МАТЕМАТИКА

УДК 517.929.4+519.21

DOI: 10.21779/2542-0321-2019-34-2-58-65

Р.И. Кадиев^{1, 2}, З.И. Шахбанова¹

Устойчивость решений систем линейных разностных уравнений Ито с запаздыванием относительно начальных данных

¹ Дагестанский государственный университет; Россия, 367001, Махачкала, ул. М. Гаджиева, 43а; kadiev_r@mail.ru;

² Дагестанский научный центр РАН; Россия, 367001, г. Махачкала, ул. М. Гаджиева, 45

В статье рассмотрены некоторые вопросы устойчивости решений систем линейных разностных уравнений Ито с запаздыванием по отношению к начальным функциям и значениям. Изучение этих вопросов проведено преобразованием исходной системы в более простую с помощью вспомогательной системы, для которой наличие исследуемой устойчивости можно проверить непосредственно. При этом использованы результаты теории положительно обратимых матриц. Получены достаточные условия моментной устойчивости решений для исследуемых систем. Эти достаточные условия сформулированы в терминах положительной обратимости некоторых матриц, построенных по параметрам рассматриваемых систем линейных разностных уравнений Ито с последействием. Выполнимость полученных условий проверена в случае конкретных классов исследуемых систем.

Ключевые слова: *устойчивость решений, разностные уравнения Ито, метод вспомогательных уравнений.*

Введение

Для разностных уравнений Ито с последействием вопросы устойчивости решений недостаточно изучены. В работах [1–3] исследованы некоторые вопросы моментной устойчивости решений для линейных разностных уравнений Ито с последействием по отношению к начальным функциям и значениям. В случае линейных детерминированных разностных уравнений с последействием устойчивость решений исследовалась в основном классическим методом. Этот метод предполагает существование подходящей функции – функции Ляпунова–Красовского–Разумихина (функционала Ляпунова–Красовского), наличие которой обеспечивает соответствующая устойчивость решений исследуемых уравнений. С другой стороны, при исследовании различных вопросов устойчивости решений для линейных детерминированных функционально-дифференциальных уравнений высокую эффективность показал метод вспомогательных уравнений. Идеи этого метода изложены в работе [4]. Этот метод на случай линейных стохастических функционально-дифференциальных уравнений распространен в работах [5–7]. В работе [4] этим методом исследованы вопросы устойчивости решений для систем линейных детерминированных разностных уравнений с последействием.

В статье освещены некоторые вопросы моментной устойчивости решений систем линейных разностных уравнений Ито с запаздыванием по отношению к начальным

функциям и значениям. Исследования проведены методом модельных или вспомогательных уравнений. При этом использованы результаты теории положительно обратимых матриц. Получены достаточные условия устойчивости решений для исследуемых систем. Эти достаточные условия сформулированы в терминах положительной обратимости некоторых матриц, построенных по параметрам рассматриваемых систем линейных разностных уравнений Ито с последствием. Выполнимость полученных условий проверена в случае конкретных классов систем линейных разностных уравнений Ито с запаздыванием.

Предварительные сведения и объект исследования

Пусть $(\Omega, \mathfrak{F}, (\mathfrak{F}_t)_{t \geq 0}, P)$ – стохастический базис; k^n – линейное пространство n -мерных $\mathfrak{F}_s$ -измеримых случайных величин; $B_i, i = 2, \dots, m$ – скалярные стандартные независимые винеровские процессы; $1 \leq p < \infty$; c_p – положительное число, зависящее от p [9, с. 65]; E – обозначение для математического ожидания; $\|\cdot\|$ – норма вектора в нормированном пространстве R^n ; $\|\cdot\|$ – норма $n \times m$ -матрицы, согласованная с нормой вектора в R^m , N – множество натуральных чисел; $N_+ = \{0\} \cup N$; $\bar{E}$ – единичная матрица размерности $n \times n$; $\bar{R}$ – множество целых чисел.

Пусть $B = (b_{ij})_{i,j=1}^m$ – $m \times m$ -матрица. Если для этой матрицы имеют место неравенства $b_{ij} \geq 0$, $i, j = 1, \dots, m$, то матрицу B называют неотрицательной. Матрицу B называют положительной, если для этой матрицы выполнены неравенства $b_{ij} > 0$, $i, j = 1, \dots, m$.

Определение 1. [10] Матрица $B = (b_{ij})_{i,j=1}^m$ называется M -матрицей, если для этой матрицы имеет место $b_{ij} \leq 0$ при $i, j = 1, \dots, m$ и $i \neq j$, а также выполнено хотя бы одно из следующих перечисленных условий:

- для матрицы B существует обратная матрица B^{-1} , и она положительная;
- все диагональные миноры матрицы B являются положительными числами.

Лемма 1. [10, с. 338] Матрица B является M -матрицей, если для этой матрицы имеет место неравенство $b_{ij} \leq 0$ при $i, j = 1, \dots, m$ и $i \neq j$, а также выполнено хотя бы одно из следующих условий:

$$-b_{ii} \geq \sum_{j=1, j \neq i}^m |b_{ij}|, \quad i = 1, \dots, m;$$

$$-b_{jj} \geq \sum_{i=1, i \neq j}^m |b_{ij}|, \quad j = 1, \dots, m;$$

– существуют положительные числа ξ_i , $i = 1, \dots, m$ такие, что $\xi_i b_{ii} \geq \sum_{j=1, j \neq i}^m \xi_j |b_{ij}|$, $i = 1, \dots, m$;

– существуют положительные числа ξ_i , $i = 1, \dots, m$ такие, что $\xi_j b_{jj} \geq \sum_{i=1, i \neq j}^m \xi_i |b_{ij}|$, $j = 1, \dots, m$.

Нами были исследованы вопросы моментной устойчивости решений для системы линейных разностных уравнений Ито с последствием следующего вида:

$$x(s+1) = x(s) + \sum_{j=-\infty}^s [A_1(s, j)x(j)]h + \sum_{i=2}^m \sum_{j=-\infty}^s [A_i(s, j)x(j)](B_i((s+1)h) - B_i(sh)) \quad (s \in N_+), \quad (1)$$

относительно начальных данных

$$x(j) = \varphi(j) \quad (j < 0), \quad (1a)$$

$$x(0) = b, \quad (1b)$$

где: $x(s)$ – n -мерная $\mathfrak{F}_s$ -измеримая случайная величина при $s \in N_+$; h – достаточно малое положительное действительное число; $A_i(s, j)$ – $n \times n$ -матрица, у которой элементы $\mathfrak{F}_s$ -измеримые скалярные случайные величины при $i = 1, \dots, m$, $j = -\infty, \dots, s$, $s \in N_+$; $\varphi(j)$ – n -мерная $\mathfrak{F}_s$ -измеримая случайная величина при всех $j < 0$; $b \in \mathbb{K}^n$.

Определение 2. Решением системы (1), удовлетворяющей условиям (1a), (1b), называют последовательность случайных величин $x(s)$ ($s \in \bar{R}$) таких, что $x(j) = \varphi(j)$, $j < 0$, $x(0) = b$, $x(s)$ – n -мерная $\mathfrak{F}_s$ -измеримая случайная величина при $s \in N_+$, удовлетворяющая системе (1) (1) P почти всюду.

Известно, что при сделанных предположениях задача (1), (1a), (1b) имеет единственное решение. В этом можно убедиться также непосредственно. В дальнейшем через $x_\varphi(s, b)$ ($s \in \bar{R}$) обозначим решение задачи (1), (1a), (1b). Очевидно, что система (1) при нулевых начальных условиях (1a), (1b) имеет только тривиальное решение.

Система линейных разностных уравнений Ито с ограниченным запаздыванием

$$x(s+1) = x(s) + \sum_{j=s-d_0}^s [\bar{A}_1(s, j)x(j)]h + \sum_{i=2}^m \sum_{j=s-d_i}^s [\bar{A}_i(s, j)x(j)](B_i((s+1)h) - B_i(sh)) \quad (s \in N_+), \quad (2)$$

где $x(s)$ – n -мерная $\mathfrak{F}_s$ -измеримая случайная величина при $s \in N_+$, $d_i \in N_+$, $i = 0, 1, \dots, m$, h – достаточно малое положительное действительное число, $\bar{A}_i(s, j)$ – $n \times n$ – матрица, элементы которой скалярные $\mathfrak{F}_s$ -измеримые случайные величины при $i = 1, \dots, m$, $j = 0, \dots, s$, $s \in N_+$; $\varphi(j)$ – n -мерная $\mathfrak{F}_s$ -измеримая случайная величина при всех $j < 0$ является частным случаем системы (1). Система (2) является системой линейных «обыкновенных» разностных уравнений Ито, если для системы (2) имеет место $d_i = 0$, $i = 0, 1, \dots, m$.

Введем следующее обозначение линейного нормированного подпространства линейного пространства k^n :

$$k_p^n = \{\alpha : \alpha \in k^n(T), \|\alpha\|_{k_p^n} \stackrel{\text{def}}{=} (E|\alpha|^p)^{1/p} < \infty\}.$$

Определение 3. Тривиальное решение системы (1) назовем:

– *p -устойчивым* относительно начальных данных, если для любого $\varepsilon > 0$ найдется такое $\delta(\varepsilon) > 0$, что для любых $\varphi(j)$, $j < 0$ и $b \in k_p^n$ из неравенства $E|b|^p + \sup_{j < 0} E|\varphi(j)|^p < \delta$ следует оценка $E|x_\varphi(s, b)|^p \leq \varepsilon$ при $s \in N_+$;

– асимптотически p -устойчивым относительно начальных данных, если оно p -устойчиво относительно начальных данных, и, кроме того, для любых $\varphi(j)$, $j < 0$ и $b \in k_p^n$ из неравенства $E|x_0|^p + \sup_{j<0} E|\varphi(j)|^p < \delta$ будет следовать $\lim_{s \rightarrow +\infty} E|x_\varphi(s, b)|^p = 0$;

– экспоненциально p -устойчивым относительно начальных данных, если найдутся такие числа $\bar{c} > 0$, $\beta > 0$, что будет выполнено неравенство $E|x_\varphi(s, b)|^p \leq \bar{c}(E|b|^p + \sup_{j<0} E|\varphi(j)|^p) \exp\{-\beta s\}$ ($s \in N_+$).

Замечание. Для упрощения записей в дальнейшем вместо словосочетания « p -устойчивым относительно начальных данных» будем употреблять словосочетание « p -устойчивым».

Через d^n обозначим линейное пространство решений системы (1) при начальных условиях (1a), (1b). Для линейного пространства последовательностей n -мерных $\mathfrak{S}_s$ -измеримых случайных величин $\varphi(j)$, $j = -1, -2, \dots$ будем пользоваться обозначением l^n . Через $\gamma(s)$ ($s \in N_+$) обозначим последовательность положительных, действительных чисел.

Нами также будут использованы следующие обозначения линейных нормированных подпространств линейных пространств d^n , l^n :

$$m_p^\gamma = \{x : x \in d^l, \|x\|_{m_p^\gamma} = \sup_{s \in N_+}^{def} (E|\gamma(s)x(s)|^p)^{1/p} < \infty\} (m_p^1 = m_p);$$

$$l_p = \{\varphi : \varphi \in l^l, \|\varphi\|_{l_p} = \sup_{j<0}^{def} (E|\varphi(j)|^p)^{1/p} < \infty\}.$$

Определение 3. Тривиальное решение системы (1) назовем m_p^γ -устойчивым относительно начальных данных (или короче m_p^γ -устойчивым), если для $b \in k_p^n$ и $\varphi \in l_p$ имеем $x_\varphi(\cdot, b) \in m_p^\gamma$ и $\|x_\varphi(\cdot, b)\|_{m_p^\gamma} \leq c(\|b\|_{k_p^n} + \|\varphi\|_{l_p})$, где c – некоторое положительное число.

Нетрудно убедиться в том, что:

1) если $\gamma(s) = 1$ ($s \in N_+$) и тривиальное решение системы (1) m_p^γ -устойчиво, то тривиальное решение системы (1) p -устойчиво;

2) если $\gamma(s) \geq \delta$ ($s \in N_+$) для некоторого $\delta > 0$, $\lim_{s \rightarrow +\infty} \gamma(s) = +\infty$ и тривиальное решение системы (1) m_p^γ -устойчиво, то тривиальное решение системы (1) асимптотически p -устойчиво;

3) если $\gamma(s) = \exp\{\beta s\}$ ($s \in N_+$) для некоторого $\beta > 0$ и тривиальное решение системы (1) m_p^γ -устойчиво, то тривиальное решение системы (1) экспоненциально p -устойчиво.

Метод исследования и основной результат

Как было отмечено во введении, устойчивость тривиального решения системы (1) по отношению к начальным данным мы будем исследовать преобразованием исходной системы (1) в другую, более простую, с помощью вспомогательной (модельной) систе-

мы, для которой легко и непосредственно можно проверить условия, обеспечивающие моментную устойчивость тривиального решения системы (1) относительно начальных функций и значений.

Вместе с задачей (1), (1a), (1b) рассмотрим систему линейных разностных уравнений Ито с запаздыванием вида

$$x(s+1) = x(s) + \sum_{j=0}^s [B(s, j)x(j) + f(s)]h \quad (s \in N_+), \quad (3)$$

где h – также достаточно малое положительное действительное число, $B(s, j) – n \times n$ – матрица, элементами которой являются некоторые числа при $j = 0, \dots, s$, $s \in N_+$, $f(s)$ – некоторая n -мерная $\mathfrak{F}_s$ -измеримая случайная величина при $s \in N_+$.

Систему (3) называют однородной, если она имеет вид

$$x(s+1) = x(s) + \sum_{j=0}^s [B(s, j)x(j)]h \quad (s \in N_+). \quad (4)$$

Определение 4. Матрицу $X(s, \tau)$ ($s, \tau \in N_+, 0 \leq \tau \leq s$) размерности $n \times n$, столбцами которой являются решения системы (4) и $X(\tau, \tau) = \bar{E}$, назовем фундаментальной матрицей для системы (3).

Приведем следующую лемму, доказанную в работе [2], которой будем пользоваться в дальнейшем.

Лемма. Для решения системы (3) $x(s)$ ($s \in N_+$), проходящей через x_0 , имеет место следующее представление:

$$x(s) = X(s, 0)x_0 + \sum_{\tau=0}^{s-1} X(s, \tau+1)f(\tau)h \quad (s \in N_+). \quad (5)$$

Используя систему (2) и лемму, задачу (1), (1a), (1b) можно записать в следующем эквивалентном виде:

$$x(s) = X(s, 0)b + (\Theta x)(s) + (C\varphi)(s) \quad (s \in N_+), \quad (6)$$

где $(\Theta x)(s) = \sum_{\tau=0}^{s-1} X(s, \tau+1) \left[\sum_{j=0}^{\tau} [A_1(\tau, j) - B(\tau, j)]x(j)h + \sum_{i=2}^m \sum_{j=0}^{\tau} A_i(s, j)x(j) \int_{\tau h}^{(\tau+1)h} dB_i((\zeta)) \right],$

$$(C\varphi)(s) = \sum_{\tau=0}^{s-1} X(s, \tau+1) \left[\sum_{j=-\infty}^1 A_1(\tau, j)\varphi(j)h + \sum_{i=2}^m \sum_{j=-\infty}^1 A_i(s, j)\varphi(j) \int_{\tau h}^{(\tau+1)h} dB_i((\zeta)) \right].$$

Приведем следующую теорему, доказанную в [1]. В справедливости этой теоремы также можно убедиться и непосредственно.

Теорема 1. Пусть для некоторой положительной последовательности $\gamma(s)$ ($s \in N_+$) и для любых $x \in m_p^\gamma$, $\varphi \in l_p$, $b \in k_p^n$ имеем $X(., 0) \in m_p^\gamma$, $C\varphi \in m_p^\gamma$, $\|X(., 0)\|_{m_p^\gamma} \leq c_1 \|b\|_{k_p^n}$, $\|\Theta x\|_{m_p^\gamma} \leq c_2 \|x\|_{k_p^n}$, $\|C\varphi\|_{m_p^\gamma} \leq c_3 \|\varphi\|_{l_p}$, где c_1, c_2, c_3 – некоторые положительные числа и $c_2 < 1$. Тогда тривиальное решение системы (1) m_p^γ -устойчиво.

На основе этой теоремы в работе [2] были получены достаточные условия моментной устойчивости тривиального решения некоторых систем вида (1) в терминах параметров этих систем.

Обозначим теперь $x(s) = \text{col}(x_1(s), \dots, x_n(s)) \quad (s \in N_+)$,
 $\bar{x}_i^\gamma = \sup_{s \in N_+} (E|\gamma(s)x_i(s)|^{2p})^{1/2p} \quad (\bar{x}_i = \bar{x}_i)$, $\bar{x}^\gamma = \text{col}(\bar{x}_1^\gamma, \dots, \bar{x}_n^\gamma) \quad (\bar{x}^1 = \bar{x})$, $\bar{e} = \text{col}(1, \dots, 1)$ –

n -мерный вектор

Пусть в силу каждого уравнения системы (6) нам удалось получить матричное неравенство вида

$$\bar{E}\bar{x}^\gamma \leq \bar{C}\bar{x}^\gamma + \bar{c}\|b\|_{k_{2p}^n} \bar{e} + \bar{c}\|\varphi\|_{l_{2p}} \bar{e}, \quad (7)$$

где $\bar{C}$ – некоторая $n \times n$ -матрица, $\bar{c}, \bar{c}$ – некоторые положительные числа.

Тогда справедлива следующая теорема.

Теорема 2. Если для неравенства (7) матрица $\bar{E} - \bar{C}$ является M -матрицей, то тривиальное решение системы (1) m_p^γ -устойчиво.

Доказательство. В силу условий теоремы матрица $\bar{E} - \bar{C}$ обратима и обратная матрица $(\bar{E} - \bar{C})^{-1}$ положительна. В силу положительной обратимости матрицы $\bar{E} - \bar{C}$ неравенство (7) можно переписать в следующем виде:

$$\bar{E}\bar{x}^\gamma \leq (\bar{E} - \bar{C})^{-1} (\bar{c}\|b\|_{k_{2p}^n} \bar{e} + \bar{c}\|\varphi\|_{l_{2p}} \bar{e}).$$

Тогда из предыдущего неравенства получаем

$$\bar{E}\bar{x}^\gamma \leq K (\bar{c}\|b\|_{k_{2p}^n} \bar{e} + \bar{c}\|\varphi\|_{l_{2p}} \bar{e}), \quad (8)$$

где $K \leq \|(\bar{E} - \bar{C})^{-1}\| \bar{e} \max\{\bar{c}, \bar{c}\}$. Поскольку $x_\varphi(t, b) = x(t)$ и $\|x_\varphi(., b)\|_{m_{2p}^\gamma} \leq |\bar{x}^\gamma|$, то из неравенства (8) следует, что для любых $b \in k_p^n$ и $\varphi \in l_p$ имеем $x_\varphi(., b) \in m_p^\gamma$ и $\|x_\varphi(., b)\|_{m_p^\gamma} \leq c(\|b\|_{k_p^n} + \|\varphi\|_{l_p})$, где c – некоторое положительное число. Следовательно, тривиальное решение системы (1) m_p^γ -устойчиво.

Теорема доказана.

Пример. Рассмотрим систему двух линейных скалярных обыкновенных разностных уравнений Ито:

$$\begin{aligned} x_1(s+1) &= x_1(s) + (a_{11}^1(s)x_1(s) + a_{12}^1(s)x_2(s))h + \\ &+ \sum_{i=2}^m (a_{11}^i(s)x_1(s) + a_{12}^i(s)x_2(s))(B_i((s+1)h) - B_i(sh)) \quad (s \in N_+), \\ x_2(s+1) &= x_2(s) + (a_{21}^1(s)x_1(s) + a_{22}^1(s)x_2(s))h + \\ &+ \sum_{i=2}^m (a_{21}^i(s)x_1(s) + a_{22}^i(s)x_2(s))(B_i((s+1)h) - B_i(sh)) \quad (s \in N_+), \end{aligned} \quad (9)$$

где h – достаточно малое положительное действительное число, a_{lk}^i – некоторые действительные числа при $i = 1, \dots, m$, $l, k = 1, 2$, $s \in N_+$.

Утверждение 1. Пусть для системы (9) выполнены условия:

$$1) \ c_{lk} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{s=0}^{\infty} \left[|a_{lk}^1(s)|h + c_p \sum_{i=2}^m |a_{lk}^i(s)|\sqrt{h} \right] < \infty, \quad l, k = 1, 2;$$

2) матрица $\bar{E} - \bar{C}$, где $\bar{C} = (c_{lk})_{l,k=1}^2$, является M -матрицей.

Тогда тривиальное решение системы (9) m_p -устойчиво.

Справедливость утверждения 1 следует непосредственно из теоремы 2 в случае, когда в качестве модельного уравнения взята двумерная система (4), где $B(s, j) = 0$ при $j = 0, \dots, s$, $s \in N_+$.

В соответствии с утверждением 1 тривиальное решение системы (9) m_p -устойчиво, если 2×2 -матрица $\bar{E} - \bar{C}$ является M -матрицей. Является ли матрица $\bar{E} - \bar{C}$ M -матрицей, можно убедиться непосредственно. Для этого достаточно проверить, являются ли диагональные миноры матрицы $\bar{E} - \bar{C}$ положительными. В силу утверждения 1 справедливо следующее утверждение.

Утверждение 2. Пусть для системы (9) выполнены условия:

$$1) c_{lk} = \sum_{s=0}^{\infty} \left[|a_{lk}^1(s)|h + c_p \sum_{i=2}^m |a_{lk}^i(s)|\sqrt{h} \right] < \infty, \quad l, k = 1, 2;$$

$$2) 1 - c_{11} > 0, (1 - c_{11})(1 - c_{22}) - c_{12}c_{21} > 0.$$

Тогда тривиальное решение системы (9) m_p -устойчиво.

Литература

1. Kadiev R., Ponosov A. Exponential stability of Ito-type linear functional difference equations // Computers & Mathematics with Applications. – 2013. – V. 66, № 11. – P. 2295–2306.
2. Кадиев Р.И. Устойчивость решений систем линейных разностных уравнений Ито с последствием относительно начальных данных // Дифференциальные уравнения. – 2015. – Т. 51, № 7. – С. 842–850.
3. Кадиев Р.И., Шахбанова З.И. Устойчивость по начальным данным по части переменных решений линейных систем функционально-разностных уравнений Ито // Вестник ДГУ. – 2015. – Вып. 1. – С. 11–18.
4. Березанский Л.М. Развитие W-метода Н.В. Азбелева в задачах устойчивости решений линейных функционально-дифференциальных уравнений // Диф. уравнения. – 1986. – Т. 22, № 5. – С. 739–750.
5. Idels L., Kadiev R., Ponosov A. Stability of High-Order Linear Itô Equations with Delays // Applied Mathematics. – 2018. – № 9. – P. 250–263.
6. Kadiev R., Ponosov A. Lyapunov Stability of the Generalized Stochastic Pantograph Equation // Journal of Mathematics. – 2018. – Vol. 09, № 03. Article ID 7490936, 9 pages.
7. Кадиев Р.И., Поносов А.В. Положительная обратимость матриц устойчивости дифференциальных уравнений Ито с запаздываниями // Диф. уравнения. – 2017. – Т. 53, № 5. – С. 579–590.
8. Berezansky L., Braverman E. On exponential dichotomy, Bohl Perron type theorems and stability of difference equations // J. Mat. Anal. Appl. – 2005. – № 304. – P. 511–530.
9. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Теория мартингалов. – М.: Наука, 1986.
10. Беллман Р. Введение в теорию матриц. – М.: Наука, 1969.

Поступила в редакцию 17 января 2019 г.

UDC 517.929.4+519.21

DOI: 10.21779/2542-0321-2019-34-2-58-65

Stability of solutions of Ito linear difference equations systems with delay relative to the initial data

R.I. Kadiev^{1,2}, Z.I. Shakhbanova¹

¹ *Dagestan State University; Russia, 367001, Makhachkala, M. Gadzhiev st., 43a; kadiev_r@mail.ru*

² *Dagestan Scientific Center of RAS; Russia, 367001, Makhachkala, M. Gadzhiev st., 45*

The article deals with some issues of stability of solutions of linear difference equations of Ito systems with delay regarding to the initial functions and values. The study of these issues is carried out by converting the original system into a simpler one by means of an auxiliary system where the presence of the stability can be directly checked. The results of the theory of positively reversible matrices have been used. In this paper we obtain sufficient conditions for the torque stability of solutions for the studied systems. These sufficient conditions are formulated in terms of positive reversibility of some matrices constructed by the parameters of the considered systems of linear difference equations of Ito with aftereffect. The feasibility of the obtained conditions is verified in the case of specific classes of studied systems.

Keywords: *stability of solutions, difference equations of Ito, method of auxiliary equations.*

Received 17 January, 2019