УДК 621.039.6

ВЛИЯНИЕ СООТНОШЕНИЯ ШАГОВ СКРУТКИ РАЗЛИЧНЫХ СТАДИЙ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КООПЕРАТИВНЫХ ТОКОВ И ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ В СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КАБЕЛЯХ

*С.А. Егоров, М.С. Астров, С.Б. Федотова
(ФГУП «НИИЭФА им. Д.В. Ефремова», С.-Петербург, Россия)*

Предлагается уточнённая методика расчёта наведённых токов и связанных с ними кооперативных потерь энергии в многостадийных кабельных скрутках сверхпроводников, учитывающая дискретный характер контактов между стрендами.

Ключевые слова: сверхпроводящие кабели, многостадийные кабельные скрутки, сверхкооперативные токи, потери энергии.

THE EFFECT OF THE SUBSTAGE TWIST PITCH RATIO ON THE AC LOSS AND COUPLING CURRENTS IN SUPERCONDUCTING CABLES. S.A. EGOROV, M.S. ASTROV, S.B. FEDOTOVA. The paper refines the net-work technique for computation the coupling AC losses and magnetically induced supercoupling currents in multistage superconductors. The technique takes into account peculiarities of the multistage cables related to discrete structure of the inter-strand contacts.

Key words: : superconducting cables, multistage cables, supercoupling currents, AC losses.

ВВЕДЕНИЕ

Расчёт вихревых токов и потерь энергии в многостадийных кабельных скрутках сверхпроводников под воздействием нестационарных магнитных полей является важным компонентом проектирования сверхпроводящих обмоток термоядерных реакторов и индуктивных накопителей. Расчёты с использованием двумерных моделей многостадийных кабелей [1], основанные на предположении о равномерно распределённом по длине поперечном межстрендовом сопротивлении, приводят к оценке мощности потерь $\propto p_s^2$, где p_s — шаг скрутки кабеля на s -стадии. Этот результат, однако, не всегда удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными. Появление дополнительных компонентов в структуре потерь энергии в ряде работ [2, 3] связывают с наличием нерегулярностей в структуре кабеля вследствие деформации последнего на стадии компактирования либо под воздействием электромагнитных нагрузок.

Предлагаемая модель дискретных точечных контактов между отдельными стрендами в кабеле показывает, что даже при идеально периодической структуре кабеля, в случае «неудачных» соотношений шагов скрутки на различных стадиях, вихревые токи могут протекать преимущественно по замкнутым контурам с длиной, превышающей шаг скрутки последней стадии. Это может приводить как к появлению дополнительного компонента потерь энергии, так и к локальным повышениям плотности тока в кабеле. Применяемый подход близок к методике расчёта сверхкооперативных токов [4], дополненной соотношениями для учёта дискретности контактов между стрендами в многостадийном кабеле. В данной работе приводятся описание особенностей дискретной структуры контактов между стрендами в многостадийных кабелях и пример применения предлагаемой методики для расчёта наведённых токов в кабеле трёхстадийной скрутки.

МОДЕЛЬ ТОЧЕЧНЫХ КОНТАКТОВ

Контактные линии и контактный период. Модель точечных контактов предполагает, что субкабели соприкасаются друг с другом в отдельных точках и электрически изолированы друг от друга в промежутках между ними. Полное количество контактов между субкабелями (как и общая контактная площадь) на единицу длины кабеля зависит от формулы кабельной скрутки, номера рассматриваемой стадии, степени компактирования кабеля, шагов скрутки субкабелей и продольного (или фазового) сдвига субкабелей по отношению друг к другу. В регулярном кабеле контактные точки располагаются вдоль некоторой линии (линия C на рис. 1). Траектории наиболее выступающих точек смежных субкабелей изображены пунктиром, их пересечения с контактной линией определяют местоположение точечных контактов. Система этих точек может быть характеризована контактным периодом p_{cs} , который является функцией шагов скрутки, их соотношения $\lambda_s = p_s/p_{s-1}$ и коэффициента удлинения γ_s (см. уравнение (4)), учитывающего увеличение длины субкабеля за счёт его спиральной скрутки на s -стадии. Если шаги скрутки s - и $(s-1)$ -стадий будут примерно равны, контактные пятна сливаются в непрерывный «линейный контакт» (рис. 2, а), в противном случае формируется набор дискретных (точечных) контак-

тов (рис. 2, б). При $1 \leq \lambda_s \leq 2$ имеем конечный контактный период $p_{cs} > p_s$, а при $\lambda_s \geq 2$ контактный период $p_{cs} < p_s$ (в пределе $\lim_{\lambda_s \rightarrow \infty} p_{cs} = p_{s-1}$).

Рис. 1. Положение контактной линии C показано на сечении субкабеля s -стадии скрутки (а) и на развертке субкабеля $(s-1)$ -стадии (б)

Рис. 2. Проекция контактных линий на плоскость XOZ координатной системы, связанной с парой субкабелей (а) и вращающейся вместе с ними (б)

Полное число контактов N_{cs} , приходящееся на один контактный период p_{cs} , зависит от:

- числа субэлементов в контактирующих субкабелях (равно числу контактов, лежащих на одной контактной линии в пределах расстояния одного контактного периода);
- продольного сдвига субкабелей друг относительно друга внутри кабеля (рис. 3), определяющего

Рис. 3. Влияние продольного сдвига между субкабелями на число включённых контактных линий

положение субэлементов в поперечном сечении субкабеля, число включённых контактных линий и поперечные размеры недеформированного кабеля;

— степени компактирования кабеля, определяющей число контактных линий, активированных вследствие деформации поперечного сечения кабеля (рис. 4).

Рис. 4. Гипотетический механизм увеличения поперечной проводимости путём последовательного активирования контактных линий при компактировании кабеля

Влияние шага скрутки субкабелей на поперечную проводимость. Поперечная проводимость кабеля связана с полной площадью контактов между смежными субкабелями на единицу длины. На рис. 5 изображена простая расчётная модель для определения площади контактной площадки.

Рис. 5. Оценка контактной площади

Исходные параметры модели:

- p_{s-1} — шаг скрутки и D_{s-1} — диаметр субкабеля $(s-1)$ -стадии, определяемый как диаметр окружности, описанной вокруг субкабелей $(s-2)$ -стадии, составляющих субкабель $(s-1)$ -стадии;
- N_{cs} — число контактов, приходящихся на один контактный период p_{cs} ;
- H и $h = H/D_{s-1}$ — абсолютный и относительный размеры «плоского» контактного пятна;
- $\xi = \xi(\chi_{s-1}, \lambda_s)$ — форм-фактор, зависящий от относительного шага скрутки $\chi_{s-1} = p_{s-1}/D_{s-1}$ и отношения шагов скрутки $\lambda_s = p_s/p_{s-1}$;

— площадь контактного пятна $a = \frac{H^2}{\sin \theta_{cs}} = \frac{h^2 D_{s-1}^2}{\sin \theta_{cs}}$, где $\theta_{cs} = 2 \left(\arctg \frac{\pi D_{s-1}}{p_{s-1}} - \arctg \frac{\pi D_{s-1}}{p_s} \right)$;

— число контактов на единицу длины $n_{cs} = g_s \frac{N_{cs}}{p_{cs}}$, где g_s — число контактных линий;

— полная площадь контактов на единицу длины: $A_s = n_{cs}a = \frac{N_{cs}H^2}{p_s} \left(\frac{g_s \lambda_{s-1}}{\sin \theta_{cs}} \right) = N_{cs} h^2 D_{s-1} \xi(\chi_{s-1}, \lambda_s)$.

В практически интересной области $\lambda_s \geq 1,2$ форм-фактор ξ слабо зависит от геометрических параметров χ_{s-1} и λ_s , так как уменьшение числа контактных пятен с ростом контактного периода компенсируется увеличением площади пятен.

Эффекты, связанные с неоднородностью поперечной проводимости. Проводимость между субкабелями σ_s периодически меняется вдоль длины кабеля и может быть описана заданием амплитуды $\sigma_{m,s}$ контактного периода p_{cs} и расстояния между соседними контактами $\Delta z_{cs} = p_{cs}/n_{cs}$ (рис. 6, а). Качественно описать эффекты, связанные с перетеканием токов в поперечном направлении, можно с помощью упрощенной модели витой пары (рис. 6, б).

Рис. 6. Распределение поперечной проводимости между субкабелями вдоль длины кабеля (а) и эквивалентная контурная схема (б)

В зависимости от соотношения шагов скрутки $\lambda_s = p_s/p_{s-1}$ контактный период $p_{cs} = \gamma_s p_s / (\gamma_s \lambda_{s-1})$ может или совпадать, или отличаться от главной длины шага скрутки p_s , являющегося периодом функции $e = dE/dz$, т.е. производной индуцированной э.д.с. по координате z . При интегрировании на отрезке Δz_{cs} она может давать «биения» э.д.с., наводимой по длине кабеля. В случае значительных «биений» наличие некомпенсированной э.д.с. приведёт к возникновению дополнительных циркуляционных токов, меняющихся во времени и по длине кабеля подобно тому, как это происходит в случае неоднородного распределения поля в кабеле с непрерывной поперечной резистивностью [4].

Пример численного расчёта нормированных¹ э.д.с., мгновенной мощности потерь и кооперативных токов, протекающих вдоль субкабелей, при выраженных «биениях» показан на рис. 7. Диаграммы полу-

Рис. 7. «Биения» для витой пары гибридных триплетов по длине: r — поперечное сопротивление; e/e_0 — нормированная э.д.с.; $i/i_{\text{норм}}$ — нормированный ток вдоль субкабелей; $P/P_{\text{норм}}$ — нормированная мощность потерь; z/p_2 — длина кабеля в единицах шагов скрутки

¹ Значения нормирующих параметров приведены в [4].

чены при стационарном решении задачи наведения вихревых токов в витой паре гибридных триплетов (каждый содержит один сверхпроводящий и два нормально проводящих элемента) в приближении длительного воздействия однородного магнитного поля $dB/dt = \text{const}$.

Эффект «биений» зависит от:

- числа точечных контактов на один контактный период n_{cs} ;
- соотношения шагов скрутки λ_s ;
- длины кабеля;
- соотношения контактных проводимостей субстадий σ_s/σ_{s-1} ;
- относительной длительности периода изменения поля.

Связь поперечной проводимости с измерениями потерь энергии. Ещё один эффект может оказаться существенным в случае, если субэлементы, составляющие субкабель, находятся в худших условиях для контакта между собой, чем контакта с субэлементами, входящими в состав другого субкабеля, т.е. при $\sigma_{s-1} \ll \sigma_s$. Кооперативные токи в кабеле протекают преимущественно вдоль путей с минимальным сопротивлением. Если длина образца ℓ_s оказывается меньше чем $\sim 2p_{cs}$, потери начинают уменьшаться с длиной и достигнут минимума при $\ell_s \sim p_{cs}$ (рис. 8). Образец с фиксированной длиной, равной одному шагу последней стадии скрутки $\ell_s = p_N$, может характеризоваться меньшими потерями, чем длинный проводник, при условии, что $p_N < 2p_{cs}$.

Рис. 8. Доминантные пути протекания кооперативных токов при $\sigma_{s-1} \ll \sigma_s$ и $\ell_s < p_{cs}$ (а) и нормированные усреднённые потери энергии на единицу длины кабеля как функция нормированной длины образца и отношения шагов скрутки (б)

Указанием на возможность существования данного эффекта для реальных кабельных скруток может служить рис. 9, на котором приведена расчётная зависимость поперечного сопротивления для разных стадий кабеля многостадийной скрутки. Интерполяция данных о сопротивлении, вычисленном по результатам измерений потерь энергии в неполномасштабных образцах кабеля Nb_3Sn [5, 6] и отнесённом к той или иной стадии скрутки, приводит к немонокотонным зависимостям.

Рис. 9. Поперечное сопротивление между субкабелями на единицу длины как функция номера стадии скрутки при фиксированной величине $f = 38\%$

ВЫЧИСЛЕНИЕ СВЕРХКООПЕРАТИВНЫХ ТОКОВ В МНОГОСТАДИЙНЫХ КАБЕЛЯХ

Рассмотрим кабель 3-стадийной скрутки с кабельной формулой $2 \times 3 \times 2$, помещённый во внешнее нестационарное магнитное поле, поперечное по отношению к кабелю (рис. 10). Геометрические параметры зададим типичными для NbTi сверхпроводящих индуктивных накопителей: диаметры субкабелей, определяемые как диаметры окружностей, проведенных через центры субкабелей предыдущей стадии скрутки: $d_1 = 0,48$ мм, $d_2 = 1,4$ мм, $d_3 = 3,8$ мм; шаги скрутки: $p_1 = 15$ —17 мм, $p_2 = 40$ мм, $p_3 = 115$ мм. Каждый стренд при этом имеет непрерывную контактную линию со стрендами своего субкабеля 1-й стадии и

набор контактных точек со стрендами других субкабелей. Отметим, что под «стрендом» здесь может пониматься и группа стрендов: важно, чтобы все субэлементы в группе характеризовались одинаковыми параметрами, в частности, плотностью тока по сечению. Это замечание позволяет применять данную модель к произвольным кабелям 3-стадийной скрутки.

Уравнение (1) задаёт фазовые углы, описывающие положения выделенных стрендов в координатах $X_1 Y_1 Z_1^{AB}$ ($X_1 Y_1 Z_1^{CD}$), фазовые углы для субкабеля 2-й стадии в координатах $X_2 Y_2 Z_2^{AB}$ ($X_2 Y_2 Z_2^{CD}$) и для субкабеля 3-й стадии в координатах $X_3 Y_3 Z_3$ заданы в уравнениях (2)—(3).

$$\varphi_1^m = \varphi_{01}^m + \frac{z_1^{AB}}{p_1} 2\pi; \quad (1)$$

$$\begin{cases} \varphi_2^{AB} = \varphi_{02}^{AB} + \frac{z_2^{AB}}{p_2} 2\pi; \\ \varphi_2^{CD} = \varphi_{02}^{CD} + \frac{z_2^{CD}}{p_2} 2\pi; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \varphi_3^{AB} = \varphi_{03}^{AB} + \frac{z_3}{p_3} 2\pi; \\ \varphi_3^{CD} = \varphi_{03}^{CD} + \frac{z_3}{p_3} 2\pi. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь φ_0^m и $\varphi_{02}^{AB}, \varphi_{02}^{CD}, \varphi_{03}^{AB}, \varphi_{03}^{CD}$ — условно выбранные начальные фазы, описывающие положение стрендов и субкабелей соответственно; индекс m указывает на номер рассматриваемого стренда. Пересчёт аппликаты в различных системах координат производится согласно (4), исходя из геометрических соображений [7], уравнение (5) описывает абсциссу стренда в неподвижной системе $X_3 Y_3 Z_3$:

$$z_s^{AB(CD)} = \gamma_s z_{s-1}^{AB(CD)}; \quad \gamma_s = \sqrt{1 + \left(\frac{\pi d_s}{p_s} \right)^2}, \quad s=1, 2, 3; \quad (4)$$

$$x_3^m = \frac{d_3}{2} \cos \varphi_3^{AB(CD)} + \frac{d_2}{2} \cos \varphi_2^{AB(CD)} + \frac{d_1}{2} \cos \varphi_1^m. \quad (5)$$

Уравнения (1)—(5) задают точное описание положения стрендов. Варьирование начальных фаз обеспечивает подобное описание для всех стрендов в кабеле. Эквивалентные схемы для описания межстрендовых контактов приведены на рис. 11. В рамках используемых приближений для субкабеля 1-й стадии (см. рис. 10) возможны две альтернативные модели (или $2p_c/p_1$, или p_c/p_1 — целые значения). Контактный период равен $\gamma_1 p_c = \gamma_1 \gamma_2 p_2 p_3 / (\gamma_2 p_3 - p_2)$.

Рис. 11. Фрагменты эквивалентных цепей, учитывающих периодическую структуру контактов между стрендами в многостадийном кабеле: а — полуцелое число p_1 вдоль p_c (модель 1); б — целое число p_1 вдоль p_c (модель 2)

Э.д.с. и токи, индуцированные в цепях внешним переменным магнитным полем $\dot{B}$, описываются уравнениями

$$e_j = \int_{z(j)}^{z(j+1)} \dot{B} dA_j; \quad (6)$$

$$\tilde{L}_j \frac{dJ_j}{dt} + \sum_k \tilde{R}_k J_k = e_j, \quad (7)$$

где $j = 1, \dots, n$; $k = k(j)$; $\tilde{L}_j$, $\tilde{R}_k$ — соответственно индуктивности и сопротивления контуров, определяемые текущими значениями индексов; массив токов J_j включает контурные токи систем $J^{AB}(i)$, $J^{CD}(i)$ и $J^s(m)$; n — полное число конечноэлементных ячеек.

Видимая для поля площадь A «больших контуров» (т.е. контуров для токов J^s на рис. 11, замыкающихся через точечные контакты), пронизываемых переменным поперечным магнитным полем, является сложной функцией координаты z (рис. 12) и зависит от соотношения шагов скрутки различных стадий. Можно увидеть пространственную модуляцию площади с периодами p_1 и p_3 по 1-й и 3-й стадиям скрутки соответственно.

Рис. 12. Площадь «больших» контуров, видимая для внешнего магнитного поля, по длине кабеля (в различном масштабе длин) для варианта $p_1 = 17$ мм, $p_2 = 40$ мм, $p_3 = 115$ мм, $p_c = 61$ мм

Влияние шага скрутки p_2 проявляется в виде «сбоя фазы», который служит причиной «биений» на больших длинах. В некоторых случаях наведённые токи могут быть относительно малыми, при других

исходных данных картина «биений» похожа на возникающую для «гибридных» триплетов (см. рис. 7). Результирующая э.д.с. будет гармонической функцией координаты z с периодом приблизительно несколько метров. Возможно весьма неоднородное распределение тока между стрендами (рис. 13).

Рис. 13. Наведённые токи, индуцированные вдоль стрендов в момент времени $t = 1$ с

Рис. 14. Оценки максимальных токов, индуцированных в стренде кабеля трёхстадийной скрутки, выполненные с помощью различных расчётных методик: сплошная/прерывистая линии — модели с непрерывным распределением межстрендового сопротивления без/с учётом терминальных зон соответственно; символы — результаты расчётов по модели точечных контактов; на врезке — пример пространственной модуляции собственного поля многостадийного кабеля с токами, приведёнными в логарифмической шкале

Наведённые токи растут со временем, и имеет место электромагнитная диффузия токов в концевой зоне.

Сравнение токов в стрендах для кабеля трёхстадийной скрутки, рассчитанных по разным методикам, представлено на рис. 14, где ток, индуцированный в стренде полем $dB/dt = 1$ Тл/с, приведён в Амперах.

Сплошная линия получена при двумерном расчёте токов для каждой стадии скрутки отдельно с последующим суммированием. Прерывистая линия даёт оценку для учёта влияния концевой зоны. Результаты трёхмерных расчетов для модели точечных контактов помечены кружками (модель 1) и крестиками (модель 2). Различные группы стрендов помечены сплошной и пунктирной линиями, аппроксимирующими расчётные результаты. Периодичность пиков тока определяется пространственной модуляцией «больших петель», формирующих приоритетные пути протекания вихревых токов (ср. с результатами, полученными для случая пространственной модуляции собственного поля «кабеля-в-оболочке» многостадийной скрутки [8], показанными на врезке).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена уточнённая методика расчёта наведённых токов и связанных с ними кооперативных потерь энергии в многостадийных кабельных скрутках сверхпроводников, учитывающая дискретный характер контактов между стрендами.

Показано, что период системы точечных контактов может быть не равен периоду транспозиции стрендов. Предложенный подход позволяет учитывать некоторые дополнительные источники неоднородности распределения тока в кабеле, которые не описываются в рамках моделей с непрерывно распределённым межстрендовым сопротивлением.

Рассмотрены три случая неравномерного распределения наведённых токов, заметно проявляющегося при определённых соотношениях между геометрическими параметрами кабеля, характеризующими разные стадии скрутки:

— витая пара сверхпроводников в пространственно периодическом магнитном поле [8];

— кабель двухстадийной скрутки, содержащий сверхпроводящие и чисто медные стренды, в однородном магнитном поле;

— кабель трёхстадийной скрутки, содержащий только сверхпроводящие стренды, в однородном магнитном поле.

Результаты численного анализа свидетельствуют, что:

— для некоторых соотношений межсубкабельных сопротивлений в кабеле потери энергии для коротких образцов могут быть существенно меньше, чем для длинных;

— согласно модели точечных контактов возможна перегрузка стрендов по току даже при однородном по длине кабеля распределении переменного во времени магнитного поля. Циркуляционные токи возникают аналогично кооперативным токам в регулярных кабельных скрутках, но их распределение по стрендам может меняться в зависимости от геометрических параметров кабеля и рабочих условий;

— оценочные величины максимальных наведённых в стренде токов, полученные при использовании модели точечных контактов, при большинстве соотношений между геометрическими параметрами кабеля оказываются меньшими или сопоставимыми с полученными с использованием моделей с непрерывным распределением межстрендовых сопротивлений. В то же время численный анализ показывает возможность существования локальных зон с высокой плотностью тока в кабеле при «неудачном» соотношении $p_c/p_2 \sim n\pi$, где $n = 1, 2$.

REFERENCES

1. **Egorov S.A., Koretskij A.Yu., Zapretilina E.R.** Interstrand coupling AC-losses in multistage cable-in-conduit superconductors. — *Cryogenics*. 1992, vol. 32, Supplement 1, pp. 439—442.
2. **Takahata K., Mito T., Chikaraishi H., Imagawa S., Satow T.** Coupling losses in cable in conduit conductors for LHD poloidal coils. — *Fusion Engineering and Design*, 2003, vol. 65, pp. 39—45.
3. **Yagai T., Sato H., Tsuda M., Hamajima T., Nunoya Y., Takahashi Y., Okuno K.** Coupling loss with long time constants due to large displacement of strands in a large CICC. — *Fusion Engineering and Design*, 2006, vol. 81, pp. 2503—2507.
4. **Egorov S., Astrov M., Kalinichenko M., Fedotova S.** Coupling currents and AC losses in superconducting cables under the non-uniform of the applied magnetic field alteration rate. — *Plasma Devices and Operations*, 1998, vol. 6, pp. 159—166.
5. **Nijhuis A., ten Kate H.H.J., Bruzzone P., Bottura L.** First results of a parametric study on coupling loss in subsize NET/ITER Nb₃Sn cabled specimen. — *IEEE Trans on Appl. Supercond.*, June 1995, vol. 5, № 2, pp. 992—995.
6. **Nijhuis A., ten Kate H.H.J., Bruzzone P., Bottura L.** Parametric study of coupling loss in subsize ITER Nb₃Sn cabled specimen. — *IEEE Trans on Appl. Supercond.*, July 1996, vol. 32, № 4, pp. 2743—2746.
7. **Egorov S.** AC coupling losses in superconducting multistage cables with and without additional co-twisted copper strands. — *Physica C: Superconductivity*, December 1998, vol. 310, Issues 1—4, pp. 272—276.
8. **Egorov S., Astrov M., Kalinichenko M.** Effect of the subcable twist pitch ratio on the circulation currents induced by the time varying self field of multistage superconducting cables. — *Plasma Devices and Operations*, 1998, vol. 6, pp. 167—172.

AUTHORS

Egorov S.A. D.V. Efremov Scientific Research Institute of Electrophysical Apparatus, pos. Metallostroy, Doroga na Metallostroy 3, 196641 St. Petersburg, Russia;

Astrov M.S. D.V. Efremov Scientific Research Institute of Electrophysical Apparatus, pos. Metallostroy, Doroga na Metallostroy 3, 196641 St. Petersburg, Russia;

Fedotova S.B. D.V. Efremov Scientific Research Institute of Electrophysical Apparatus, pos. Metallostroy, Doroga na Metallostroy 3, 196641 St. Petersburg, Russia;

Received 9 June 2010

Problems of Atomic Science and Technology
Ser. Thermonuclear Fusion, 2010, issue 3, pp. 35—45.