УДК 621.039.67

РАСЧЁТ ГОФРИРОВКИ ТОРОИДАЛЬНОГО ПОЛЯ В Т-10

С.В. Перфилов, А.Н. Чудновский

НИИ «Курчатовский институт», Москва, Россия

В работе представлены результаты расчёта гофрировки тороидального магнитного поля токамака Т-10. Полученные табличные значения гофрировки могут быть использованы для вычисления транспортных коэффициентов, при расчётах радиального электрического поля в условиях низкой столкновительности. Определены значения параметров формулы для упрощённого расчёта гофрировки в Т-10. Выполненный расчёт возмущения магнитного поля при смещении одной из катушек тороидального соленоида позволяет установить необходимую точность вычисления гофрировки.

Ключевые слова: токамак, тороидальное поле, гофрировка.

CALCULATION OF THE TOROIDAL FIELD RIPPLE IN T-10

S.V. Perfilov, A.N. Chudnovskiy

NRC «Kurchatov Institute», Moscow, Russia

Results of calculation of a toroidal magnetic field ripple in the T-10 tokamak are presented in the paper. Results of the ripple computations in the form of tabular data can be used for calculation of transport coefficients, at calculation of radial electric field at low collisionality. The values of formula parameters for the simplified calculation of a ripple in T-10 are determined. The calculation of magnetic field perturbation under the shift of one coil of the toroidal solenoid allows estimating the necessary accuracy of the ripple calculation.

Key words: tokamak, toroidal field, ripple.

ВВЕДЕНИЕ

Гофрировка тороидального магнитного поля токамака обусловлена дискретностью катушек тороидального соленоида. Наличие гофрировки приводит к образованию запертых в локальных ямах частиц, что открывает дополнительный канал для их ухода и потерь тепла [1]. Происходит увеличение эффективных транспортных коэффициентов, изменяются условия формирования радиального электрического поля. Гофрировка тороидального поля детально рассмотрена в препринте [2], в котором представлены результаты расчётов гофрировки для нескольких токамаков, в том числе и Т-10. В препринте приведены графики радиальной зависимости гофрировки. Однако для расчёта эффективных транспортных коэффициентов нужны табличные данные по гофрировке. Представляемые в работе расчёты проведены для получения табличных значений гофрировки тороидального поля в Т-10. Расчёты магнитного поля выполнены при моделировании каждой катушки набором тонких кольцевых витков. Определены параметры полученной в [2] приближенной формулы для вычисления гофрировки. Выполнен расчёт возмущения магнитного поля при смещении одной из катушек тороидального соленоида. Проведены оценки точности вычислений.

ГЕОМЕТРИЯ ТОРОИДАЛЬНОГО СОЛЕНОИДА Т-10

Тороидальный соленоид Т-10 состоит из 16 катушек, равномерно распределённых по тороидальному обходу. Катушки имеют клиновидную форму (рис. 1). На рис. 1 применены обозначения, использованные в препринте [2].

Ось катушки радиусом $R_{\text{кат}}$ совпадает с осью вакуумной камеры Т-10. Вершина клина катушки лежит за главной осью тора на расстоянии dl . Протяжённость катушки в тороидальном направлении задаётся углом α , отсчитываемым из вершины клина. Клиновидная форма является некоторой идеализацией формы реальной катушки.

Рис. 1. Геометрия катушки Т-10

Независимое рассмотрение каждым из авторов работы чертежей катушки Т-10 [3—5] привело к заключению, что геометрические параметры катушки, показанные на рис. 1, имеют значения, представленные в табл. 1. В табл. 1 приведены также значения геометрических параметров, принятые в препринте [2].

Таблица 1. Геометрические параметры катушки Т-10

Вариант	$R_{\text{кат}}, \text{ м}$	$R_{\text{вх}}, \text{ м}$	$R_{\text{ин}}, \text{ м}$	$\alpha, \text{ град}$	$dl, \text{ м}$
Предлагаемый	1,5	0,785	0,557	15	0,11
Препринт [2]	1,5	0,785	0,55	15	0,18

Разница между предлагаемыми значениями и принятыми в препринте [2] невелика и не определяет разницы в гофрировке, рассчитанной авторами, и гофрировке, представленной в препринте [2] на рис. 3.

Схема размещения витков в катушке Т-10 представлена на рис. 2.

Катушка содержит $N_R = 14$ слоёв и $N_\phi = 8$ витков в каждом слое. Толщина витков постоянная — 13,5 мм. Ширина витков уменьшается к центру, наибольшая ширина наружного витка 77,5 мм.

В расчётах поле от каждой катушки моделировалось полем от набора кольцевых токов, равномерно распределённых как по радиусу R , так и по тороидальному углу ϕ . Типичный набор представляется соотношением $N_\phi/N_R = 16/14$. Двукратное увеличение N_ϕ по сравнению с реальной намоткой использовано для учёта соотношения ширины и толщины витков.

В расчётах использовано определение гофрировки

$$\delta(r, \theta) = \frac{B_{\text{макс}} - B_{\text{мин}}}{B_{\text{макс}} + B_{\text{мин}}}, \quad (1)$$

принятое в препринте [2]. Максимальное и минимальное значения берутся вдоль окружности при постоянных r и θ . Для расчёта гофрировки в идеально симметричной системе катушек достаточно вычислить поле в двух точках: $B_{\text{макс}}$ под катушкой и $B_{\text{мин}}$ между катушками. Вычисление гофрировки проводится для области, ограниченной вакуумной камерой Т-10 радиусом 0,4 м.

Рис. 2. Схема размещения витков, наружное сечение катушки

ФОРМУЛА ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ГОФРИРОВКИ

В препринте [2] получена приближенная формула для вычисления гофрировки в зависимости от радиуса r и полоидального угла θ :

$$\delta(r, \theta) = \delta_{\text{мин}} I_0 \left(\frac{N\rho}{R_0 - \Delta_0} \right). \quad (2)$$

Переменная ρ является радиусом окружности $\left[x + \left(\Delta_0 - \frac{\rho^2}{2(R_0 - \Delta_0)} \right) \right]^2 + z^2 = \rho^2$, на которой

$\delta(r, \theta) = \text{const}$. Здесь $R_0 = R_{\text{кат}}$, $\text{tg} \theta = z/x$ и $r = \sqrt{x^2 + z^2}$. Важно, что приближенная формула для вычисления гофрировки содержит всего два параметра — Δ_0 и $\delta_{\text{мин}}$. Параметры этой формулы, определённые в препринте [2] путем подгонки к результатам численного расчёта, имеют значения $\Delta_0 = 0,137 \text{ м}$ и $\delta_{\text{мин}} = 0,00193$. Отметим, что приближенная формула используется в препринте не только для вычисления гофрировки, но и для вычисления локальных пробок вдоль силовых линий с учётом поля тока плазмы.

РАСЧЁТ ГОФРИРОВКИ В Т-10

Результаты расчёта гофрировки по формуле и численных расчётов для геометрических параметров катушек, приведённых в табл. 1, представлены на рис. 3.

Численный расчёт в геометрии, заданной в препринте [2], выполнен для рекомендованного набора кольцевых токов $N_\phi/N_R = 8/4$, а расчёт в предлагаемой геометрии — для набора $N_\phi/N_R = 50/50$.

Результаты расчётов по формуле естественным образом совпадают с соответствующими данными препринта. Результаты расчёта в геометрии, заданной в препринте (○), заметно отличаются от результата расчёта по формуле (— — —) и от результата численного расчёта, представленного в препринте. Причина значительного расхождения результатов расчёта осталось невыясненной. Можно предполагать, что графические данные препринта вместе с значениями параметров формулы $\Delta_0 = 0,137$ м и $\delta_{\min} = 0,00193$ не соответствуют геометрическим параметрам катушек, приведённым в препринте. Так, например, расчёт в геометрии, заданной в препринте, но при нулевом смещении клина катушки $dl = 0$ даёт результаты, показанные на рис. 3 (● ● ●), довольно близкие к результатам расчёта по формуле препринта (— — —).

Вычисления гофрировки по программам, независимо разработанным каждым из авторов работы, дают весьма близкие результаты. Так, при разбиении катушек $N_\phi/N_R = 16/14$ результаты отличаются менее чем на 0,2%. Таким образом, согласованные авторами значения геометрических параметров катушек и близость результатов расчётов по независимо разработанным программам позволяют надеяться, что представляемые в работе расчёты обеспечивают адекватное описание гофрировки в Т-10, а сплошная кривая на рис. 3 даёт соответствующую зависимость гофрировки, дискретные значения которой представлены в табл. 2.

Рис. 3. Зависимость гофрировки в экваториальной плоскости от малого радиуса: — — — расчёт по формуле из препринта; ○ — численный расчёт в геометрии, заданной в препринте; ● — численный расчёт в геометрии, заданной в препринте при $dl = 0$; — численный расчёт в предлагаемой геометрии

Таблица 2. Зависимость гофрировки в экваториальной плоскости Т-10 от радиуса

$r, \text{ м}$	$\delta, \%$	$r, \text{ м}$	$\delta, \%$	$r, \text{ м}$	$\delta, \%$	$r, \text{ м}$	$\delta, \%$
-0,40	0,8685	-0,20	0,1580	0	0,3097	0,20	1,4512
-0,39	0,7681	-0,19	0,1543	0,01	0,3327	0,21	1,5697
-0,38	0,6813	-0,18	0,1518	0,02	0,3579	0,22	1,6977
-0,37	0,6059	-0,17	0,1505	0,03	0,3854	0,23	1,8359
-0,36	0,5405	-0,16	0,1504	0,04	0,4154	0,24	1,9849
-0,35	0,4836	-0,15	0,1513	0,05	0,4482	0,25	2,1457
-0,34	0,4342	-0,14	0,1534	0,06	0,4838	0,26	2,3191
-0,33	0,3911	-0,13	0,1565	0,07	0,5225	0,27	2,5060
-0,32	0,3537	-0,12	0,1607	0,08	0,5647	0,28	2,7075
-0,31	0,3210	-0,11	0,1660	0,09	0,6104	0,29	2,9246
-0,30	0,2927	-0,10	0,1724	0,10	0,6601	0,30	3,1585
-0,29	0,2681	-0,09	0,1799	0,11	0,7140	0,31	3,4105
-0,28	0,2467	-0,08	0,1886	0,12	0,7724	0,32	3,6818
-0,27	0,2282	-0,07	0,1986	0,13	0,8358	0,33	3,9740
-0,26	0,2124	-0,06	0,2099	0,14	0,9043	0,34	4,2886
-0,25	0,1988	-0,05	0,2226	0,15	0,9786	0,35	4,6273
-0,24	0,1872	-0,04	0,2367	0,16	1,0590	0,36	4,9920
-0,23	0,1775	-0,03	0,2524	0,17	1,1459	0,37	5,3847
-0,22	0,1695	-0,02	0,2697	0,18	1,2399	0,38	5,8075
-0,21	0,1631	-0,01	0,2888	0,19	1,3414	0,39	6,2628
-0,20	0,1580	0	0,3097	0,20	1,4512	0,40	6,7531

РАЗБИЕНИЕ КАТУШЕК НА ВИТКИ И ТОЧНОСТЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ ГОФРИРОВКИ

В предположении, что плотность тока однородна по сечению катушки, точность вычисления поля от катушки будет тем выше, чем более мелким будет разбиение катушки на витки. Сравним результаты вычисления гофрировки при аппроксимации катушки разным количеством витков $N_\phi/N_R = 50/50, 32/28, 16/14, 8/7, 8/4$. Отличие значений гофрировки будем характеризовать величиной относительной разницы гофрировки, рассчитанной одним из способов, от гофрировки, рассчитанной при дроблении катушки на $N_\phi/N_R = 50/50$ витков:

$$\Delta\delta = 100 \frac{\delta - \delta_{50/50}}{(\delta + \delta_{50/50})/2}. \quad (3)$$

Разница зависит от места вычисления гофрировки — координат r и θ . Рассмотрим максимальные по радиусу абсолютные значения относительного отклонения $|\Delta\delta|_{\max}$, вычисленные в экваториальной плоскости $\theta = 0$ (табл. 3).

Т а б л и ц а 3. Значения максимального относительного отклонения

N_ϕ/N_R	8/4	8/7	16/14	32/28
$ \Delta\delta _{\max}$	Больше 2%	Меньше 1,1%	Меньше 0,25%	Меньше 0,04%

Действительно, разность значений гофрировки уменьшается при более мелком разбиении катушки на витки, что означает сходимость результатов вычислений. Табличные значения максимального относительного отклонения характеризуют максимальную погрешность вычислений при данном разбиении катушки N_ϕ/N_R .

ОБНОВЛЁННЫЕ ПАРАМЕТРЫ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ГОФРИРОВКИ

Параметры приближенной формулы (2), определённые путём подгонки к результатам численного расчёта при разбиении катушек $N_\phi/N_R = 50/50$ (сплошная кривая на рис. 3), имеют значения $\Delta_0 = 0,155$ м и $\delta_{\min} = 0,0015$. Сравнение гофрировок в экваториальной плоскости, рассчитанных по формуле и численно при разбиении катушек $N_\phi/N_R = 50/50$, представлено на рис. 4.

Относительная разница гофрировки, рассчитанной по формуле, и гофрировки, рассчитанной численно при $N_\phi/N_R = 50/50$, не превышает 5% в области, где гофрировка велика. Относительная разница достигает 8% при $r \approx 0$, где гофрировка мала. Результаты расчёта гофрировки в полоидальном сечении вдоль окружности $r = 0,3$ м показаны на рис. 5.

Рис. 4. Сравнение гофрировок в экваториальной плоскости: — — численный расчёт при $N_\phi/N_R = 50/50$; - - - расчёт по формуле

Рис. 5. Гофрировка в полоидальном сечении вдоль окружности $r = 0,3$ м: — — численный расчёт при $N_\phi/N_R = 50/50$; - - - расчёт по формуле (a); б — относительная разница гофрировки, рассчитанной по формуле, и гофрировки, рассчитанной численно

Таким образом, гофрировка может быть посчитана по формуле без вычисления полей от множества колец с током с точностью не хуже 8%.

ТЕХНИЧЕСКАЯ ДЕТАЛЬ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Формула для вычисления поля от тонкого кольца с током содержит полные эллиптические интегралы. Они вычисляются с помощью аппроксимации многочленами с абсолютной погрешностью не более $2 \cdot 10^{-8}$ [6]. Если все остальные вычисления проводить с числами в представлении со стандартной точностью (real*4), то при разбиении катушек $N_\phi/N_R = 32/28$ суммирование полей от $32 \times 28 \times 16 = 14\,336$ витков приводит к разбросу значений гофрировки, показанных на рис. 6 точками. Вычисления с двойной точностью (real*8) дают значения, показанные кружками на рис. 6. Они позволяют построить гладкую кривую. Затраты расчётного времени при переходе к вычислениям с двойной точностью увеличиваются всего на ~10%.

Разброс, показанный точками на рис. 6, стал явным при рассмотрении результатов «под увеличительным стеклом» при вычислении гофрировки через 1 мм. При анализе данных с шагом 1 см этот разброс был бы в значительной степени завуалирован естественным изменением гофрировки на таком шаге (значения при $r = -17$, -16 и -15 см). Тем не менее рассмотренный пример демонстрирует, что при моделировании катушки в виде набора большого количества витков вычисления следует проводить с использованием представления чисел с двойной точностью.

Рис. 6. Гофрировка в Т-10, рассчитанная при разбиении катушек $N_\phi/N_R = 32/28$ с шагом 1 мм: • — расчёт со стандартной точностью; ○ — с двойной точностью

ВЛИЯНИЕ СМЕЩЕНИЯ КАТУШКИ НА ВЕЛИЧИНУ ГОФРИРОВКИ

В препринте [2] на примере установки Т-11 рассмотрено влияние неточности сборки магнитной системы на гофрировку. В частности, показано, что смещение одной катушки наружу всего на 1 мм приводит к увеличению гофрировки в центре более чем в 10 раз. Проведены вычисления для оценки влияния смещения катушки на гофрировку в Т-10. Гофрировка определяется по-прежнему по соотношению (1). В таком виде гофрировка, по-видимому, непригодна для вычисления транспортных явлений. Однако такая оценка влияния смещения катушки на гофрировку полезна для определения необходимой точности вычисления «идеальной» гофрировки без смещения.

Расчёт для Т-10 показывает, что смещение катушки на 1 см приводит лишь к двукратному увеличению гофрировки и только смещение на 10 см приводит к увеличению гофрировки на порядок. Основная разница между магнитными системами установок Т-11 и Т-10 состоит в числе катушек: в Т-11 — 24 катушки, в Т-10 — 16. Минимальная гофрировка в Т-11 — 0,0007%, в Т-10 — 0,15%. Миллиметровое смещение катушки в Т-11 доводит гофрировку в ней до уровня 0,01%.

Как отмечено, для расчёта гофрировки в идеальной системе без смещения катушек достаточно вычислить поле в двух точках: $B_{\max}$ под катушкой и $B_{\min}$ между катушками. При расчёте гофрировки в системе со смещённой катушкой вычисления значений поля выполнялись с шагом 1 см по полному обходу около 10 м. Приемлемое время вычислений — минуты — достигалось при дроблении катушки на $N_\phi/N_R = 8/7$ витков. Результаты расчёта влияния смещения катушки на величину гофрировки в Т-10 показаны на рис. 7.

Наибольшее изменение гофрировки происходит в центре и во внутренней части камеры $r \leq 0$. В наружной части гофрировка меняется не так заметно. Смещение катушки приводит к увеличению гофрировки на радиусе $r = 0,3$ м с 3,19% до 3,26% при смещении на 1 см и до 3,79% при смещении на 10 см.

Рис. 7. Влияние смещения катушки на величину гофрировки в Т-10: — гофрировка без смещения при дроблении катушки $N_\phi/N_R = 8/7$; • — смещение 1 мм; ▲ — смещение 1 см; △ — смещение 5 см

Рис. 8. Относительная разница гофрировок по отношению к гофрировке, рассчитанной при дроблении катушки на $N_\phi/N_R = 50/50$: — для гофрировки, рассчитанной при дроблении катушки на $N_\phi/N_R = 8/7$; • — для гофрировки, рассчитанной при рекомендованном в препринте [2] дроблении катушки на $N_\phi/N_R = 8/4$; - - - для гофрировки, рассчитанной по формуле; ▲ — для гофрировки при смещении одной катушки на 1 мм ($N_\phi/N_R = 8/7$)

НЕОБХОДИМАЯ ТОЧНОСТЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ ГОФРИРОВКИ

Рассмотрим относительную разницу гофрировок, полученных разными способами, и гофрировки, рассчитанной численно при дроблении катушки $N_\phi/N_R = 50/50$. Результаты вычисления разницы по соотношению (3) в экваториальной плоскости в зависимости от радиуса представлены на рис. 8.

Изменение гофрировки при смещении одной катушки на 1 мм относительно гофрировки, рассчитанной при дроблении катушки на $N_\phi/N_R = 50/50$, превышает относительную разницу гофрировок, рассчитанных как при дроблении катушек на $N_\phi/N_R = 8/7$ и $N_\phi/N_R = 8/4$ витков, так и при расчёте по приближенной формуле. Измерения, проведённые в НИЦ «Курчатовский институт» (П.П. Хвостенко с сотрудниками), показали, что во время импульса токамака Т-10 смещение отдельных катушек достигает миллиметрового уровня. Таким образом, расчёт гофрировки при дроблении катушки $N_\phi/N_R = 8/7$, $8/4$, а также по формуле обеспечивает точность, адекватную точности задания геометрии тороидальной магнитной системы. Расчёт гофрировки при дроблении катушки $N_\phi/N_R = 8/7$ можно считать оптимальным с точки зрения точности и времени вычислений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе рассмотрения чертежей катушек Т-10 уточнены значения геометрических параметров катушек. Получены табличные значения гофрировки в экваториальной плоскости, которые могут использоваться для расчёта транспортных коэффициентов. Проведённые расчёты подтвердили, что разбиение катушки на большее число витков обеспечивает увеличение точности вычисления гофрировки. Оценено влияние смещения катушки на величину гофрировки. Наибольшее влияние смещения сказывается в центре и во внутренней части камеры. Определены параметры приближённой формулы для вычисления гофрировки. Погрешность вычисления гофрировки по формуле не превосходит 8%. Расчёт гофрировки при дроблении катушки $N_\phi/N_R = 8/7$, $8/4$, а также по формуле обеспечивает точность, адекватную точности задания геометрии тороидальной магнитной системы.

Авторы признательны П.П. Хвостенко с сотрудниками за предоставленную информацию о результатах измерения смещения катушек во время импульса токамака Т-10.

REFERENCES

1. **Yushmanov P.N.** — Problems of the plasma theory. M.: Energoatomizdat, 1987, issue 16, p. 102 (in Russian).
2. **Gribov Yu.V., Tsaun S.V., Yushmanov P.N.** Crimping of tokamaks. Preprint IAE-3681/7, 1982. 47 p. (in Russian).
3. **Technical** documentation. Winding sector of longitudinal field. 502099 СИ (1А506575 — Winding sector of longitudinal field (assembly and insulation)) (in Russian).
4. **Technical** documentation. Winding sector of longitudinal field. 502099 СИ (1А506577 — Section) (in Russian).
5. **Technical** documentation. Block Т-10. 502079 СИ (0А503195 — Т-10 Block (assembly)) (in Russian).
6. **Abramovits M., Stigan I.** Reference on special functions. M.: Nauka (Science), 1979, pp. 402—405 (in Russian).

AUTHORS

Perfilov S.V. NRC “Kurchatov Institute”, pl. Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russia; Stas_893@pochtamt.ru

Chudnovskiy S.V. NRC “Kurchatov Institute”, pl. Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russia;
Chudnovskiy@nrcki.ru

Received 5 February 2013
Problems of Atomic Science and Technology
Ser. Termoyadernyi sintez, 2013, vol. 36, issue 2, pp.65—71