УДК 533.9

МЕТОДИКА РАСЧЁТА ТОЧНОСТИ ТОМСОНОВСКОЙ ДИАГНОСТИКИ НЕМАКСВЕЛЛОВСКОЙ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКАХ-РЕАКТОРАХ

П.А. Сдвиженский¹, А.Б. Кукушкин^{1,2}, Г.С. Курскиев³, Е.Е. Мухин³, М. Бассан⁴

¹НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия

³Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург, Россия

⁴ITER Organization, Route de Vinon sur Verdon, St Paul Lez Durance, France

Разработана методика расчётов точности диагностики томсоновского рассеяния электронами немаксвелловской плазмы в токамаках-реакторах, основанная на решении обратной задачи определения основных параметров функции распределения электронов по скоростям (ФРЭС) по результатам измерения спектров томсоновского рассеяния с учётом всех возможных источников ошибки. Методика также позволяет оценить погрешность измерения средней энергии электронов немаксвелловской плазмы в случае предположения о максвелловости ФРЭС. Работа стимулирована ожидаемым ощутимым отклонением ФРЭС от максвелловской в условиях мощного дополнительного нагрева электронов плазмы в токамаках-реакторах. Методика использована для предварительного анализа преимуществ ранее предложенного использования нескольких зондирующих длин волн в томсоновской диагностике немаксвелловской плазмы на примере планируемой системы томсоновской диагностики центральной плазмы в ИТЭР. Полученные результаты подтверждают актуальность диверсификации длины волн зондирующего лазерного излучения и показывают необходимость детализации анализа точности диагностики томсоновского рассеяния в токамаках-реакторах.

Ключевые слова: томсоновское рассеяние, токамак, функции распределения электронов по скоростям, немаксвелловская плазма, точность измерения, ИТЭР.

METHOD OF EVALUATING THE ACCURACY OF NON-MAXWELLIAN PLASMAS THOMSON DIAGNOSTICS IN TOKAMAK-REACTORS

P.A. Sdvizhenskii¹, A.B. Kukushkin^{1, 2}, G.S. Kurskiev³, E.E. Mukhin³, M. Bassan⁴

¹NRC «Kurchatov Institute», Moscow, Russia

²National Research Nuclear University MEPhI, Moscow, Russia

³Ioffe Physical Technical Institute, St. Petersburg RAS, Russia

⁴ITER Organization, Route de Vinon sur Verdon, St Paul Lez Durance, France

A method is elaborated for evaluating the accuracy of the Thomson scattering diagnostics of non-Maxwellian electron plasma in tokamak-reactors, based on solving an inverse problem to determine main parameters of the electron velocity distribution function (EVDF) from Thomson scattering spectrum measurements with allowance for all possible sources of error. The method also enables one to evaluate the accuracy of measuring the mean energy of electrons in non-Maxwellian plasmas under assumption of a Maxwellian EVDF. The study is stimulated by the expected noticeable deviation of the EVDF from a Maxwellian under condition of a strong auxiliary heating of electron plasmas in tokamak-reactors. The method is applied to a preliminary analysis of the advantages of the formerly suggested using of various laser wavelengths of probing radiation in the Thomson diagnostics of non-Maxwellian plasma on the example of the core plasma Thomson scattering diagnostic system which is under design for ITER. The results obtained confirm the relevance of the diversification of the probing laser radiation wavelength and show the necessity of a detailed analysis of the Thomson scattering diagnostic saccuracy in tokamak-reactors.

Key words: Thomson scattering, tokamak, electron velocity distribution function, non-Maxwellian plasmas, measurement accuracy, ITER.

введение

При диагностике высокой электронной температуры T_e центральной плазмы в токамаках-реакторах (ДЕМО и ИТЭР) с помощью томсоновского рассеяния приходится работать в ограниченном спектральном диапазоне сильно уширенного спектра томсоновского рассеяния и учитывать возможное отклонение функции распределения электронов по скоростям (ФРЭС) от максвелловской в условиях сильного дополнительного нагрева. По результатам исследования [1] возможностей повышения точности томсоновской диагностики центральной плазмы были предложены использование нескольких зондирующих длин волн с целью увеличения количества сигналов от различных спектральных каналов и интерпретация данных томсоновской диагностики применительно к немаксвелловским ФРЭС электронов в слабо/умеренно надтепловом диапазоне энергий совместно с использованием данных других диагностик для более высоких энергий (см., например, недавно предложенную диагностику [2]).

²Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, Россия

В данной работе разработана методика расчётов точности томсоновской диагностики немаксвелловской плазмы в токамаках-реакторах. Методика основана на корректном расчёте ошибок определения основных параметров ФРЭС по результатам измерения спектров томсоновского рассеяния с учётом всех возможных источников ошибок. Методика использована для анализа преимуществ использования нескольких зондирующих длин волн в томсоновской диагностике максвелловской и немаксвелловской плазмы посредством решения обратной задачи для оценки погрешностей, которая включает в себя возможность восстанавливать температуру электронов T_e основного теплового (т.е. максвелловского) компонента вплоть до $T_e \sim 40$ кэВ по измерениям спектра в диапазоне видимого и инфракрасного света ~400—1000 нм и умеренную анизотропию ФРЭС электронов по питч-углам в слабо/умеренно надтепловом диапазоне энергий. Рассматривается конкретный пример системы томсоновской диагностики центральной плазмы в ИТЭР, приводится сравнительный анализ старой и новой схем.

АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ ТОМСОНОВСКОЙ ДИАГНОСТИКИ НЕМАКСВЕЛЛОВСКОЙ ПЛАЗМЫ

Диагностика томсоновского рассеяния основана на зондировании плазмы монохроматическим лазерным излучением и последующем анализе рассеянного света. Излучение, рассеянное из локальной области плазмы, регистрируется в конечном числе спектральных каналов, а диагностируемые параметры плазмы, такие, как температура и концентрация электронов, определяются путём сравнения измеренных сигналов рассеяния с их теоретическим предсказанием. Как правило, для такого сравнения используется метод наименьших квадратов. Оценка погрешностей искомых параметров является важным и достаточно сложным вопросом, поскольку ожидаемый сигнал рассеяния нелинейно зависит от температуры, а в случае, когда ФРЭС отличается от максвелловской, ситуация усложняется наличием дополнительных параметров, по которым проводится минимизация отличия измеренного и расчётного спектров.

Алгоритм оценки погрешностей измерений должен быть сформулирован в рамках так называемой синтетической диагностики. Такая диагностика генерирует «фантомные» экспериментальные данные и позволяет напрямую сравнивать первоначальные (т.е. принимаемые за известные, «предполагаемые») и восстановленные значения диагностируемых параметров.

Количество фотоэлектронов, попадающих в детектор вследствие томсоновского рассеяния, описывается формулой

$$\left[N_{\rm ph-el}^{(j)}\right]_{\rm Las} = \frac{E_{\rm Las}}{\hbar\omega_0} \Delta x_{\rm Las} \,\Delta\Omega_{\rm pupil} \, n_e \, r_0^2 \int_{\Delta X_j} \eta_q \,(X) \eta_{\rm tr} \,\eta_{\rm fib}(X) \,\sigma_{\rm TS} \,dX \,, \tag{1}$$

где $X = \lambda/\lambda_0 - 1$; ΔX_j — спектральная ширина *j*-го канала; λ и λ_0 — длины волн рассеянного и зондирующего излучения соответственно; E_{Las} — энергия лазерного импульса; Δx_{Las} — длина излучающего цилиндра в поле наблюдения детектора («длина рассеяния»); n_e — плотность электронов;

$$\Delta \Omega_{\text{pupil}} = \Delta S_{\text{pupil}} / \left(\mathbf{r}_{\text{emis}} - \mathbf{r}_{\text{pupil}} \right)^2, \tag{2}$$

где ΔS_{pupil} — площадь зрачка, векторы задают координаты излучающего цилиндра и зрачка; r_0 — классический радиус электрона; множители η описывают свойства оптической системы. Нормированное сечение σ_{TS} для томсоновского рассеяния (т.е. некогерентного, неколлективного рассеяния релятивистскими электронами без учёта отдачи в единичном акте рассеяния фотона) можно рассчитывать по формулам [3] (отметим, что корректное описание томсоновского рассеяния электронами горячей плазмы дано в [4, 5])

$$\sigma_{\rm TS} = \int f(\mathbf{p}) [\mathbf{A}(\boldsymbol{\beta})\mathbf{e}]^2 \delta[\omega(1 - \boldsymbol{\beta}\mathbf{n}) - \omega_0(1 - \boldsymbol{\beta}\mathbf{n}_0)] d\mathbf{p};$$
(3)

где

$$\mathbf{A}(\mathbf{\beta}) = \frac{\sqrt{1-\mathbf{\beta}^2}}{(1-\mathbf{\beta}\mathbf{n})^2} \{ \mathbf{\beta} [\mathbf{\beta} \mathbf{e}_0(1-\mathbf{n}\mathbf{n}_0) - \mathbf{n}\mathbf{e}_0(1-\mathbf{\beta}\mathbf{n}_0)] + \mathbf{n} [\mathbf{n}\mathbf{e}_0(1-\mathbf{\beta}\mathbf{n}_0) + \mathbf{\beta}\mathbf{e}_0(\mathbf{n}\mathbf{n}_0-\mathbf{\beta}\mathbf{n})] - \mathbf{n}_0(1-\mathbf{\beta}\mathbf{n})\mathbf{\beta}\mathbf{e}_0 - \mathbf{e}_0(1-\mathbf{\beta}\mathbf{n}_0)(1-\mathbf{\beta}\mathbf{n})\},$$
(4)

где $\beta = \mathbf{v}/c$ — безразмерная скорость; *c* — скорость света; ω_0 и ω — частоты падающей и рассеянной волн соответственно; **n**₀ и **n** — их направления; **e**₀ и **e** — их поляризации.

ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез, 2014, т. 37, вып. 3

Для предварительной оценки точности томсоновской диагностики в токамаках-реакторах уместно использовать модельную ФРЭС, качественно воспроизводящую основные особенности электронной плазмы в условиях сильного дополнительного нагрева. Известно, что возможное отклонение ФРЭС от максвелловской может быть одной из причин наблюдаемого в различных экспериментах различия в определении T_e по измерениям различных диагностик. Что касается анализа эффектов немаксвелловости в томсоновской диагностике, то можно упомянуть, например, применение фоккер-планковского кинетического кода CQL3D [6] при интерпретации томсоновского измерения электронной температуры в разрядах с ЭЦР-нагревом и ЭЦ-генерацией тока на токамаке TCV [7], где было обнаружено заметное отклонение ФРЭС от максвелловской. Численное моделирование [8—11] ФРЭС надтепловых электронов в условиях ЭЦР-нагрева и/или ЭЦ-генерации тока на итэроподобных токамаках с помощью фоккерпланковского кинетического кода RELAX [12] дало численную оценку характерной энергии надтепловых электронов. В данной работе мы рассматриваем следующую модельную ФРЭС, качественно согласующуюся с результатами работ по численному моделированию ФРЭС:

$$f(\mathbf{p}) = (1 - \delta_{\text{Hot}}) f_{\text{Maxw}}(\mathbf{p}) + \delta_{\text{Hot}} f_{\text{Hot}}(\mathbf{p}_{\parallel}, \mathbf{p}_{\perp}),$$
(5)

где

$$f_{\text{Hot}}(\mathbf{p}_{\Box}, \mathbf{p}_{\bot}) = C_{\text{Hot}} \exp\left[-mc^2 \left(\frac{\sqrt{1 + (p/mc)^2} - 1}{p^2}\right) \left(\frac{p_{\Box}^2}{T_{e\,\Box}} + \frac{p_{\bot}^2}{T_{e\,\bot}}\right)\right].$$
(6)

Здесь $f_{\text{Maxw}}(\mathbf{p})$ — релятивистское максвелловское распределение; C_{Hot} — нормировочная константа (в импульсном пространстве); \mathbf{p}_{\parallel} и \mathbf{p}_{\perp} — компоненты импульса \mathbf{p} , параллельно и перпендикулярно магнитному полю соответственно; δ_{Hot} — доля надтепловых электронов.

Предполагается, что измерение фонового сигнала осуществляется в отдельный временной интервал той же длительности. Предполагается также, что различные лазеры срабатывают в отдельные, но очень близкие моменты времени.

Мы предлагаем следующий алгоритм оценки погрешностей:

— на основе набора предполагаемых значений неизвестных параметров, а именно $\xi_{assum} = \{T_e^{assum}, T_{e^{\Box}}^{assum}, n_e^{assum}, n_e^{assum}, \delta_{Hot}^{assum}\}$ для ФРЭС (5), (6) и $\xi_{assum} = \{T_e^{assum}, n_e^{assum}\}$ для максвелловской ФРЭС, для каждого спектрального канала каждого лазера рассчитывается предполагаемое количество фотоэлектронов, попадающих в этот канал из-за томсоновского рассеяния лазерного излучения;

— многократно генерируется фантомный экспериментальный спектр, чтобы смоделировать квантовый шум детектора и усилителя для измерений как с рассеянием лазерного излучения, так и без него. Подсчитывается разница между полным $[N_{\rm ph-el}^{(j)}]_{\rm Total}$ и фоновым $[N_{\rm ph-el}^{(j)}]_{\rm Backgr}$ сигналами в каждом спектральном канале, накладывается соответствующая рандомизация. При $[N_{\rm ph-el}^{(j)}]_{\rm Laser} >> 1$ можно использовать распределение Гаусса со средним значением $[N_{\rm ph-el}^{(j)}]_{\rm Laser}$ и среднеквадратическим отклонением, равным

$$\sigma_{j} = \sqrt{\left[N_{\text{ph-el}}^{(j)}\right]_{\text{Las}} + 2\left[N_{\text{ph-el}}^{(j)}\right]_{\text{Backgr}} + 2\left[\sigma_{j}\right]_{\text{Ampl}}^{2}},\tag{7}$$

где [σ_{*j*}]_{Атрl} — шум усилителя. Здесь множители 2 перед слагаемыми под корнем учитывают накопление погрешности также и при измерении фонового сигнала;

— для определения значений искомых параметров $\xi = \{T_e, T_{e^{\square}}, T_{e^{\bot}}, n_e, \delta_{Hot}\}$ и вычисления ошибки этой процедуры необходимо многократное решение следующей обратной задачи — минимизации отличия между «фантомным» экспериментальным сигналом от рассеянного лазерного излучения и соответствующим варьируемым рассчитываемым сигналом:

$$\sum_{\lambda_0} \sum_{j} \left| \left\{ \left[N_{\text{ph-el}}^{(j)}(\xi_{\text{assum}}) \right]_{\text{Total}} - \left[N_{\text{ph-el}}^{(j)} \right]_{\text{Backgr}} \right\}_{\text{Random}} - \left[N_{\text{ph-el}}^{(j)}(\xi) \right]_{\text{Las}} \right| \xrightarrow{\xi} \min, \tag{8}$$

где суммирование идёт по всем лазерам и спектральным каналам.

Погрешность восстановления заданной величины параметра *B*, обозначаемая как Err (от английского error), определяется как усреднённое по статистическому ансамблю нормированное среднеквадратичное отклонение от исходно заданного значения величины *B*:

$$\operatorname{Err}(B^{\operatorname{assumed}}) \equiv 2,5 \left[\left\langle \left(B/B^{\operatorname{assumed}} - 1 \right)^2 \right\rangle \right]^{1/2}.$$
(9)

Множитель 2,5 в (9) соответствует равной 98% вероятности обнаружить значение величины B в интервале { $B^{assumed} - 2,5\delta B$, $B^{assumed} + 2,5\delta B$ }, где

$$\delta(B) = \left[\left\langle \left(B - B^{\text{assumed}} \right)^2 \right\rangle \right]^{1/2}.$$
(10)

Для описания статистических свойств полученных распределений восстановленных параметров уместно рассчитывать их дисперсию

$$\Delta B = \left[\left\langle \left(B - \langle B \rangle \right)^2 \right\rangle \right]^{1/2}.$$
(11)

Точность восстановления немаксвелловских ФРЭС следует оценивать по средней энергии кинетического движения E_{kin} . Для сравнения с случаем максвелловских ФРЭС нужно использовать эффективную температуру $T_{э\phi}$, которая, по определению, связана с E_{kin} таким же соотношением, что и в случае максвелловской ФРЭС:

$$< E_{\rm kin} > = T_{\rm sp} - 1 - K_2'(1/T_{\rm sp}) / K_2(1/T_{\rm sp}); \qquad E_{\rm kin} = mc^2 \Big(\sqrt{(p/mc)^2 + 1} - 1 \Big), \tag{12}$$

где энергия и температура выражены в единицах энергии покоя электрона; K_2 — модифицированная функция Бесселя второго порядка, штрих означает производную, в нерелятивистском пределе имеем известное соотношение $\langle E_{kin} \rangle = (3/2)T$.

РАСЧЁТ ПОГРЕШНОСТИ ТОМСОНОВСКОЙ ДИАГНОСТИКИ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ В ИТЭР

Проведём расчёт по описанному алгоритму для следующих значений входных параметров, используемых в настоящее время при анализе системы томсоновской диагностики центральной плазмы в ИТЭР:

— длины волн: $\lambda_{01} = 1064$, $\lambda_{02} = 1320$, $\lambda = 946$ нм (расчёт нормированных сечений рассеяния как функций безразмерной и размерной длин волн на рис. 1);

 $-E_{\text{Las}} = 4$ Дж (она одинакова для всех лазеров);

 длительность лазерного импульса 5 нс (необходима для расчёта числа фоновых фотоэлектронов);

 $-\Delta x_{\text{Las}} = 0,07 \text{ m};$

 $-\Delta\Omega_{\rm pupil} = 1,38 \cdot 10^{-3} \, \rm crep;$

— угол θ между направлениями \mathbf{n}_0 и \mathbf{n} (угол рассеяния) составляет 159,5°, что отвечает наблюдению центра плазмы;

 поляризации **e**₀ и **e** выбраны совпадающими и ортогональными плоскости рассеяния;



Рис. 1. Нормированные сечения рассеяния (3) для различных ФРЭС и угла рассеяния $\theta = 159,5^{\circ}$: максвелловская ФРЭС для температуры $T_e = 2$ (—), 4 (••••), 6 (– –), 8 (– –), 10 (– –), 15 (— —), 25 (– • –), 35 (– • – •), 45 кэВ (—) (*a*); ФРЭС (5), (6) для $T_e = 10$ кэВ, $\delta_{\text{hot}} = 0,1$ и для разных комбинаций T_{ell} и T_{ell} : $T_{\text{ell}} = 15, T_{\text{ell}} = 12,5$ (—); $T_{\text{ell}} = 50, T_{\text{ell}} = 12,5$ (—); $T_{\text{ell}} = 20$ (—); $T_{\text{ell}} = 50, T_{\text{ell}} = 20$ (—); $T_{\text{ell}} = 60$ кэВ (—); $T_{\text{ell}} = 12,5$ (—); $T_{\text{ell}} = 50, T_{\text{ell}} = 60$ кэВ (—); $T_{\text{ell}} = 10$ (•••) (*b*); то же для $T_e = 40$ кэВ: $T_{\text{ell}} = 60, T_{\text{ell}} = 50$ (—); $T_{\text{ell}} = 80, T_{\text{ell}} = 50$ (—); $T_{\text{ell}} = 60, T_{\text{ell}} = 50$ (—); $T_{\text{ell}} = 80, T_{\text{ell}} = 50$ (—); $T_{\text{ell}} = 60, T_{\text{ell}} = 50$ (—); $T_{\text{ell}} = 80$ кэВ, $T_{\text{ell}} = 100$ кэВ (—); $T_{\text{ell}} = 100$ (•••) (*b*). Над осью для безразмерной длины волны указаны значения размерных длин волн в микрометрах для разных лазеров (красный — 1,064 мкм, синий — 1,32 мкм)

— квантовый выход детектора η_q был выбран так, чтобы в диапазоне выше 650 нм спектральная чувствительность была такой же, как у Excelitas C30956EH, в диапазоне ниже 650 нм — как у Hamamatsu S8664 (рис. 2);



Рис. 2. Спектральная зависимость квантового выхода детектора в единицах электрон/фотон: для $\lambda < 650$ нм использовалась кривая S8664 (——), для $\lambda > 650$ нм — кривая C30956 (——)



Рис. 3. Спектральная зависимость пропускания оптического волокна

— $\eta_{tr} = 0,3.0,7.0,8 = 0,168$ — пропускание оптической системы, включая не зависящие от длины волны значения пропускания различных составных частей оптической системы: собирающей зеркально-линзовой оптики — 30%, оптоволоконной линии — 70% и спектрально-аналитической аппаратуры — 80% (отметим, что пропускание может значительно меняться в зависимости от длины волны, что, например, показано на рис. 3 для пропускания оптического волокна, и при расчёте реальных оптических систем это необходимо учитывать);

$$[\sigma_j] = 50;$$

--- $n_e = 3 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3};$

 предполагается наличие шести спектральных каналов, расположенных в интервале от 350 до 1060 нм (синяя граница определяется спектральной характеристикой оптоволоконного кабеля, см. рис. 3);

— ошибка калибровки считается малой (в общем случае её учёт даст вклад в (7) аналогично вкладам остальных источников ошибки при двукратном измерении — полного и фонового сигналов).

Как видно на рис. 1, для температуры электронов, приближающейся к верхней границе рабочего диапазона 40 кэВ, отклонение от максвелловского распределения наблюдается только в крайнем спектральном канале. Достоверное измерение такого отклонения накладывает чрезвычайно жёсткие требования на точность измерения томсоновского сигнала.

Фоновый сигнал формируется из прямого сигнала тормозного излучения плазмы вдоль линии наблюдения и отражённого от стенки света, определяемого линейчатым излучением дивертора. Данные о фоне, представленные в [13], показывают, что в режимах с низкой светимостью дивертора добавка рассеянного диверторного света (РДС) к тормозному излучению не оказывает существенного влияния на конечные результаты, тогда как в режимах с высокой светимостью дивертора РДС может играть основную роль во вкладе фона в погрешность измерений. Здесь мы ограничимся универсальной оценкой — расчётом точности диагностики с учётом только тормозного фона.

Рассчитаны предполагаемые значения количества фотоэлектронов в канале [$N_{\rm ph-el}^{(j)}$]_{Laser}, фон [$N_{\rm ph-el}^{(j)}$]_{Backgr} и дисперсия, задаваемая (7), при [σ_j]_{Ampl} = 50 для всех *j* (табл. 1).

1 а 0 л и ц а 1. Оценки числа лазерных и фоновых фотоэлектронов, а также соответствующеи им дисперси	вующей им дисперсии (Таблица 1. Оценки числа лазерных и фоновых фотоэлектронов, а также соо
--	-----------------------	--

Канал, нм	Лазер 946 нм, фотоэлектроны		Лазер 1064 фотоэлект	4 нм, роны	Лазер 132 фотоэлек	Φ он $\begin{bmatrix} \mathbf{N}^{(j)} \end{bmatrix}_{j=1,\dots,j=1}^{j}$	
	$\left[N_{\rm ph-el}^{(j)}\right]_{\rm Laser}$	σ_j^2	$\left[N_{\rm ph-el}^{(j)}\right]_{\rm Laser}$	σ_j^2	$\left[N_{\rm ph-el}^{(j)}\right]_{\rm Laser}$	σ_j^2	фотоэлектроны
350—479	$9,45 \cdot 10^3$	$4,75 \cdot 10^4$	$1,01 \cdot 10^4$	$4,81 \cdot 10^4$	$9,84 \cdot 10^3$	$4,78 \cdot 10^4$	$1,65 \cdot 10^4$
480-654	$1,83 \cdot 10^4$	$4,53 \cdot 10^4$	$2,15 \cdot 10^4$	$4,85 \cdot 10^4$	$2,56 \cdot 10^4$	$5,26 \cdot 10^4$	$1,10.10^{4}$
655—800	$9,49 \cdot 10^3$	$2,75 \cdot 10^4$	$1,25 \cdot 10^4$	$3,05 \cdot 10^4$	$1,83 \cdot 10^4$	$3,63 \cdot 10^4$	$6,50 \cdot 10^3$
801—944	$6,25 \cdot 10^3$	$2,03 \cdot 10^4$	$8,87 \cdot 10^3$	$2,29 \cdot 10^4$	$1,49 \cdot 10^4$	$2,89 \cdot 10^4$	$4,50 \cdot 10^3$
945—1004	$1,49 \cdot 10^3$	$1,25 \cdot 10^4$	$2,23 \cdot 10^3$	$1,32 \cdot 10^4$	$4,07 \cdot 10^3$	$1,51 \cdot 10^4$	$3,00.10^3$
1005—1060	760	$0,98 \cdot 10^4$	$1,16 \cdot 10^3$	$1,02 \cdot 10^4$	$2,21 \cdot 10^3$	$1,12 \cdot 10^4$	$2,00 \cdot 10^3$

Были выполнены расчёты по решению обратной задачи для случаев зондирования лазерами с двумя и тремя разными длинами волн (946, 1064, 1320 нм) в различных комбинациях длин волн. Обратная задача решалась 200 раз. Для иллюстрации статистических свойств восстановленных значений искомых параметров на рис. 4 показаны распределения восстановленных значений температуры электронов в максвелловской функции распределения, полученные для случая использования трёх лазеров с совпадающими (1064 нм) и различающимися (946, 1064 и 1320 нм) длинами волн.

При решении обратной задачи уместно ограничивать область возможной вариации искомых параметров. Так, области изменения свободных параметров в случае $T_e = 40$ кэВ были ограничены следующими интервалами: 20—60 кэВ для T_e , 20—84 кэВ для $T_{e\parallel}$, 30—120 кэВ для $T_{e\perp}$, (0,0001—1000) 10^{20} м⁻³ для n_e и 0,01—0,75 для δ_{Hot} .



Рис. 4. Статистические распределения восстановленных значений температуры электронов (a, δ) и их плотности (e, r) и для трех лазеров в случае различных (946, 1064, 1320 нм) (a, e) и совпадающих (1064 нм) (δ, r) длин волн лазеров

Представление результатов	уместно начать с расчётов	для случая максвелловской	ФРЭС ((табл. 2)).
---------------------------	---------------------------	---------------------------	--------	-----------	----

Таблица2. Результаты оценок погрешност	ей измерений параметра	В в предположении максвелловской ФРЭС
--	------------------------	---------------------------------------

В	B ^{assumed}	3 лазера, $\lambda_0 = 1064$ нм			3 лазера, $\lambda_0 = 946$, 1064, 1320 нм				
		< <i>B</i> >	ΔB	Err(<i>B</i>), %	δΒ	< <i>B</i> >	ΔB	Err(<i>B</i>), %	δB
<i>T</i> _e , кэВ	40,0	40,0	0,6	4	0,6	40,0	0,4	3	0,4
$n_e, 10^{19} \text{ m}^{-3}$	3,000	3,000	0,018	1,5	0,018	3,000	0,016	1,3	0,016

Видно, что в случае максвелловской ФРЭС выгода использования разных длин волн практически очень невелика. Аналогичный результат для немаксвелловской ФРЭС приведён в табл. 3.

D	Dassumed		3 лазера	а, λ ₀ = 1064 нм		3 .	пазера, λ ₀ =	946, 1064, 1320 н	М
В	D	< <i>B</i> >	ΔB	Err(<i>B</i>), %	δB	< <i>B</i> >	ΔB	Err(<i>B</i>), %	δB
<i>T</i> _e , кэВ	40	38	4	21	4	39,3	1,7	10	1,9
$T_{e//}$, кэВ	60	54	14	61	15	57	11	47	11
$T_{e\perp}$, кэВ	50	57	18	97	19	52	12	63	13
n_e , 10^{19} m ⁻³	3,00	3,01	0,06	5	0,06	3,01	0,04	4	0,05
δ_{Hot}	0,10	0,21	0,19	540	0,21	0,15	0,13	360	0,14
<i>Т</i> _{эф} , кэВ	41,2	43	2	16	3	42,0	1,4	10	1,6

Таблица 3. То же, что и в табл. 2, для ФРЭС вида (5), (6)

Как видно из табл. 3, измерение высокой температуры ~40 кэВ при традиционном предположении о максвелловости ФРЭС нечувствительно к диверсификации длин волн, в то время как при восстановлении более сложной ФРЭС с 10% долей анизотропной квазимаксвелловской ФРЭС с умеренной надтепловой энергией имеем повышение точности измерения эффективной температуры $T_{3\phi}$ (см. формулу (12)) примерно в 1,5 раза.

Важно отметить, что большие ошибки восстановления параметров, описывающих отклонение от максвелловости (особенно параметра δ_{Hot}), не влияют на точность восстановления средней энергии немаксвелловской ФРЭС. Дело в том, что решение обратной задачи является устойчивым относительно восстановления средней энергии ФРЭС вне зависимости от частного вида отклонения от максвелловости в тепловом и слабо надтепловом диапазонах энергий электронов.

В табл. 4—9 приведены результаты для различных комбинаций длин волн лазеров. Эти таблицы также иллюстрируют саму методику анализа точности определения основных параметров немаксвел-

ловской плазмы по спектрам томсоновского рассеяния. Сравнительный анализ табл. 4—9 даёт возможность анализа роли диверсификации длин волн зондирующего излучения. В общем случае расположение спектральных каналов и значения длины волн могут быть включены в процедуру оптимизации, аналогичную обратной задаче (8), но существенно более сложную. В настоящей работе мы ограничимся задачей (8) для демонстрации основных возможностей разрабатываемой методики.

I = I = I = I = I = I = I = I = I = I =											
Параметр	2 лазера,	2 лазера,	2 лазера, 1064,	3 лазера,	3 лазера,	3 лазера, 946,					
Параметр	1064 нм	1320 нм	1320 нм	1064 нм	1320 нм	1064, 1320 нм					
<i>B</i> ^{assumed} , кэВ	40	40	40	40	40	40					
<В>, кэВ	38	39,3	39	38	39,4	39,3					
ΔB , кэВ	3	1,7	2	4	1,7	1,7					
$\operatorname{Err}(B^{\operatorname{assumed}}), \%$	19	11	12	21	11	10					
δ <i>В</i> , кэВ	3	1,8	2	4	1,8	1,9					

Т а блица 4. Результаты оценок погрешностей измерений T_e ($B = T_e$) для случая с предполагаемой ФРЭС в виде (5), (6)

Таблица 5. То же, что и в табл. 4, д	цля $T_{e\parallel}$	$(B = T_{e\parallel})$
--------------------------------------	----------------------	------------------------

Параметр	2 лазера, 1064 нм	2 лазера, 1320 нм	2 лазера, 1064, 1320 нм	3 лазера, 1064 нм	3 лазера, 1320 нм	3 лазера, 946, 1064, 1320 нм
$B^{\text{assumed}}, \kappa Э B$	60	60	60	60	60	60
<i></i> , кэВ	58	58	58	54	59	57
ΔB , кэВ	11	10	10	14	9	11
$\operatorname{Err}(B^{\operatorname{assumed}}), \%$	46	41	43	61	39	47
δВ, кэВ	11	10	10	15	9	11

Таблицаб. То же, что и в табл. 4, для $T_{e\perp}$ ($B = T_{e\perp}$) 2 лазера, 1064, 2 лазера, 2 лазера, 3 лазера, 3 лазера, 3 лазера, 946, Параметр 1064 нм 1320 нм 1320 нм 1064 нм 1064, 1320 нм 1320 нм B^{assumed}, кэВ 50 50 50 50 50 50 **, кэВ 53 52 52 57 51 52 10 12 ΔB , кэВ 15 12 18 10 Err(B^{assumed}), % 77 53 63 97 50 63 δВ, кэВ 15 11 12 19 10 13

Таблица 7. То же, что и в табл. 4, для n_e ($B = n_e$)

Пополното	2 лазера,	2 лазера,	2 лазера, 1064,	3 лазера,	3 лазера,	3 лазера, 946,
Параметр	1064 нм	1320 нм	1320 нм	1064 нм	1320 нм	1064, 1320 нм
$B^{\text{assumed}}, 10^{19} \text{ m}^{-3}$	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00
$<\!B\!>, 10^{19} \text{ m}^{-3}$	3,02	3,01	3,01	3,01	3,01	3,01
$\Delta B, 10^{19} \text{ m}^{-3}$	0,05	0,04	0,04	0,06	0,04	0,04
$\operatorname{Err}(B^{\operatorname{assumed}}), \%$	5	4	4	5	4	4
δ <i>B</i> , 10 ¹⁹ м ⁻³	0,06	0,04	0,05	0,06	0,04	0,05

Таблица 8. То же, что и в табл. 4, для δ_{Hot} ($B = \delta_{Hot}$)

2 лазера,	2 лазера, 1320 им	2 лазера, 1064, 1320 им	3 лазера,	3 лазера,	3 лазера, 946,
1004 HM	1320 HM	1520 HM	1004 HM	1320 HM	1064, 1320 нм
0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
0,21	0,14	0,15	0,21	0,13	0,15
0,19	0,09	0,13	0,19	0,10	0,13
550	240	340	540	270	360
0,22	0,10	0,14	0,21	0,11	0,14
	2 лазера, 1064 нм 0,10 0,21 0,19 550 0,22	2 лазера, 1064 нм 2 лазера, 1320 нм 0,10 0,10 0,21 0,14 0,19 0,09 550 240 0,22 0,10	2 лазера, 1064 нм2 лазера, 1320 нм2 лазера, 1320 нм0,100,100,100,210,140,150,190,090,135502403400,220,100,14	2 лазера, 1064 нм2 лазера, 1320 нм2 лазера, 1320 нм3 лазера, 1064, 1320 нм0,100,100,100,100,210,140,150,210,190,090,130,195502403405400,220,100,140,21	2 лазера, 1064 нм2 лазера, 1320 нм2 лазера, 1320 нм3 лазера, 1320 нм3 лазера, 1320 нм0,100,100,100,100,100,210,140,150,210,130,190,090,130,190,105502403405402700,220,100,140,210,11

т	абп	ица	9	То же	что и	в тябл	4 л п я	T . (B = T.)
1	аол	пца	1.	Ιυ мι,	-110 h	Б гаол.	т, длл	- 1 an \	D — 1 adj

T = T = T = T = T = T = T = T = T = T =											
Параметр	2 лазера,	2 лазера,	2 лазера, 1064,	3 лазера,	3 лазера,	3 лазера, 946,					
	1064 нм	1320 нм	1320 нм	1064 нм	1320 нм	1064, 1320 нм					
B ^{assumed} , кэВ	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2	41,2					
<В>, кэВ	42,6	41,8	42,0	43	41,8	42,0					
ΔB , кэВ	1,9	1,0	1,3	2	1,1	1,4					
$\operatorname{Err}(B^{\operatorname{assumed}}), \%$	14	7	10	16	8	10					
δВ, кэВ	2	1,2	1,6	3	1,3	1,6					

Предлагаемая методика позволяет также оценить погрешность измерения средней энергии электронов немаксвелловской плазмы в случае предположения о максвелловости ФРЭС. В этом случае фантомный спектр берётся немаксвелловским, а для его интерпретации используется максвелловская ФРЭС. Подобная ситуация может иметь место во многих экспериментах. Далее приведены результаты решения такой задачи для случая двух лазеров с различными комбинациями длин волн. В табл. 10 и 11 рассчитаны погрешность $Err(B^{assumed})$ восстановления «заложенного» значения эффективной температуры и дисперсия $Err(\langle B \rangle)$ полученного распределения относительно его среднего значения, характеризующие точность восстановления температуры основного максвелловского компонента ФРЭС в пренебрежении возможной немаксвелловостью.

Таблица 10. Результаты оценок погрешностей измерений эффективной температуры $T_{3\phi}$ ($B = T_{3\phi}$) в случае расчёта фантомного спектра по немаксвелловской ФРЭС (5), (6) и его интерпретации в предположении максвелловской ФРЭС

Параметр	2 лазера, 1064 нм	2 лазера, 1320 нм	2 лазера, 1064, 1320 нм
B ^{assumed} , кэВ	41,2	41,2	41,2
<8>, кэВ	40,7	40,8	40,7
ΔB , кэВ	0,6	0,4	0,4
$\operatorname{Err}(B^{\operatorname{assumed}}),\%$	5	3	4
Err(<i></i>),%	4	2	3
δ <i>B</i> , кэВ	0,8	0,5	0,6

$1 u \circ h h g u h h h o k c, h o h o h o h o h o h o h o h o h o h $											
Параметр	2 лазера, 1064 нм	2 лазера, 1320 нм	2 лазера, 1064, 1320 нм								
B^{assumed} , 10^{19} m^{-3}	3,00	3,000	3,000								
$< B >$, 10^{19} m^{-3}	2,98	2,980	2,979								
ΔB , 10 ¹⁹ m ⁻³	0,02	0,015	0,015								
$\operatorname{Err}(B^{\operatorname{assumed}}), \%$	2	2	2								
Err(<i><b< i=""><i>></i>), %</b<></i>	2	1,3	1,2								
$\delta B, 10^{19} \mathrm{m}^{-3}$	0,03	0,03	0,03								

Таблица 11. **То же. что и в табл. 10.** лля *п.* (*B* = *n.*)

Из табл. 10 видно, что восстановление $T_{3\phi}$ даёт результат, очень близкий к энергии основного максвелловского компонента электронов (2—4%), а отклонение от действительной средней энергии немного больше (3—5%). Это является количественной иллюстрацией хорошо известной качественной картины: томсоновская диагностика очень чувствительна к основному максвелловскому электронному компоненту, но гораздо менее чувствительна к небольшой надтепловой немаксвелловской части электронов. Так, в рассмотренном случае в средней энергии электронов «теряется» небольшая доля её истинного значения.

Для иллюстрации достоверности решения обратной задачи в табл. 12 приведём результаты восстановления параметров ФРЭС при фантомном спектре, задаваемом максвелловской ФРЭС, и интерпретации его общим алгоритмом, предполагающим возможную немаксвелловость в виде (5), (6).

Таблица 12. Результаты оценок погрешностей измерений эффективной температуры T_{эф} в случае расчёта фантомного спектра по максвелловской ФРЭС и его интерпретации в предположении немаксвелловской ФРЭС (5), (6)

Парахотр	Dassumed	2 лазера, 1064 нм								
Параметр	Б	\overline{B}	ΔB	Err(<i></i>), %	δΒ, %					
<i>Т_е</i> , кэВ	40	40	1,8	11	1,8					
<i>T_{e//}</i> , кэВ	—	41	9	—	—					
<i>Т_{е⊥}</i> , кэВ	—	42	13	—	—					
$n_e, 10^{19} \text{ m}^{-3}$	3,00	3,00	0,05	4	0,05					
$\delta_{ m Hot}$	—	0,17	0,24	—	—					
$T_{ m o \phi}$, кэ ${ m B}$	40	40,3	1,2	8	1,2					

Видно, что алгоритм допускает «переброс» части электронов из основного максвелловского в небольшой надтепловой компонент, но его характерные эффективные температуры (перпендикулярная и параллельная) так близки к основной температуре, что фактически эта добавка в ФРЭС оказывается частью единой максвелловской ФРЭС, а связанная с этим ошибка составляет менее 1%.

В табл. 13 приведём результаты сравнения точности для измерения параметров немаксвелловской ФРЭС для двух разных температур основного максвелловского компонента, а именно 40 и 10 кэВ, при различных комбинациях двух длин волн у двух лазеров.

Таблица 13. Погрешности измерения параметров В, вычисленные для предполагаемой ФРЭС вида (5), (6)

Темпера-		nassumed		2 лазер	а, 1064 нм	Ι	2 лазера, 1064, 1320 нм				2 лазера, 1320 нм			
тура, кэВ	D	D		ΔB	Err(<i>B</i>), %	δB	< <i>B</i> >	ΔB	Err(<i>B</i>), %	δB	< <i>B</i> >	ΔB	Err(<i>B</i>), %	δΒ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
10 кэВ	<i>T</i> _e , кэВ	10	9,9	0,2	6	0,3	9,9	0,3	7	0,3	9,9	0,3	7	0,3
	$T_{e\parallel}$, кэВ	15	17	8	140	8	18	9	150	9	18	10	170	10
	$T_{e\perp}$, кэВ	12,5	13	4	73	4	12	3	65	3	12	3	51	3
	<i>n_e</i> , 10 ¹⁹ м ⁻³	3,00	3,01	0,02	2	0,02	3,01	0,03	3	0,03	3,01	0,04	3	0,04
	δ_{Hot}	0,05	0,07	0,05	280	0,06	0,07	0,07	400	0,08	0,07	0,06	330	0,07
	<i>Т</i> _{эф} , кэВ	10,2	10,3	0,3	7	0,3	10,3	0,5	12	0,5	10,3	0,3	8	0,3

												Пр	одолжение п	пабл. 13
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
40 кэВ	<i>Т</i> _e , кэВ	40	38	3	19	3	39	2	12	2	39,3	1,7	11	1,8
	$T_{e\parallel}$, кэВ	60	58	11	46	11	58	10	43	10	58	10	41	10
	$T_{e\perp}$, кэВ	50	53	15	77	15	52	12	63	12	52	10	53	11
	n_e , 10^{19} m^{-3}	3,00	3,02	0,05	5	0,06	3,01	0,04	4	0,05	3,01	0,04	4	0,04
	δ_{Hot}	0,10	0,21	0,19	550	0,22	0,15	0,13	340	0,14	0,14	0,09	240	0,10
	$T_{ m bb}$, кэВ	41,2	42,5	1,9	14	2	42,0	1,3	10	1,6	41,8	1,0	7	1,2

выводы

Ожидаемое ощутимое отклонение ФРЭС от максвелловской в условиях мощного дополнительного нагрева электронов плазмы в токамаках-реакторах стимулировало разработку нами методики расчётов точности томсоновской диагностики немаксвелловской плазмы в токамаках-реакторах, основанной на решении обратной задачи определения основных параметров ФРЭС по результатам измерения спектров томсоновского рассеяния с учётом всех возможных источников ошибки. Это включает как погрешности, связанные с неоднозначностью восстановления параметров ФРЭС, являющейся подынтегральной функцией в выражении для спектра измеряемого рассеянного излучения, так и погрешности, обусловленные вычитанием фонового сигнала и свойствами детектирующей аппаратуры.

Методика применена для предварительного анализа преимуществ, предложенного в [1], использования нескольких зондирующих длин волн в томсоновской диагностике немаксвелловской плазмы на примере планируемой системы томсоновской диагностики центральной плазмы в ИТЭР. Результаты анализа возможностей повышения точности томсоновской диагностики центральной плазмы в токамакахреакторах в задачах, близких к ожидаемым в диагностике ИТЭР, показали общую тенденцию роста точности измерений параметров немаксвелловской ФРЭС с ростом диапазона величины измеряемой температуры, что подтверждает актуальность диверсификации длины волны зондирующего лазерного излучения.

Методика также позволяет оценить погрешность измерения средней энергии электронов немаксвелловской плазмы в случае предположения о максвелловости ФРЭС. Полученные результаты дают количественную иллюстрацию хорошо известной высокой чувствительности томсоновской диагностики к основному максвелловскому электронному компоненту и существенно меньшей — к небольшому надтепловому немаксвелловскому компоненту.

Полученные результаты показывают необходимость детализации анализа точности диагностики томсоновского рассеяния в токамаках-реакторах.

Авторы благодарны А.В. Горшкову за полезные замечания. Представленные здесь взгляды и мнения могут не совпадать с мнением Организации ИТЭР.

REFERENCES

- Mukhin E.E., Kurskiev G.S., Tolstyakov S.Yu., Kukushkin A.B., Andrew P., Bukreev I.M., Chernakov P.V., Kochergin M.M., Koval A.N., Litvinov A.E., Masyukevich S.V., Razdobarin A.G., Semenov V.V., Sdvizhenskii P.A. — In: Proc. Intern. Conf. «Fusion Reactor Diagnostics». Varenna, Italy, 2013 (to be published in AIP Conference Proceedings).
- 2. Minashin P.V., Kukushkin A.B. Intern. Review of Atomic and Molecular Phys., 2013, vol. 4, issue 2.
- 3. Kukushkin A.B., Leneva A.E., Pergament V.I. VANT. Ser. Termoyadernyi sintez (Problems of Atomic Science and Technology. Ser. Thermonuclear Fusion), 1983, № 2 (12), pp. 88—96 (in Russian).
- 4. Kukushkin A.B. Sov. J. Plasma Phys., 1981, vol. 7, p. 63.
- 5. Kukushkin A.B., Kogan V.I. Sov. J. Plasma Phys., 1981, vol. 7, p. 669.
- 6. Harvey R.W., McCoy M.G. In: Proc. IAEA TCM/Advances in Simulation and Modelling of Thermonuclear Plasmas. Montreal, 1992. Vienna: IAEA, 1992, p. 498.
- Zhuang G., Behn R., Klimanov I., Nikkola P., Sauter O. Plasma Phys. Control. Fusion, 2005, vol. 47, pp. 1539—1558.

- Kuznetsova L.K., Cherepanov K.V., Kukushkin A.B., Westerhof E. In: Proc. 14th Joint Workshop on Electron Cyclotron Emission and Electron Cyclotron Resonance Heating. Ed. by F. Lasaros. Santorini Island, Greece, May 9—12, 2006, pp. 379—384.
- 9. Kukushkin A.B., Cherepanov K.V., Kuznetsova L.K., Westerhof E. Ibid., pp. 374—378.
- Cherepanov K.V., Kukushkin A.B., Kuznetsova L.K., Westerhof E. In: Proc. 21nd IAEA Fusion Energy Conf. Chengdu, China, 2006, IT/P1-8, <u>http://www-pub.iaea.org/MTCD/Meetings/FEC2006/it p1-8.pdf</u>.
- 11. Cherepanov K.V., Kukushkin A.B., Kuznetsova L.K., Westerhof E. Strong microwaves in plasmas. Ed. by A.G. Litvak. In: Procs. 6th Intern. Workshop. Nizhny Novgorod, July 25 August 1, 2005, 2006, vol. 2, pp. 533—538.
- 12. Westerhof E., Peeters A.G., Schippers W.L. Rijnhuizen Report RR 92-211, 1992.
- 13. Kajita S., Kukushkin A.S. et al. Private Communications, 2014.

AUTHORS

Sdvizhenski P.A. NRC "Kurchatov Institute", pl. Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russia; sdvinpt@gmail.com

Kukushkin A.B. NRC "Kurchatov Institute", pl. Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russia; Kukushkin_AB@nrcki.ru

Kurskiev G.S. Ioffe Physical-Technical Institute of the Russian Academy of Sciences, Politechnicheskaya ul. 26, 194021 St. Petersburg, Russia; gleb.kurskiev@gmail.com

Mukhin E.E. Ioffe Physical-Technical Institute of the Russian Academy of Sciences, Politechnicheskaya ul. 26, 194021 St. Petersburg, Russia;

Bassan M. ITER Organization, Route de Vinon sur Verdon, St Paul Lez Durance, 13115 France; michele.bassan@iter.org

Received 25 June 2014 Problems of Atomic Science and Technology Ser. Thermonuclear Fusion, 2014, vol. 37, issue 3, pp. 38–47