УДК 621.039.623:533.9

МОДЕЛЬ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ БЫСТРОГО НЕЛОКАЛЬНОГО ПЕРЕНОСА ТЕПЛА В УСТАНОВКАХ МАГНИТНОГО УДЕРЖАНИЯ ТЕРМОЯДЕРНОЙ ПЛАЗМЫ

А.Б. Кукушкин^{1, 2}, А.А. Куличенко^{1, 2}, П.А. Сдвиженский¹, А.В. Соколов³, В.В. Волошинов³

¹НИИ «Курчатовский институт», Москва, Россия

²Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Москва, Россия

³Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН, Москва, Россия

Разработана модель для интерпретации начальной стадии явления быстрого нелокального переноса, в котором отклик пространственного профиля температуры электронов на его локальное возмущение является почти мгновенным в масштабах диффузионного времени, а результирующий поток тепла направлен противоположно обычной диффузии, т.е. вдоль градиента температуры. Это явление наблюдается в различных установках магнитного удержания термоядерной плазмы (токамаках и стеллараторах), но для него пока нет надёжной количественной интерпретации в рамках общепринятых моделей. Методами математической оптимизации решена обратная задача восстановления ядра интегрального уравнения, описывающего нелокальный (супердиффузионный) перенос энергии, обусловленный испусканием и поглощением электромагнитных (ЭМ) волн с большой длиной свободного пробега и сильным отражением волн от стенок вакуумной камеры. Для получения решений обратной задачи, учитывающих погрешности экспериментальных данных, используется метод, основанный на регуляризованной (в духе некорректных задач, используя параметрические модели) аппроксимации исходных экспериментальных данных. Разработанная расчётно-теоретическая модель использована для интерпретации экспериментов по резкому охлаждению периферийной плазмы (так называемые эксперименты «cold pulse») в стеллараторе LHD и токамаке TFTR. Показано, что для экспериментов на этих установках получены близкие результаты восстановления вида источника ЭМ-волн и коэффициента их поглощения. Процесс переноса ЭМ-волн пока рассмотрен в одnogрупповом приближении, но ограничения применимости физической модели позволяют выделить спектральный диапазон ЭМ-волн, которые могут быть ответственны за наблюдаемое явление.

Ключевые слова: нелокальный (супердиффузионный) перенос тепла, токамак, стелларатор, математическая оптимизация, электромагнитные волны.

A MODEL OF RECOVERING THE PARAMETERS OF FAST NONLOCAL HEAT TRANSPORT IN MAGNETIC FUSION PLASMAS

A.B. Kukushkin^{1, 2}, A.A. Kulichenko^{1, 2}, P.A. Sdvizhenskii¹, A.V. Sokolov³, V.V. Voloshinov³

¹NRC «Kurchatov Institute», Moscow, Russia

²National Nuclear Research University MEPhI, Moscow, Russia

³Institute for Information Transmission Problems (Kharkevich Institute) of Russian Academy of Science, Moscow, Russia

A model is elaborated for interpreting the initial stage of the fast nonlocal transport events, which exhibit immediate response, in the diffusion time scale, of the spatial profile of electron temperature to its local perturbation, while the net heat flux is directed opposite to ordinary diffusion (i.e. along the temperature gradient). Such events have been observed in various magnetic fusion devices (tokamaks, stellarators), however there is no reliable quantitative interpretation of these events in the framework of the commonly accepted models. We solve, by means of mathematical optimization methods, the inverse problem of recovering the kernel of the integral equation, which describes nonlocal (superdiffusive) transport of energy due to emission and absorption of electromagnetic (EM) waves with long free path and strong reflection from the vacuum vessel's wall. To obtain solutions of the inverse problem, which allow for the errors of experimental data, we use the method based on the regularized (in the framework of an ill-posed problem, using the parametric models) approximation of available experimental data. The developed theoretical&computational model is applied to interpreting the data from experiments on the fast cooling of the peripheral plasma (dubbed the «cold pulse» experiments) in stellarator LHD and tokamak TFTR. It is shown that the recovery of the EM wave's source and of the coefficient of their absorption gives similar results for the data from these devices. The EM wave transport is considered here in the single-group approximation, however the limitations of the physics model enable us to identify the spectral range of the EM waves which might be responsible for the observed phenomenon.

Key words: nonlocal (superdiffusive) heat transport, tokamak, stellarator, mathematical optimization, electromagnetic waves.

DOI: 10.21517/0202-3822-2017-40-1-45-55

ВВЕДЕНИЕ

Для описания аномального переноса тепла в замагниченной термоядерной плазме был предложен формализм супердиффузии — интегральное по пространству уравнение с медленным спадом ядра и, соответственно, доминированием переносчиков энергии с большой длиной свободного пробега. Это

включает стационарный перенос тепла электронными/ионными бернштейновскими [1] и электронными циклотронными волнами [2], перенос возмущения температуры электронными бернштейновскими волнами [3], который оказалось возможным описывать с помощью уравнения Бибермана—Холстейна, известного из теории переноса возбуждения в спектральных линиях атомов/ионов, модель дробных производных [4] для переноса возмущений (см. еще ссылки в [5, 6] интерпретаций быстрого нелокального переноса). Одним из самых интересных примеров быстрого нелокального переноса является необычное направление теплового потока, а именно мгновенное в шкале диффузионного времени повышение температуры в центре плазмы в случае быстрого охлаждения периферии плазмы (эксперименты *cold pulse* на токамаках и стеллараторах [5, 6, 7]) или обратный процесс — мгновенное понижение температуры в центре плазмы в случае быстрого нагрева периферии плазмы [8]. Наиболее подробный обзор экспериментальных данных был представлен в [7], где также предложено учесть работу сил давления (например, адиабатическое сжатие) для объяснения обсуждаемых экспериментов. Эта работа послужила стимулом для анализа другими авторами [9] роли возмущений магнитного поля в экспериментах *cold pulse*, — переноса тепла альфвеновскими волнами. Авторам удалось дать количественное описание такого явления на различных установках, однако впоследствии они выяснили [10], что в результате математической неточности мощность источников этих волн в плазме была фактически завышена ими в $1/\beta$ раз, где β — отношение тепловой энергии плазмы к магнитной, являющееся, как известно, малой величиной (не более нескольких процентов). В такой версии результаты [9, 10] качественно согласуются с выводами [1, 3, 6] о том, что перенос тепла плазменными волнами не может объяснить даже обычно наблюдаемый «аномальный» поток тепла в плазме, значительно превышающий поток, соответствующий теплопроводности замагниченной плазмы.

Значительное число накопленных свидетельств быстрого нелокального переноса в установках с магнитным удержанием (в первую очередь, аномального отклика в экспериментах *cold pulse* и близких к ним) и отсутствие надёжной количественной интерпретации экспериментов *cold pulse* в рамках общепринятых моделей требуют дальнейшей диверсификации моделей переноса тепловых возмущений, чтобы определить возможные физические механизмы нелокальности переноса тепла и создать физическую базу для уменьшения доли феноменологии в нынешнем интегрированном моделировании плазмы в существующих установках для магнитного удержания термоядерной плазмы и в будущих термоядерных реакторах.

В настоящей работе сформулирована в развитие [11—13] и решена обратная задача восстановления ядра интегрального уравнения, описывающего нелокальный (супердиффузионный) перенос энергии, обусловленный испусканием и поглощением ЭМ-волн с большой длиной свободного пробега и сильным отражением волн от стенок вакуумной камеры. Указанная обратная задача решена методом математической оптимизации. Для получения решений, устойчивых к небольшой вариации входных параметров, используется метод, основанный на регуляризованной (в духе некорректных задач, используя параметрические модели) аппроксимации исходных экспериментальных данных (метод был разработан А.В. Соколовым и апробирован в [14, 15]). Разработанная расчётно-теоретическая модель использована для интерпретации экспериментов по резкому охлаждению периферийной плазмы путём инъекции пеллеты (эксперименты *cold pulse*) в стеллараторе LHD [16, 17] и токамаке TFTR [5, 18, 19].

МОДЕЛЬ БЫСТРОГО НЕЛОКАЛЬНОГО ПЕРЕНОСА ТЕПЛА

Модель направлена на восстановление основных параметров неизвестных быстрых переносчиков тепла посредством решения обратной задачи. Модель основывается на следующих предположениях:

— мы предполагаем, что на начальной стадии эволюции явлений, например, вызванных с помощью «*cold pulse*» или аналогичных возмущений, наблюдаемое необычное поведение T_e (мгновенное, в шкале диффузионного времени, повышение температуры в центре плазмы в случае мгновенного охлаждения периферии плазмы) полностью определяется электромагнитными волнами, т.е. их интенсивность, т.е. плотность потока энергии, превосходит любой другой механизм переноса тепла на данной стадии. Также предполагается, что их групповая скорость достаточно высока, чтобы можно было пренебречь запаз-

дыванием при перемещении переносчика между пространственными точками испускания и поглощения переносчика;

— плотность энергии и полная энергия переносчиков малы по сравнению с таковыми у основной плазмы, а полная мощность потерь энергии (вследствие неполного отражения волн от стенок) не превышает небольшой доли f от полной мощности потерь энергии плазмой;

— длина свободного пробега волн велика, она не меньше, чем радиус плазменного шнура в поперечном сечении (в токамаках и стеллараторах не меньше малого радиуса плазмы; это условие выполняется для ЭМ-волн в широком спектральном диапазоне, например, для частот ЭМ-волн, существенно превышающих фундаментальную циклотронную и плазменную). Переносчики сильно отражаются от стенок вакуумной камеры. Выполнение обоих указанных условий делает интенсивность ЭМ-волн пространственно-однородной и изотропной по углам групповой скорости. В силу упомянутой малости запаздывания интенсивность волн определяется параметрами плазмы в каждый текущий момент времени;

— перенос ЭМ-волн рассматривается в одnogрупповом приближении. Это соответствует огрублению описания процесса переноса монохроматическим приближением;

— функции источника и стока, т.е. плотность мощности испускания волн и коэффициент поглощения волн, пропорциональны плотности электронов и неизвестной функции, зависящей только от температуры. Между этими функциями есть связь, соответствующая выполнению закона Кирхгофа (т.е. функция распределения электронов по скоростям предполагается максвелловской с температурой T , зависящей от координат и времени), который для длинноволнового излучения имеет вид закона Рэлея—Джинса. В такое соотношение, выраженное, как требует закон Кирхгофа, в спектральном виде, входит характерная частота ЭМ-волн и характерная ширина спектра;

— чтобы исключить возможный вклад диффузионных процессов в наблюдаемую эволюцию T_e и удовлетворить ограничениям модели (см. первое утверждение), обратная задача решается для уравнения энергобаланса только в центральной части плазмы.

Первое условие позволяет получить замкнутое уравнение энергобаланса, которое зависит только от интенсивности искомых переносчиков, а значения остальных компонентов энергобаланса учтены в члене, соответствующем вкладу ЭМ-волн на стационарной стадии разряда, т.е. до резкого возмущения (инжекции пеллеты на периферии плазмы в изучаемых нами экспериментах). После упрощения уравнение энергобаланса принимает вид

$$\left[K(T(\rho, t)) I_{\text{EM}}(T(\cdot, t)) - K(T_0(\rho)) I_{\text{EM}}(T_0(\cdot)) \right] = \Pi(\rho, t), \quad 0 < \rho < \rho_{\text{max}} \sim 0,4, \quad (1)$$

где ρ — значение радиальной координаты, нормированной на малый радиус плазменного шнура; $K(T)$ — зависящий от температуры электронов фактор в коэффициенте поглощения ЭМ-волн (в единицах обратных секунд); $T_0(\rho)$ и $T(\rho, t)$ — пространственные распределения температуры электронов соответственно в начальный момент (т.е. до инжекции пеллеты) и после инжекции; I_{EM} — интенсивность волн (плотность потока энергии в единицах измерения температуры, кэВ; точка в аргументе означает, что это немая переменная под интегралом);

$$I_{\text{EM}}(T(\cdot, t)) = \frac{\int_0^1 n_e(\rho_1, t) Q(T(\rho, t)) \rho_1 d\rho_1}{F_w + \int_0^1 n_e(\rho_2, t) K(T(\rho_2, t)) \rho_2 d\rho_2}, \quad (2)$$

где плотность мощности источника ЭМ-волн (выражение под интегралом в числителе в (2)) и коэффициент поглощения (выражение под интегралом в знаменателе в (2)) связаны законом Кирхгофа (для длинноволнового излучения $\hbar\omega \ll T$ он имеет вид закона Рэлея—Джинса), а правая часть уравнения (1) является разницей (до и после инжекции) баланса плотности тепловой энергии плазмы на одну частицу (плотность электронов сокращена в левой и правой части в (1) ввиду её неизменности в центральной части шнура);

$$K(T) = Q(T)T; \quad \Pi(\rho, t) = A \frac{\partial}{\partial t} [T(\rho, t) - T_0(\rho)], \quad (3)$$

где коэффициент A учитывает вклад также и ионов в тепловую энергию, а константа F_w в (2) связана с R_w — коэффициентом отражения волн от стенок, усреднённым по поверхности вакуумной камеры, и константой F_0 , зависящей от геометрии камеры, длины волны и характерной ширины спектрального диапазона, в котором происходит перенос энергии (фактически, ширины спектра испускания и поглощения волн в центре шнура);

$$F_w = (1 - R_w) F_0; \quad \frac{1}{F_0} = \frac{n_e^* a}{\pi} \left[\left(\frac{c_w}{\omega} \right)^2 \frac{\pi^2}{\Delta\omega} \right] \frac{2k_{\text{elong}}}{1 + k_{\text{elong}}}, \quad (4)$$

здесь a — малый радиус; n_e^* — характерная плотность электронов, 10^{13} см^{-3} ; c_w — скорость волн, равная у нас скорости света; ω — характерная частота волны; $\Delta\omega$ — характерная ширина спектра; k_{elong} — удлинение поперечного полоидального сечения шнура.

Обратная задача формулируется нами как восстановление функции $K(T)$ (дополнительно наложено условие монотонности этой функции) и константы F_w по известным функциям $T_0(\rho)$, $T(\rho, t)$ и $n_e(\rho, t)$. Это соответствует восстановлению ядра интегрального оператора в уравнении переноса (1), (2) по известной зависимости возмущения температуры и плотности электронов от времени и магнитной поверхности.

МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Численные расчёты проводились методом последовательной коррекции и идентификации параметров математической модели (1)—(4). Здесь нужно было определить параметры неизвестной функции интегро-дифференциального уравнения переноса тепла так, чтобы удовлетворить численным экспериментальным данным и дополнительным модельным ограничениям. Эта обратная задача, вообще говоря, является некорректной. Причиной тому являются как возможное несовершенство самой физической модели, так и неизбежные погрешности в исходных данных.

Применялся метод, основанный на последовательной, регуляризованной аппроксимации исходных данных параметрическими моделями. Данный подход идейно близок к методам «тихоновской» регуляризации [20] (в настоящей работе есть и регуляризация гладкостью). Критерием регуляризации была гладкость аппроксимирующих функций. Гладкость трактовалась как одна из важных характеристик качества решения, а общей схемой оценки погрешности моделирования является перекрёстная верификация (cross-validation). Похожие подходы к обработке данных можно найти в работах [21, 22]. Следует сказать, что общая схема метода, предложенная А.В. Соколовым, уже была успешно применена в различных задачах идентификации параметров математических моделей, в том числе для обработки геофизических данных, например, [14, 15].

Для оценки качества параметров метода и выбора направления их улучшения требуется решить большой набор вспомогательных подзадач. Каждый этап предлагаемого метода сводится к двухуровневой конечномерной нелинейной задаче математического программирования. На «нижнем» уровне требуется решать большой набор независимых подзадач, и эта фаза расчётов может быть значительно ускорена при переносе вычислений в распределённую вычислительную среду. Для этого использовалась система сервисов решения нелинейных задач математического программирования на платформе Everest [23], где развёрнут пул пакетов (Ipropt, <https://projects.coin-or.org/Ipropt>) для решения таких задач. Для программной реализации метода, включая описание задач и обмен данными с пакетами, используются язык Python и пакет оптимизационного моделирования Pyomo [24, 25]. Общая схема применения Pyomo в системе сервисов Everest совпадает с той, что уже применялась для интеграции в Everest языка оптимизационного моделирования AMPL [26]. Более подробные сведения о предлагаемом численном методе можно найти в докладе [27].

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ

В этом разделе приведём два типичных результата решения обратной задачи — восстановления функции $K(T)$ в модели (1)—(4).

Пространственно-временная динамика температуры и плотности электронов в разряде № 49 708 в стеллараторе LHD при дополнительном нагреве плазмы (мощностью 2 МВт от инжекции нейтрального пучка и 1 МВт от инжекции электронных циклотронных волн) представлена на рис. 1 в [16] и рис. 1 в [17]. Возможное решение обратной задачи для функции $K(T)$ при рассмотрении динамики плазмы после инжекции в интервале времени от 2,8 до 2,815 с представлено на рис. 1. Инжекция пеллеты в момент времени 2,797 с привела к мгновенному росту плотности на периферии и резкому падению температуры там до минимума в момент времени 2,8 с, которое затем сменилось медленным ростом. Выбранный нами интервал времени характеризуется почти линейным ростом температуры и неизменной плотностью в центральной части плазменного шнура (нормированный радиус $\rho \leq 0,45$), тогда как на периферии ($0,7 \leq \rho \leq 1$) температура после резкого понижения растёт медленнее, чем в центре, а динамика плотности соответствует тому, что вызванное пеллетой повышение плотности медленно движется внутрь плазменного шнура.

Для иллюстрации точности решения обратной задачи на рис. 2 приведены пространственные профили слагаемых в (1) в типичный момент времени на начальной стадии релаксации и абсолютные значения разности правой и левой частей уравнения (1), характеризующие точность выполнения равенства в (1) («невязка»).

Рис. 2. Зависимость правой (a) и левой частей (б) в уравнении (1) от нормированной радиальной координаты в типичный момент времени 2,807 с на начальной стадии релаксации после инжекции пеллеты в разряде № 49 708 на стеллараторе LHD [16, 17], разность правой и левой частей в (1) («невязка») (в), сравнение экспериментальных данных для температуры электронов (•), полученной путём интерполяции экспериментальных данных и использованной при решении обратной задачи (---) (з)

Рис. 1. Вид функции $K(T)$ как функции температуры, восстановленной путём решения обратной задачи в модели энергобаланса (1)–(4), для условий эксперимента на стеллараторе LHD в разряде № 49 708 [16, 17]

На рис. 3 показана зависимость от времени для нормированной интенсивности в сравнении с её значением до инъекции пеллеты.

Пространственно-временная динамика температуры электронов в омическом разряде № 88 076 в токамаке TFTR представлена на рис. 2, 3 в [5]. Возможное решение обратной задачи для функции $K(T)$ при рассмотрении динамики плазмы после инъекции в интервале времени от 3,72 до 3,74 с и остальные характеристики, аналогичные результатам для стелларатора LHD, представлены на рис. 4—6. Инъекция пеллеты в момент времени 3,71 с привела к такому же эффекту, что и в случае эксперимента на стеллараторе LHD.

Рис. 3. Зависимость от времени для нормированной интенсивности (2) (—) на начальной стадии релаксации после инъекции пеллеты в разряде № 49 708 на стеллараторе LHD [16, 17] в сравнении с значением этой интенсивности до инъекции пеллеты (---)

Рис. 4. Вид функции $K(T)$, с^{-1} , как функции температуры, восстановленной путём решения обратной задачи в модели энергодисбаланса (1)—(4), для условий разряда № 88 076 в токамаке TFTR [5]

Рис. 5. Зависимость правой (а) и левой частей (б) в уравнении (1) от нормированной радиальной координаты в типичный момент времени 3,73 с на начальной стадии релаксации после инъекции пеллеты в разряде № 88 076 в токамаке TFTR [5], разность правой и левой частей в (1) («невязка») (в), сравнение экспериментальных данных для температуры электронов (•) с кривой (---), полученной путём интерполяции экспериментальных данных и использованной при решении обратной задачи (г)

Рис. 6. Зависимость от времени для нормированной интенсивности (2) (—) на начальной стадии релаксации после инъекции пеллеты в разряде № 88 076 в токамаке TFTR [5] в сравнении с значением этой интенсивности до инъекции пеллеты (---)

На рис. 6 показана зависимость от времени для нормированной интенсивности в сравнении с её значением до инъекции пеллеты.

Полученные результаты указывают на то, что для рассмотренных здесь экспериментальных данных для токамака TFTR и стелларатора LHD можно найти близкие решения задачи по восстановлению источника ЭМ-волн (и однозначно связанного с ним коэффициента поглощения волн)

как универсальной функции — произведения плотности электронов на функцию, зависящую только от температуры электронов.

ОГРАНИЧЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЗАДАЧИ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Использование физических ограничений модели, указанных при описании модели, дают ограничения на значения параметров задачи, остающихся свободными: длину волны ЭМ-излучения λ , относительную узость спектра $\Delta\omega/\omega$, коэффициент отражения ЭМ-волн от стенок вакуумной камеры R_w и долю мощности потерь f на выходящее излучение в полной мощности потерь P_{loss} .

Условие ограниченности мощности потерь на выходящее излучение принимает вид

$$\frac{I_{\text{EM}}(t)}{\text{кЭВ}} \left(\frac{\Delta\omega}{\omega} \right) \left(\frac{10^{-2} \text{ см}}{\lambda} \right)^3 (1 - R_w) \leq f \frac{P_{\text{loss}}}{100 \text{ МВт}}. \quad (5)$$

Условие того, что длина свободного пробега не меньше малого радиуса, имеет вид (здесь и далее n_F равно единице и приведено только для иллюстрации комментария в конце этого раздела)

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega} \right) \left(\frac{10^{-2} \text{ см}}{\lambda} \right)^3 > 8 \cdot 10^{-4} \int_0^1 \frac{n_e(\rho, t)}{10^{13} \text{ см}^{-3}} \frac{K(T_e(\rho, t))}{\text{с}^{-1}} n_F(\rho) d\rho. \quad (6)$$

Следующее условие связано с полной энергией волн — она должна быть много меньше полной тепловой энергии плазмы:

$$\frac{I_{\text{EM}}(t)}{\text{кЭВ}} \left(\frac{\Delta\omega}{\omega} \right) \left(\frac{10^{-2} \text{ см}}{\lambda} \right)^3 << 10^6 \int_0^1 \frac{n_e(\rho, t)}{10^{13} \text{ см}^{-3}} \frac{T_e(\rho, t)}{\text{кЭВ}} \rho d\rho. \quad (7)$$

И наконец, для существования квазистационарной интенсивности ЭМ-волн и ощутимого энергообмена между центральной и периферийной плазмой (т.е. условие существования изучаемого эффекта в рассматриваемой модели переноса энергии) вклад в интенсивность волн, определяемый отражением от стенки и выражаемый первым членом в знаменателе формулы (2), не должен превышать вклад поглощения:

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega} \right) \left(\frac{10^{-2} \text{ см}}{\lambda} \right)^3 (1 - R_w) < 2,5 \cdot 10^{-4} \int_0^1 \frac{n_e(\rho, t)}{10^{13} \text{ см}^{-3}} \frac{K(T_e(\rho, t))}{\text{с}^{-1}} n_F(\rho) \rho d\rho. \quad (8)$$

Ограничения (5)–(8) для применимости решения обратной задачи, представленного на рис. 1, 3 для стелларатора LHD, можно представить в виде следующей системы неравенств ($P_{\text{loss}} \approx 3 \text{ МВт}$, $f < 0,1$):

$$0,05 < \left(\frac{\Delta\omega}{\omega} \right) \left(\frac{10^{-2} \text{ см}}{\lambda} \right)^3 \leq 0,36 \frac{P_{\text{loss}}}{100 \text{ МВт}} \frac{f}{(1 - R_w)}; \quad (9)$$

$$0,05 < \left(\frac{\Delta\omega}{\omega} \right) \left(\frac{10^{-2} \text{ см}}{\lambda} \right)^3 < \frac{0,19}{1 - R_w}; \quad (10)$$

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega} \right) \left(\frac{10^{-2} \text{ см}}{\lambda} \right)^3 << 10^7. \quad (11)$$

Как видно, самым мягким и заведомо выполнимым является условие малости полной энергии волн по сравнению с полной тепловой энергией плазмы (7). Это, впрочем, ожидаемо, поскольку характерная скорость выноса тепловой энергии самыми быстрыми механизмами связана с скоростями частиц, которые значительно уступают скорости света. Самым же жёстким оказывается условие (9), ограничивающее мощность потерь на выходящее излучение: из условия (9) требуется коэффициент пропускания около 2%.

Аналогичные ограничения для применимости решения обратной задачи, представленного на рис. 4, 6 для токамака TFTR, можно представить в таком виде ($P_{\text{loss}} \approx 1 \text{ МВт}$, $f < 0,1$):

$$0,0296 < \left(\frac{\Delta\omega}{\omega} \right) \left(\frac{10^{-2} \text{ см}}{\lambda} \right)^3 \leq 0,419 \frac{P_{\text{loss}}}{100 \text{ МВт}} \frac{f}{(1-R_w)}; \quad (12)$$

$$0,0296 < \left(\frac{\Delta\omega}{\omega} \right) \left(\frac{10^{-2} \text{ см}}{\lambda} \right)^3 < \frac{0,116}{1-R_w}; \quad (13)$$

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega} \right) \left(\frac{10^{-2} \text{ см}}{\lambda} \right)^3 \ll 10^6. \quad (14)$$

Отметим, что самое жёсткое условие, а именно правая часть в (12), оказывается практически таким же, что и аналогичное условие в (9).

Важно также отметить, что принятая нами независимость ширины спектра от температуры (хотя локальный коэффициент поглощения вполне может ощутимо зависеть от температуры) отвечает рассматриваемой нами модели сильно нелокального переноса в одногрупповом приближении. В этом случае для расчёта интегрального по частоте коэффициента поглощения следует учесть его значение во всём спектральном интервале, где фактически происходит перенос излучения. Поэтому эффект просветления периферии при понижении температуры, который в многогрупповом приближении естественно описывается сужением контура спектральной линии на периферии, в одногрупповом приближении воспроизводится падением абсолютного значения коэффициента поглощения, усреднённого по фиксированному спектральному интервалу, задаваемому шириной спектра в центральной плазме.

Важным следствием учёта физических ограничений (5)—(8) модели (1)—(4) является то, что единый параметр в центре неравенств (9), (10), (12) и (13), зависящий от узости спектра и характерной длины волны, даёт значения длин волн, которые попадают в субмиллиметровый диапазон, изученность которого существенно меньше, чем таковая у соседних спектральных диапазонов.

Любопытно то, что для изучаемых данных с обеих установок ограничения (9)—(14) практически сохраняются при вариации решения обратной задачи для функции $K(T)$. Так, при увеличении абсолютных значений функции $K(T)$, удовлетворяющих (1)—(4), в 2 раза или при вариации степени плавности функции $K(T)$ получаем лишь небольшое изменение численных коэффициентов в (9)—(14). Однако при дальнейшем росте абсолютных значений $K(T)$ ограничения (5)—(8) приводят к ещё более жёстким требованиям к коэффициенту отражения волн от стенок. Добавим также, что введение в задачу новой свободной функции, которая зависит только от координаты и входит дополнительным фактором в полные выражения для функции источника и коэффициента поглощения (см. n_F в (6) и (8), и аналогичное дополнение нужно вставить в (1) и (2)), не приводит при наложении на эту функцию условий гладкости к существенному изменению результатов и условий (5)—(8).

В настоящей работе мы ограничились учётом только изменения поглощения после резкого охлаждения периферии. При этом эффекты, рассмотренные ранее в [13], нами фактически пока сняты с повестки дня после более детального анализа задачи. Учёт диффузионного механизма переноса тепла, включённый в уравнение энергобаланса для возможного увеличения интервала времени после инъекции, в течение которого упрощённая модель типа (1)—(4) может быть применима, показал, что включение диффузии в модель (1)—(4) (см. уравнение (1) в [13]) не даёт значительного изменения решений обратной задачи, несмотря на то, что расчёт вторых производных функции, задаваемой конечным набором приближенно известных значений входных параметров задачи (экспериментальных данных для температуры и плотности), делает общую обратную задачу ещё более «некорректной» и требующей дополнительных процедур оптимизации, обсуждённых в разделе «Метод математической оптимизации». Другое новшество в [13], а именно введение внутренних транспортных барьеров (ВТБ) для переносчиков энергии (см. уравнение (2) в [13]) пока себя не оправдало. Хотя оно было мотивировано немонотонностью профиля производной по времени (т.е. правой части в (1)), притом с особенностью на магнитной поверхности, близкой к рациональному значению запаса устойчивости. Однако набор статистики для результатов в рамках подхода [13] показал, что зависимость результатов от проницаемости указанного ВТБ оказалась фактически слабой, а немонотонность правой части в (1) можно трактовать, не обяза-

тельно прибегая к введению ВТБ для переносчиков. Поэтому нами была выбрана линия на демонстрацию работы модели в её максимально простой версии.

Отметим, что достаточно быстрый рост температуры после инъекции ограничивает временной интервал применимости модели (1)–(4). Это означает, что довольно скоро после инъекции заметное изменение температуры в центральной плазме нужно учесть в остальных слагаемых энергобаланса. Это требует включения модели типа (1)–(4) в существующие общие транспортные модели для описания динамики разряда в установках магнитного удержания термоядерной плазмы. Наиболее актуальным направлением развития модели (1)–(4) как таковой является, на наш взгляд, переход от одnogруппового к многогрупповому описанию переноса ЭМ-волн с большой длиной свободного пробега.

ВЫВОДЫ

Разработана модель для интерпретации начальной стадии явления быстрого нелокального переноса, в котором отклик пространственного профиля температуры электронов на его локальное возмущение является почти мгновенным в масштабах диффузионного времени, а результирующий поток тепла направлен противоположно обычной диффузии, т.е. вдоль градиента температуры. Модель основана на доминировании нелокального (супердиффузионного) переноса тепла, описываемого интегро-дифференциальным уравнением, в котором перенос энергии обусловлен испусканием и поглощением ЭМ-волн с большой длиной свободного пробега и сильным отражением волн от стенок вакуумной камеры. Отметим, что модель состоит не в прямом сравнении результатов моделирования с результатами эксперимента, а в формулировке и решении обратной задачи при использовании результатов эксперимента как входных параметров обратной задачи.

Методом регуляризованной оптимизационной идентификации решена обратная задача восстановления ядра интегрального оператора в указанном интегро-дифференциальном уравнении. Для получения решений обратной задачи, учитывающих погрешности экспериментальных данных, используется метод, основанный на регуляризованной (в духе некорректных задач, используя параметрические модели) аппроксимации исходных экспериментальных данных и перекрестной верификации при выборе наилучшего параметра регуляризации.

Разработанная расчётно-теоретическая модель использована для интерпретации экспериментов по резкому охлаждению периферийной плазмы (так называемые эксперименты «cold pulse») в стеллараторе LHD и токамаке TFTR. Показано, что для экспериментов на этих установках получены близкие результаты восстановления вида источника ЭМ-волн и коэффициента их поглощения. Процесс переноса ЭМ-волн пока рассмотрен в одnogрупповом приближении, но ограничения применимости физической модели позволяют выделить спектральный диапазон ЭМ-волн, которые могут быть ответственны за наблюдаемое явление. Найденное решение обратной задачи позволит нам далее искать конкретный физический механизм, который был бы совместим с такой зависимостью источника ЭМ-волн и коэффициента их поглощения от температуры и плотности.

В целом результаты моделирования указывают на возможную реалистичность гипотезы [11] о том, что изучаемое явление развивается по следующему сценарию: резкое охлаждение периферии плазмы приводит к резкому падению поглощения ЭМ-волн в этой области; это делает возможной более свободную циркуляцию ЭМ-волн и при условии их сильного отражения от стенки вакуумной камеры нарастание интенсивности волн ведёт к росту температуры в центре на начальных стадиях эволюции возмущения. Отметим, что такой сценарий совместим и с обратным процессом, когда на периферии плазмы происходит её резкий нагрев, а в центре температура падает. Способность настоящей модели дать возможное пояснение не только загадочному отклику температуры в центре на возмущение температуры на периферии, но и дать пояснение указанной обратимости эффекта по знаку возмущения температуры является, на наш взгляд, важным достоинством развиваемого подхода.

Отметим также, что реализация развитой физической модели оказалась возможной только при условии проведения массовых численных расчётов в распределённой вычислительной среде.

Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проекты РФФИ № 15-07-07850-а, 15-07-07428-а и 16-07-01150). Авторы выражают благодарность А.П. Афа-

насыеву за поддержку сотрудничества НИЦ «Курчатовский институт» и Центра распределённых вычислений (<http://distcomp.ru>) Института проблем передачи информации им. А.А. Харкевича Российской академии наук.

REFERENCES

1. **Rosenbluth M.N., Liu C.S.** — *Phys. Fluids*, 1976, vol. 19, p. 815.
2. **Tamor S.** — *Nucl. Instr. and Meth. Phys. Res.*, 1988, A271, p. 37.
3. **Kukushkin A.B., Lisitsa V.S., Saveliev Yu.A.** — *JETP Lett.*, 1987, vol. 46, p. 448.
4. **Del-Castillo-Negrete D., Mantica P., Naulin V., Rasmussen J.J.** — *Nucl. Fusion*, 2008, vol. 48(7), p. 075009.
5. **Callen J.D., Kissick M.W.** — *Plasma Phys. Contr. Fusion*, 1997, vol. 39, Suppl. 12B, p. 173.
6. **Kukushkin A.B., Cherepanov K.V.** — In: *AIP Conf. Proc.*, 2009, vol. 1154, pp. 83—94.
7. **Pustovitov V.D.** — *Plasma Phys. Control. Fusion*, 2012, vol. 54, p. 124036.
8. **Gentle K.W. et al.** — *Phys. Plasmas*, 1997, vol. 4, p. 3599.
9. **Sattin F., Escande D.F.** — *Phys. Rev. Lett.*, 2014, vol. 112, p. 095003.
10. **Sattin F., Escande D.F.** — *Phys. Rev. Lett.*, 2014, vol. 112, p. 159901.
11. **Kukushkin A.B.** — In: *Proc. 24th EPS Conf. on Plasma Phys. and Contr. Fusion*. Berchtesgaden, Germany, 1997, *Europhys. Conf. Abs.*, vol. 21A, Part II, pp. 849—852.
12. **Kukushkin A.B., Sdvizhenskii P.A., Voloshinov V.V., Kulichenko A.A.** — In: *Proc. 42nd EPS Conf. on Plasma Phys.* Lisbon, 2015, Portugal. *Europhys. Conf. Abst.*, vol. 39E, P5, p. 182.
13. **Kukushkin A.B., Kulichenko A.A., Sdvizhenskii P.A., Sokolov A.V., Voloshinov V.V.** — In: *Proc. 43rd EPS Conf. on Plasma Phys.* Leuven, Belgium, 2016, *Europhys. Conf. Abst.*, ECA vol. 40, P2, p. 028.
14. **Linnik V.G., Sokolov A.V., Mironenko I.V.** — In coll.: *Modern tendencies of biogeochemistry development*. M.: V.I. Vernadsky Institute of Geochemistry and Analytical Chemistry of RAS, 2016, pp. 423—434 (in Russian).
15. **Lavrukhin Yu.E., Sokolov A.V., Grozdov D.S.** — In coll.: *Proceedings of Scientific-practical conference «Radioactivity after nuclear explosions and accidents: consequences and ways of overcoming»*. 19—21 April, 2016, Federal State Budget Enterprise Research and Production Association «Typhoon». Nizhny Novgorod, 2016, pp. 359—368 (in Russian).
16. **Tamura N. et al.** — *Nucl. Fusion*, 2007, vol. 47, p. 449.
17. **Tamura N. et al.** — In: *Proc. 23rd IAEA Fusion Energy Conf.* Daejeon, Republic of Korea, 11—16 October 2010, EXC/P8-16.
18. **Kissick M.W., Callen J.D., Fredrickson E.D., Janos A.C., Taylor G.** — *Nucl. Fusion*, 1996, vol. 36, p. 1691.
19. **Kissick M.W., Callen J.D., Fredrickson E.D.** — *Nucl. Fusion*, 1998, vol. 38, p. 821.
20. **Tikhonov A.N.** About mathematical methods of automation of observations processing. — In coll.: *Problems of computational mathematics*. — M.: MSU, 1980, pp 3—17 (in Russian).
21. **Hastie T.J., Tibshirani R.J.** *Generalized Additive Models*. Vol. 43. CRC Press, 1990. 336 p.
22. **Hastie T.J., Tibshirani R.J., Friedman J.** *Unsupervised learning*. — In: *The elements of statistical learning*. Springer, 2009, pp 485—585.
23. **Sukhoroslov O., Volkov S., Afanasiev A.** A Web-based platform for publication and distributed execution of computing applications. — *Parallel and Distributed Computing (ISPDC)*. — In: *14th Intern. Symp. on IEEE*, 2015, pp. 175—184.
24. **Hart W.E.** Python optimization modeling objects (pyomo). — *Operations Research and Cyber-Infrastructure*. Ed by J.W. Chinneck, B. Kristjansson, M.J. Saltzman (eds.): Springer US, 2009, pp. 3—19.
25. **Hart W.E., Laird C., Watson J.-P., Woodruff D.L.** — *Pyomo-optimization modeling in python*, vol. 67: Springer, 2012. — 238 p.
26. **Smirnov S., Voloshinov V., Sukhosroslov O.** Distributed optimization on the base of AMPL Modeling Language and Everest Platform. — *Procedia Computer Science*, 2016, vol. 101, pp. 313—322, <http://dx.doi.org/10.1016/j.procs.2016.11.037>.
27. **Voloshinov V.V., Sokolov A.V.** Regularized optimizational identification of «spatial type» physical models parameters in distributed computational environment Everest. — *Electronic collection of reports «National Supercomputer Forum (2016)»*. Russia, Pereslavl-Zalessky, A.K. Ailamazyan Institute of Program Systems of RAS, 29 November — 02 December 2016 http://2016.nscf.ru/TesisAll/04_Reshenie_zadach_optimizatsii/766_VoloshinovVV.pdf (in Russian).

AUTHORS

Kukushkin A.B. NRC “Kurchatov Institute”, pl. Akademika Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russia; National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Kashirskoye shosse 31, Moscow, 115409, Moscow, Russia ; Kukushkin_AB@nrcki.ru

Kulichenko A.A. NRC “Kurchatov Institute”, pl. Akademika Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russia; National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Kashirskoye shosse 31, Moscow, 115409, Moscow, Russia ; andreikulichenko2@mail.ru

Sdvizhenskii P.A. NRC “Kurchatov Institute”, pl. Akademika Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russia; sdvinpt@gmail.com

Sokolov A.V. Institute for Information Transmission Problems (Kharkevich Institute) of Russian Academy of Science, Bolshoy Karetny per. 19, 127994 Moscow, Russia; alexander.v.sokolov@gmail.com

Voloshinov V.V. Institute for Information Transmission Problems (Kharkevich Institute) of Russian Academy of Science, Bolshoy Karetny per. 19, 127994 Moscow, Russia; vladimir.voloshinov@gmail.com

Received 20 December 2016
Problems of Atomic Science and Technology
Ser. Thermonuclear Fusion, 2017, vol.40, issue 1, pp. 45—55.