ФИЛОСОФИЯ

УДК 004.89

DOI: 10.21779/2500-1930-2017-32-1-90-96

В.Х. Акаев

О предметной онтологии математики: за и против

Дагестанский государственный университет; Россия, 367001, г. Махачкала, ул. М. Гаджиева, 43а; filosotddgu@mail.ru

Специфика предмета математики является ключевой проблемой, изучаемой в философии математики, имеет разные способы понимания, сопряженные с различными методологиями осмысления. При её выявлении исследователь вынужден соотносить математические знания с объективной реальностью, ответить на вопрос об их адекватности реальности. Эти вопросы очень важны для анализа различных концепций философии математики.

И при этом очень важно выявить онтологические основания математики, которые никак не коррелируются с онтологическим основанием физических знаний. Выясняются общие и особенные аспекты знаний математических и знаний физических.

Ключевые слова: *предмет математики, физика, количество, пространственные формы, идеализации, абстракции.*

Под предметной онтологией науки следует понимать различные особенности её существования, свойства, состояние структуры, взаимосвязь её компонентов, их отношение к реальности. В онтологическом отношении предмет математики различен. Существующие версии её онтологизации сводятся к двум тенденциям – априоризму и реализму.

Естественные науки – это знания, полученные в результате непосредственного изучения свойств, закономерностей, определяющих сущность физических, химических, биологических и др. материальных объектов. Они являются определенными идеализациями материальных объектов, выраженных в мыслях, суждениях, знаках, символах, взаимосвязанных, упорядоченных в определенной логической последовательности.

Вместе с тем важно отметить, что в наших знаниях также выражаются свойства, отношения, произвольно сконструированные самими учеными в ходе их исследовательской, творческой деятельности. Они представляют собой абстракции, идеальные формы, дающие информацию об объекте познания.

Свою определённую предметную специфику имеет математика, отличающаяся от естественной науки, например, от физики, а последняя никак не может развиваться без использования её средств, методов. Все больше ученых склоняются к признанию того, что математика – это язык, успешно употребляемый в естественных науках, позволяющий прийти к эффективному результату, имеющему научный и практический характер.

В этой связи примечательна мысль К. Маркса о том, что наука только тогда достигнет совершенства, когда ей удастся овладеть математическими методами. Знаменитый физик В. Гейзенберг писал, что «первичным языком, который вырабатывается в процессе научного усвоения фактов, является в теоретической физике обычно язык математики, а именно математическая схема, позволяющая физикам предсказывать результаты будущих экспериментов» [1, с. 140].

Крупный советский математик А.Д. Александров, определяя предмет математики, писал: «Но математика исследует формы и отношения, полностью отвлеченные от содержания, сохраняя в них лишь то, что содержится в их определении» [2, с. 329]. Первоначально предметом математики является не отдельно взятый материальный объект, а его свойства, фиксирующие некоторые стороны реальности, например количественные отношения, пространственные формы, различные структуры. В этой связи ученый Анри Пуанкаре ставит вопрос: имеем ли мы «величину», существующую в природе, или она нами приносится туда?

Объектами познания математики являются числа, их свойства, прямые, фигуры, их площади, объемы тел, уравнения, множества, абстрактные структуры, различные математические многообразия, «возможные миры». Ныне ученые продуцируют математические структуры, порою далёкие от реальности, эмпирического опыта, имеющие весьма опосредованное отношение к ней. Они есть результат «чисто конструктивной деятельности математического мышления» [4, с. 10].

Как показывает история развития математики, первоначально она изучала натуральные, рациональные числа, фигуры, площади, а затем иррациональные числа, появившиеся в силу возникновения проблемы несоизмеримых отрезков, что обнаруживается при установлении соотношения длины стороны квадрата с его диагональю. Эти числа мистифицировались, воспринимались как некое таинство. Со временем пелена таинства спадает, поскольку возникают более удивительные новые числа – комплексные, появившиеся не из эмпирического опыта, а как результат воображения, фантазии ума математика и определенных расчетов. Комплексное же число появляется при попытках извлечения квадратного корня из отрицательных чисел. Объектами изучения математики являются числа, их свойства, отрезки, прямые, фигуры, тела, их площади, объемы, актуальная, потенциальная бесконечности, которые можно связать с реальностью, находя для них соответствующие, но далеко не изоморфные объекты, поскольку представляют некие идеальные формы, абстракции.

Можно ли связать с реальностью комплексные числа? Можно. Так, теория функций комплексной переменной ныне активно применяется при решении практических задач картографии, теплопроводности, расчета электрических цепей. Это означает, что знания (комплексные числа), не имеющие реального объекта, вполне применимы на практике и дают эффективный результат, подтверждая их истинность.

Существует определение математики, принадлежащее Ф. Энгельсу, ставшее классическим. По его мнению, «чистая математика имеет своим объектом пространственные формы и количественные отношения действительного мира» [5, с. 37]. Понятно, что пространственные формы, количественные отношения не дают целостного представления об изучаемом объекте, поскольку выражают отдельные, специфические аспекты бытия. Предмет любой естественной науки – это существующие в природе отношения, связи и законы, воспроизведенные в логике понятий, придающие им схематичный, формальный, идеальный характер. Эти идеализированные формы, описываемые языком знаков, символов, в своей совокупности составляют инструмент, формирующий язык математики. Они должны быть логически связаны между собой, но при этом в ходе выполнения тех или иных последовательных операций не должны содержать элементарных противоречий.

Каждая наука имеет собственный предмет, исходные принципы, методы и средства изучения, нормы и идеалы, на которые она опирается, используя при своем развитии. Предметные области тех или иных наук иногда пересекаются, но чаще всего расходятся, имея общие и особенные аспекты. В системе классификаций наук математика

не относится к классу естественных наук, изучающих природу, а потому ее предмет напрямую никак не коррелируется с изучением природных закономерностей (физических, астрономических, химических, биологических, медицинских, географических, технических, исторических, экономических и т. д.), хотя ее средства, методы широко используются в целях выражения этих закономерностей.

Математика также имеет собственный предмет, радикально отличающийся от предметов иных научных дисциплин. Предмет математики не подобен предмету естественной науки. Его онтология иная и сопряжена со сферой идеального, позволяющего через абстракции выявить внутренние связи и отношения изучаемого объекта. И их реальное подтверждение – практика, опыт, эксперимент, которые требуют особых условий деятельности.

Математика для естественных наук – это формализованный язык, имеющий свои символы, знаки, отношения, формулы, уравнения, структуры, широко используемые в естественных науках, а также некоторые логические операции, позволяющие выразить посредством символов природные связи и закономерности. Математические абстракции не имеют реального, материального, онтологического содержания, ибо содержание математики идеальное. Предметом математики являются не опытные, эмпирические факты, события, выявленные закономерности, а априорные знания, абстракции разного уровня образования, формально и символически их выражающие.

У Канта четко различаются как априорные и апостериорные, так и аналитические и синтетические суждения. Математические суждения – априорны, а физические знания – синтетичны. Конечно же, здесь немецкий философ придерживается историко-философских традиций, сложившихся в Античности и продолжающихся до XIX в. Эта традиция не прервана и сегодня. На её базе возникли целые направления философии математики. Начиная с Античности ставилась задача определения предмета математики. Так, для Пифагора математика – это наука, изучающая числа и связи между ними, фигуры и их формы, длины сторон, радиусов, кривых и пр. Евклид определял математику как совокупность несовместимых друг с другом абстракций, аксиом, из которых посредством дедукции выводится другая абстракция. Платон и Аристотель также стремились определить предмет математики. Для Платона числа, величины, в отличие от чувственных предметов, являются вечными, они позволяют строить мир, Вселенную. И эту возможную ситуацию он описывает в диалоге «Тимей».

Такую задачу решали Декарт, Лейбниц, Кант и Гегель. У них разные подходы в понимании предмета математики, но все они выявляют общее её свойство, сопряженное с абстрактностью математического знания, её идеальностью. К сущности математики, её прикладным возможностям обращались К. Маркс и Ф. Энгельс. К. Маркс даже написал труд «Математические рукописи», многие положения которого применил при работе над «Капиталом», изучая экономические закономерности, товарно-денежные отношения. Философские, диалектические аспекты дифференциальных и интегральных отношений математики Ф. Энгельс рассматривает в двух своих сочинениях «Анти-Дюринг» и «Диалектика природы». Данное им определение математики до сих пор остается классическим. Математику он определяет как науку, изучающую количественные и пространственные формы, заимствованные из самой природы. Это чистые формы, которые представляют собой абстракции, имеющие универсальный характер, используемые в других науках. Тем самым выработан язык, который позволяет выразить сущностные аспекты науки через количественные отношения, пространственные формы, результат. По крайней мере, математические средства придают науке строгий

характер, усиливая ее теоретический характер, рациональную и даже практическую эффективность.

С другой стороны, математика и естественные науки не имеют разных онтологических предпосылок, ибо они в своих истоках имеют материальный мир, который выражается как качественными, так и количественными связями и отношениями, пространственными формами, структурами, выражающимися посредством особого искусственного языка. По этому поводу примечательна мысль замечательного физика В. Гейзенберга, который отмечал ключевое значение математики для современной теоретической физики. Математическими формулами можно описать поведение электрона, электромагнитные и гравитационные взаимодействия как материальные явления [6, с. 115].

У конкретных наук они имеют эмпирический характер, а для математики – априорны. Все математические идеализации, абстракции являются априорными знаниями, не связанными с чувственными данными, опытом, экспериментом. Они представляют собой результат теоретизирования, абстрагирования. Онтологические предпосылки математики совершенно не очевидны, хотя они опираются на исходные количественные отношения и пространственные формы реально существующих вещей, предметов. Но в математике существуют такие знания, которые никак не могут быть отражением реальных связей и отношений, поскольку являются плодом выдумки, воображения, интуиции, алогичного конструирования. Таковыми являются комплексные числа, теория групп Галуа, топологические пространства, алгебраические, топологические структуры и пр. Эти абстракции не предметны, бытие их не материально, но идеально. И в этом смысле математика не имеет предметной, эмпирической онтологии, поскольку она априорна, идеальна.

Нельзя отрицать и идеальный характер метафизики Платона, равно как и его идеальной онтологии. Платон считает предмет математики промежуточным этапом на пути от чувственного постижения мира к подлинному познанию, а именно к познанию чувственно непостижимого идеального субстрата мира. Вся математика в целом – это промежуточная часть спектра познания между постигающим вещи мнением и постигающим идеи знанием [7, с. 115].

На основе конвенционализма (соглашения), как считает А. Пуанкаре, Гильберт строит геометрию, имеющую формальный характер. Он хотел свести к минимуму число основных аксиом в геометрии и перечислить их сполна [8, с. 3]. Но эта позиция формалистов, с его точки зрения, неприемлема, поскольку сводит математическую мысль к пустой форме и калечит её [8, с. 3]. Здесь просматривается половинчатость позиции А. Пуанкаре, согласно которой с признанием конвенционализма допускается необходимость содержательной стороны математики, определяющей её сущность. Однако концепция конвенционализма, несмотря на свою ограниченность, содержит потенциал для развития математики, что можно продемонстрировать на примере третьего постулата (аксиомы) Евклида. А. Пуанкаре сформулировал его так: «Через точку вне прямой можно провести только одну параллельную к ней линию» [9, с. 45]. Признание этой аксиомы характерно для евклидовой геометрии, а ее отрицание, то есть доказательство ее как теоремы, приводят к неевклидовым геометриям (Лобачевского, Римана). Основные их положения подтверждаются поверхностями, имеющими противоположные знаки кривизны. В геометрии Лобачевского через точку вне прямой можно провести несколько прямых, ей параллельных, а в геометрии Римана нельзя провести ни одной [9, с. 45].

Известный методолог науки Р. Карнап отмечает, что наличие неевклидовых геометрий зависит от константы, именуемой кривизной плоскости. Кривизна плоскости в евклидовой геометрии равна нулю, число параллельных – 1, сумма внутренних углов –

180^0 , кривизна плоскости геометрии Лобачевского меньше нуля, число параллельных бесконечно, сумма внутренних углов треугольника меньше 180^0 , когда у Римана больше нуля, число параллельных – нуль, сумма внутренних углов больше 180^0 [10, с. 190].

Наряду с этой концепцией в математике существует и конструктивистский подход, нацеленный на интерпретацию её сущности. Согласно ему, математика априорна, лишена материальной онтологии, но ее можно произвольно сконструировать посредством использования математических абстракций, часто имеющих высокую степень обобщения. Они как идеализации являются специфическим отражением в логике понятий отдельных сторон, связей, отношений реальных коррелятов или же просто их не имеют, но, возможно, в будущем могут быть найдены посредством абстрагирования от реальных чувственно-конкретных объектов. Недостаток её заключается в том, что она лишает ученого опоры на интуицию, воображение, нестандартные способы решения математических задач. Математика сводится к алгоритмизации, пошаговому решению задачи, к некоей стандартизации, являющейся формальным процессом исчисления данных.

Но все-таки в этом не заключается суть математики. Она проявляется в нахождении оригинальных, нестандартных решений. Например, теорему Пифагора можно доказать множеством способов, встречается более 60 таких способов. Среди них существует 65 таких решений, в том числе и метод, примененный древними индусами. Между тем об этой теореме было известно еще до Пифагора. Ее обобщенным вариантом является теорема Ферма: $c^n = a^n + b^n$, которая в течение более 100 лет не была решена. Ныне, судя по некоторым высказываниям, она решена, и результаты опубликованы и мировым сообществом признаны правильными.

Современный немецкий математик Герман Вейль определяет математику как науку о бесконечном [11, с. 9]. А.Г. Барабашев употребляет метафору, чтобы определить суть математики, заявляя, что «бесконечность – это «муза» математического творчества». Г. Вейль анализирует проблему противоположности конечного и бесконечного, затронутую впервые Анаксагором, которому принадлежат достаточно интересные умозрительные суждения, раскрывающие природу бесконечного. Для Анаксагора «в малом не существует наименьшего, но всегда имеется еще меньшее», пространство бесконечно не только в смысле, что в нем не имеется конца, оно кроме того, в любом в своем месте бесконечно, так сказать вовнутрь, и точка в нем может быть определена лишь путем бесконечного и от раза к разу все точнее и точнее фиксирующего её процесс деления [11, с. 9]. Это представление Анаксагора, приведенное Г. Вейлем, противоположно «интуиции покоящегося и законченного в себе бытия пространства» [11, с. 9].

А. Пуанкаре утверждает, что «математические истины являются производными небольшого числа аксиом, из которых они развиваются посредством ряда безупречно строгих умозаключений; они лежат не только в природе нашего познания, но и в существе самой природы» [12, с. 5]. У Аристотеля первая часть данного высказывания А. Пуанкаре относится к анализу умозаключения, истинность которого зависит от истинности посылок, к которым нужно правильно применять законы логики, а потому в итоге само умозаключение становится истинным.

Математические истины сами по себе не могут существовать в природе в силу их высокого уровня абстрактности и выводного характера. Но в природе имеются такие отношения, связи, закономерности, которые выявляет ученый, воспроизводит логически, соединяя между собой понятия, устанавливая между ними соответствующие отношения. В этом случае они превращаются в идеальные образы реальности, природного, социального бытия. Идеальное как бытие существует в знаниях, суждениях, мыслях, в логике понятий. Оно формирует целостный прообраз реального. Адекватность прооб-

раза и образа – это фундаментальная проблема теории познания, сопряженная с проблемой истины.

Комплексная, синтетическая модель решения проблемы истины предложена М.И. Билаловым в ряде своих изысканий [13, с. 10–12]. Значимость для гносеологии и эпистемологии этих разработок, сопряженных с ними идей, отмечена в ряде интересных работ, опубликованных в «Вестнике ДГУ» [15].

Приведенные выше размышления были необходимы, чтобы обосновать тезис о материальной неонтологичности математики, но при этом следует признать ее идеальную бытийственность. В этой связи, думается, уместно высказывание А. Пуанкаре о том, что «математика независима от существования материальных предметов» [8, с. 6], которое подчеркивает существенное различие предмета математики и материального мира, который сегодня никак не играет ощутимой роли в становлении высокоабстрактных математических теорий. Их возникновение сопряжено не столько с внешними воздействиями, сколько с интерналистскими (внутренними) процессами развития самой математики.

Применение средств математики в частных науках позволяет повысить рациональную эффективность той или иной науки, усиливает её статус научности, теоретичности. Математика – это инструмент, посредством которого наука повышает свою теоретическую и практическую эффективность, приобретает строгий, непротиворечивый и системный характер. Математика развивается как с помощью внутренних своих ресурсов, так и благодаря воздействию внешних факторов. Это четко описано у Томаса Куна в его понимании интерналистского и экстерналистского путей развития науки. И эти пути не изолированы друг от друга, а наоборот, взаимосвязаны, друг без друга не могут существовать.

Находясь на позиции только одного из них, мы получим одностороннее понимание её онтологизации математики, сущности её развития математики и преодоления бытующих в ней парадоксов. А сочетание обоих подходов, как нам представляется, позволит дать более содержательное понимание динамики развития математики и комплексного уяснения её онтологического основания. Качественное развитие науки, как отмечает Томас Кун, происходит на основе более глубокой разработки парадигмы, это касается и математики [11, с. 61]. Однако имеет место и отказ от научной парадигмы, что сопряжено с кризисом в науке, пересмотр её оснований и формирование новой парадигмы, качественно новой теории.

Литература

1. Гейзенберг В. Физика и философия. – М., 1963.
2. Александров А.Д. Математика // Философская энциклопедия. Т. 3. – М., 1964.
3. Пуанкаре Анри. Наука и гипотеза. – М., 2010.
4. Философия математики и технических наук. – М.: Академический проект, 2006.
5. Маркс К., Энгельс Ф. Соч. Т. 20.
6. Акаев В.Х. Специфика проявления истины в математике // Что есть истина? Тезисы докладов Всерос. научно-практической конференции (г. Махачкала, 6–7 сентября 2013 г.) / под ред. д. филос. н., проф. М.И. Билалова. – Махачкала: Изд-во ДГУ, 2013. – С. 120.
7. Кузнецов В.Г. История философии для физиков и математиков. – 2-е изд. – М.: Изд-во ЛКИ, 2007.
8. Пуанкаре А., Кутюра Л. Математика и логика: пер. с фр. – 2-е изд. – М.: ЛКИ, 2007.

9. Пуанкаре А. Наука и гипотеза: пер. с фран. / под ред. и с предисл. А.Г. Генкеля. – 2-е изд. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010.
10. Карнап Р. Философские основания физики: введение в философию науки. – М., 2007.
11. Вейль Герман. О философии математики: пер. с нем. / предисл. С.А. Яновской; вступит. ст. А.П. Юшкевича. – 3-е изд. – М.: КомКнига, 2010.
12. Кун Томас. Структура научных революций. – М., 2003.
13. Билалов М.И. Философия истины на перекрестке культур // Что есть истина? Тезисы докладов Всерос. научно-практической конференции (г. Махачкала, 6–7 сентября 2013 г.) / под ред. д. филос. н., проф. М.И. Билалова. – Махачкала: Изд-во ДГУ, 2013. – С. 120.
14. Билалов М.И. Философия истины в коммуникативном пространстве познавательной культуры // Вестник Российского философского общества. – 2016. – № 1. – С. 10–12.
15. Акаев В.Х., Билалов М.И. Соотношение философии и науки в ситуации интеллектуального анархизма // Вестник Дагестанского государственного университета. – 2015. – Вып. 5.
16. Магомедов К.М. Философская онтология в тисках физикализма и радикализма // Вестник Дагестанского государственного университета. – 2016. – Вып. 1. – С. 76–83.
17. Акаев В.Х. Аристотелевская интерпретация истины и особенности её современного развития // Вестник Дагестанского государственного университета. – 2016. – Вып. 1. – С. 84–89.

Поступила в редакцию 21 ноября 2016 г.

UDC 004.89

DOI: 10.21779/2500-1930-2017-32-1-90-96

On the subject of the ontology of mathematics: pros and cons

V.H. Akayev

Dagestan State University; Russia, 367001, Makhachkala, M. Gadzhiyev st., 43a; filosotddgu@mail.ru

The specificity of the subject of mathematics is a key problem studied in the philosophy of mathematics, with different ways of understanding involving various methodologies of reflection. Following its identification, the researcher is forced to correlate mathematical knowledge to objective reality, to answer a question of their adequacy to reality. These questions are very important for analysis of various concepts of philosophy of mathematics.

And at the same time it is very important to identify the ontological foundations of mathematics, which do not correlate with the ontological basis of physical knowledge. The general and special aspects of knowledge mathematical and knowledge physical are investigated.

Keywords: *mathematics, physics, quantity, spatial forms, idealization, abstraction.*

Received 21 November, 2016