 с.
2. Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance — Part 1: General Rules, Seismic actions and Rules for Buildings. European Committee for Standardization. Brussels, 2003. 229 p.
3. Мкртычев О.В., Джинчвелашвили Г.А. Проблемы учета нелинейностей в теории сейсмостойкости (гипотезы и заблуждения). М. : МГСУ, 2012. 192 с.
4. Мкртычев О.В., Джинчвелашвили Г.А. Анализ устойчивости здания при аварийных воздействиях // Наука и техника транспорта. 2002. № 2. С. 34—41.
5. Мкртычев О.В., Мясникова Е.С. Исследование реакции высотного здания на сейсмические воздействия // Строительная механика и расчет сооружений. 2009. № 1. С. 38—40.
6. Джинчвелашвили Г.А., Колесников А.В. Развитие спектральной теории в прикладных задачах теории сейсмостойкости // Сейсмостойкое строительство и безопасность сооружений. 2009. № 3. С. 21—24.
7. Джинчвелашвили Г.А., Колесников А.В. Расчет многоэтажных зданий по спектральной и спектрально-волновой теории сейсмостойкости // Экспериментальные исследования сейсмостойкости зданий и развитие теории сейсмостойкости. М. : НИИ «Строительство», 2009. С. 218—233.
8. Бирбраер А.Н. Расчет конструкций на сейсмостойкость. СПб. : Наука, 1998. 255 с.
9. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. М. : Стройиздат, 1979. 320 с.
10. Шаблинский Г.Э., Джинчвелашвили Г.А., Зубков Д.А. Сейсмостойкость строительных конструкций атомных электростанций. М. : Изд-во АСВ, 2010. 216 с.
11. Джинчвелашвили Г.А. Оценка влияния конечных величин перемещений и

REFERENCES

1. SNiP II-7—81. Stroitel'stvo v seysmicheskikh rayonakh [Construction Norms and Requirements. Construction in Seismic Regions]. Moscow, Gosstroy Publ., 1981, 129 p.
2. Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance — Part 1: General Rules, Seismic Actions and Rules for Buildings. European Committee for Standardization, Brussels, 2003, 229 p.
3. Mkrtychev O.V., Dzhinchvelashvili G.A. Problemy ucheta nelineynostey v teorii seysmostoykosti (gipotezy i zabluzhdeniya) [The Problem of Nonlinearities in Seismic Resistance Theory (Anticipations and Errors)]. Moscow, MGSU Publ., 2012, 192 p.
4. Mkrtychev O.V., Dzhinchvelashvili G.A. Analiz ustoychivosti zdaniya pri avariynnykh vozdeystviyakh [Building Sustainability Analysis under Accidental Impacts]. *Nauka i tekhnika transporta* [Transport Science and Technics]. 2002, no. 2, pp. 34—41.
5. Mkrtychev O.V., Myasnikova E.S. Issledovanie reaktсии vysotnogo zdaniya na seysmicheskie vozdeystviya [The Research of High-Rise Building Reaction to Seismic Impacts]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy* [Structural Mechanics and Structural Analysis]. 2009, no. 1, pp. 38—40.
6. Dzhinchvelashvili G.A., Kolesnikov A.V. Razvitie spektral'noy teorii v prikladnykh zadachakh teorii seysmostoykosti [Development of Spectral Theory in Application Tasks of Seismic Resistance Theory]. *Seysmostoykoe stroitel'stvo i bezopasnost' sooruzheniy* [Anti-seismic Construction and Structural Safety]. 2009, no. 3, pp. 21—24.
7. Dzhinchvelashvili G.A., Kolesnikov A.V. Raschet mnogoetazhnykh zdaniy po spektral'noy i spektral'no-volnovoy teorii seysmostoykosti [High-Rise Buildings Structural Analysis in Spectral and Spectral Wave Theory of Seismic Resistance]. *Ekspperimental'nye issledovaniya seysmostoykosti zdaniy i razvitie teorii seysmostoykosti* [Experimental Research of Buildings Seismic Resistance and the Development of Seismic Resistance Theory]. Moscow. FGUP NITs «Stroitel'stvo» Publ., 2009, pp. 218—233.
8. Birbraer A.N. Raschet konstruktсий na seysmostoykost' [Structural Analysis of Seismic Resistance]. St. Petersburg, Nauka Publ., 1998, 255 p.
9. Klaf R., Penzien Dzh. Dinamika sooruzheniy [Structural Dynamics]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1979, 320 p.
10. Shablinskiy G.E., Dzhinchvelashvili G.A., Zubkov D.A. Seysmostoykost' stroitel'nykh konstruktсий atomnykh elektrostantsiy [Seismic Resistance of Building Structures of Power Stations]. Moscow, ASV Publ., 2010, 216 p.
11. Dzhinchvelashvili G.A. Otsenka vliyaniya konechnykh velichin peremeshcheniy i uglov vrashcheniya pri prostranstvennykh sey-

углов вращения при пространственных сейсмических колебаниях сооружений : дисс. ... канд. техн. наук. М., 1985. 310 с.

12. Джинчвелашвили Г.А., Булушев С.В.

Исследование колебаний высотных сооружений с учетом поперечного сдвига // Сборник докладов научно-технической конференции Института фундаментального образования МГСУ по итогам научно-исследовательских работ студентов и молодых ученых МГСУ за 2011/2012 учебный год. М. : МГСУ, 2012. С. 204—210.

smicheskikh kolebaniyakh sooruzheniy [Assessment of Final Quantities of Shifts and Rotation Angles under Seismic 3D Vibration of Buildings]. Dissertation of the Candidate of Technical Sciences. 1985, 310 p.

12. Dzhinchvelashvili G.A., Bulushev S.V. Issledovanie kolebaniy vysotnykh sooruzheniy s uchetoм poperechnogo sdviga [Research of High-Rise Building Oscillations Considering Cross-Sectional Shift]. *Sbornik dokladov nauchno-tehnicheskoy konferentsii Instituta fundamental'nogo obrazovaniya MGSU po itogam nauchno-issledovatel'skikh rabot studentov i molodykh uchenykhov MGSU za 2011/2012 uchebnyy god* [Book of Reports of Scientific Research Conference of Students and Young Scientists of MGSU Fundamental Education Institute for 2011/2012 Academic Year]. Moscow, MGSU Publ., 2012, pp. 204—210.

Поступила в редакцию в марте 2014 г.

Received in March 2014

Об авторах: **Джинчвелашвили Гурам Автандилович**, кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры сопротивления материалов, **Московский государственный строительный университет (ФГБОУ ВПО «МГСУ»)**, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, guram2004@yandex.ru;

Булушев Сергей Валерьевич, аспирант кафедры сопротивления материалов, **Московский государственный строительный университет (ФГБОУ ВПО «МГСУ»)**, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, sergey.bulushev@gmail.com.

About the authors: **Dzhinchvelashvili Guram Avtandilovich**, Candidate of Technical Sciences, Professor, Department of Strength of Materials, **Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)**, 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; guram2004@yandex.ru;

Bulushev Sergey Valer'evich, postgraduate student, Department of Strength of Materials, **Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)**, 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; sergey.bulushev@gmail.com.

Для цитирования:

Джинчвелашвили Г.А., Булушев С.В. Колебания высотных зданий при сейсмическом воздействии с учетом физической и геометрической нелинейности [Электронный ресурс] // Строительство: наука и образование. 2014. № 2. Ст. 1. Режим доступа: <http://www.nso-journal.ru>.

For citation:

Dzhinchvelashvili G.A., Bulushev S.V. Kolebaniya vysotnykh zdaniy pri seysmicheskom vozdeystvii s uchetoм fizicheskoy i geometricheskoy nelineynosti [Oscillations of high-rise buildings under seismic influence considering physical and geometric non-linearity]. *Stroitel'stvo: nauka i obrazovanie* [Construction: Science and Education]. 2014. no. 2, paper 1. Available at: <http://www.nso-journal.ru>.