УДК 519.1

DOI: 10.21779/2542-0321-2018-33-2-14-16

С.А. Лавренченко¹, А.М. Магомедов², А.А. Фролова¹

Приложения теории графов в рамках концепции Лин

¹ Российский государственный университет туризма и сервиса; Россия, 141221, Московская обл., Пушкинский район, дп Черкизово, ул. Главная, 99; lawrencenko@hotmail.com, orsha1969@rambler.ru;

² Дагестанский государственный университет; Россия, 367001, Махачкала, ул. М. Гаджиева, 43а; magomedtagirl@yandex.ru

В рамках концепции Лин – дополнительного к Шести сигмам инструментария, призванного организовать производственный или сервисный процесс с минимизацией потерь, выполнен краткий обзор соответствующих результатов, полученных авторами по теории графов: общая концепция логистической сети для моделирования сервиса любого рода, доставляемого между узлами данной сети; алгоритмы для информационного обеспечения логистических сетей; специальная раскраска графа как эффективная модель для решения задачи составления расписаний без простоев; наилучшая общая нижняя оценка числа избыточных вершин в произвольном ШКАЛИ-графе, точная при любом значении связности, превышающем единицу, и др.

Ключевые слова: *сеть, раскраска, связность, вершина, расписание.*

Лин (Lean) Шести сигм – это дополнительный к Шести сигмам инструментарий, направленный на организацию производственного или сервисного процесса с минимальными потерями (материальными или временными): потери → min. Переработки, ремонты и отходы часто являются результатом чрезмерной вариативности, поэтому существует очевидная связь между Лином и Шестью сигмами [9]. В рамках концепции Лин в данной краткой обзорной статье будут приведены и обсуждены соответствующие результаты, полученные авторами по теории графов и сетей.

В работах [4, 5] предлагается общая концепция логистической сети для моделирования сервиса любого рода, доставляемого по звеньям (каналам) между узлами данной сети. Логистические сети возникают везде, где имеет место передача по звеньям любой материальной субстанции или материальных объектов (например, зарегистрированного багажа на авиарейсах), а также финансов, энергии или информации. Конкретные типы логистических сетей рассматриваются в [3] с философской точки зрения.

Пусть граф G моделирует некоторую логистическую сеть. Вершины графа представляют узлы сети, а ребра графа – её звенья. Вершина графа G называется *существенной*, если удаление этой вершины приводит к уменьшению связности графа, и *избыточной* в противном случае. С точки зрения надёжности сети, существенные узлы считаются критическими, а избыточные – гарантированно безопасными.

Всякий простой связный граф G порядка > 3 , связности k и с минимальной вершинной степенью δ , который удовлетворяет неравенству

$$\delta \geq \frac{1}{2}(3k - 1),$$

называется *ШКАЛИ-графом* в честь Шартрана, Каугарса и Лика (Chartrand, Kaugars and Lick), показавшими [10, упр. 5.25], что в каждом ШКАЛИ-графе связности $k > 2$

найдётся хотя бы одна избыточная вершина. Далее, Сырбу и Лозовану [1, § 2.2, упр. 10] показали, что если связность ШКАЛИ-графа равна 2, то число избыточных вершин не меньше 4. Наконец, в [8] получена наилучшая общая нижняя оценка числа избыточных вершин в произвольном ШКАЛИ-графе G , точная при любом значении $k > 1$. Эта оценка равна $k + 2$ или $k + 1$ в зависимости от того, чётно ли k или нечётно (соответственно). Например, у ШКАЛИ-графа на рис. 1 ($\delta = 3$, $k = 2$) имеются $k + 2 = 4$ избыточные вершины.

Рис. 1. Пример ШКАЛИ-графа

Однако с развитием блокчейн-технологий снижается практическая актуальность затронутой в предыдущем абзаце тематики, поскольку эти технологии идут в фарватере экстенсивного пути развития и вообще исключают существенные узлы. В современной блокчейн-сети практически все узлы становятся практически избыточными в смысле данного выше определения (поскольку общее число узлов в сети достаточно велико).

Две вершины графа G называются *надёжно связными*, если они соединены *надёжным путём*, т. е. таким путём в G , все внутренние узлы которого избыточны. Для данного n построена [6] коммуникационная сеть с n узлами, имеющая заданное значение k связности (условие надёжности), минимально возможное число звеньев (условие оптимальности), в которой любая пара узлов (с одним исключительным узлом со всей сети) является надёжно связной (условие надёжной связности). Понятие надёжной связности обсуждается в [2] с методологической точки зрения.

В работах [4, 5] предложены алгоритмы для информационного обеспечения логистических сетей. В частности, дан алгоритм для отыскания в данной логистической сети максимально эффективной цепи из указанного узла отправления в указанный узел назначения. Алгоритм продемонстрирован на конкретном примере нахождения в данной энергетической сети максимально энергоэффективной энергетической цепи от подстанции к указанному потребителю.

Правильная рёберная раскраска графа G в цвета $1, \dots, t$ называется интервальной t -раскраской, если использованы все t цветов и для каждой вершины v графа G множество цветов ребер, инцидентных v , образует интервал подряд идущих целых чисел. Граф G называется интервально раскрашиваемым, если он интервально t -раскрашиваем для какого-нибудь целого $t > 1$. Хачатрян и Петросян [11] построили три двудольных графа, которые в принципе не допускают интервальную раскраску, имея при этом 20, 19 и 21 вершину и максимальные степени 11, 12 и 13 (соответственно).

Интервальная раскраска графа служит эффективной моделью для решения задачи составления расписаний без простоев. В работе [7] получены новые достаточные условия того, что данный граф не допускает интервальную раскраску.

Литература

1. Зыков А.А. Основы теории графов. – М.: Наука, 1987. – 384 с.

2. Лавренченко С.А. Три подхода к понятию надежной связности в коммуникационных сетях // Труды 5-й Международной конференции «Электромеханика, электро-технологии и электроматериаловедение» МКЭЭЭ-2003 (Алушта, 22–27 сент. 2003 г.) Ч. 2. – М.: Институт электротехники МЭИ (ТУ), 2003. – С. 354–357.
3. Лавренченко С.А., Горшкова Л.В., Лао Ш.С. Антагонистические логпары в социально-гуманитарных науках // Сервис plus. – 2017. – Т. 11, № 2. – С. 87–101. URL: <https://t.co/bd2GoLumFN>.
4. Лавренченко С.А., Дуборкина И.А. Алгоритмы поиска эффективных логистических цепей // Статья в открытом архиве arXiv библиотеки Корнельского университета (arXiv, Cornell University e-print repository) <http://arxiv.org/>. Итака, штат Нью-Йорк (США). 09.04.2015. № arXiv:1504.03170. URL: <https://t.co/lhU6Qdhap1>.
5. Лавренченко С.А., Дуборкина И.А. Алгоритмы поиска эффективных логистических цепей сети процесса для сферы сервиса // Сервис в России и за рубежом. – 2015. – Т. 9, № 2 (58). – С. 37–48. URL: <https://t.co/1J1PtBKLt>.
6. Lawrencenko S., Luo Q. Graphs with given connectivity properties // Networks. – 1997. – V. 30, № 4. – P. 255–261.
7. Лавренченко С.А., Магомедов А.М. Характеристический цикл раскраски графа // Вестник Дагестанского государственного университета. Сер. 1: Естественные науки. – 2015. – Вып. 6. – С. 68–73.
8. Lawrencenko S., Mao J. A sharp lower bound for the number of connectivity redundant nodes // Ars Combinatoria. – 1997. – V. 47. – P. 255–262.
9. Montgomery D.C. Introduction to Statistical Quality Control. 7th Edition. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2013. – 766 p.
10. Харари Ф. Теория графов. – М.: Мир, 1973. – 300 с.
11. Khachatryan H., Petrosyan P. Interval non-edge-colorable bipartite graphs and multigraphs // J. Graph Theory. – 2014. – V. 76, № 3. – P. 200–216.

Поступила в редакцию 15 февраля 2018 г.

UDC 519.1

DOI: 10.21779/2542-0321-2018-33-2-14-16

Applications of graph theory in the framework of the Lean concept

S.A. Lawrencenko¹, A.M. Magomedov², A.A. Frolova¹

¹ Russian State University of Tourism and Service; 141221 Russia, Moscow region, Pushkino district, Cherkizovo, Glavnaya st., 99; lawrencenko@hotmail.com, orsha1969@rambler.ru;

² Dagestan State University; Russia, 367001, Makhachkala, M. Gadzhiev st., 43a; magomedtagirl@yandex.ru

Within the concept of Lean, an instrumentarium complementary to Six Sigma, designed to organize a manufacturing or service process with minimization of losses, some relevant results in graph theory are briefly reviewed: (1) the general concept of a logistics network for modeling the services of any kind delivered between the nodes of the network, (2) algorithms for information support of logistics networks, (3) special graph colorings as an efficient model to solve the problems of scheduling with zero downtime, (4) the best general lower bound for the number of connectivity-redundant nodes in an arbitrary CKL-graph, sharp for any value of connectivity > 1 , etc.

Keywords: *network, coloring, connectivity, node, schedule.*

Received 15 February, 2018