УДК 533.9

**ОБРАЗОВАНИЕ ТРУБЧАТОГО ПУЧКА РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ
ПРИ АВТОРЕЗОНАНСНОМ ЛАЗЕРНОМ УСКОРЕНИИ***В.П. Милантьев, С.П. Степина (Российский университет дружбы народов, Москва, Россия)*

Рассмотрено релятивистское движение электронов в поле лазерного гауссова излучения низшей моды, распространяющегося вдоль сильного магнитного поля. С помощью численного решения показано, что начальное условие циклотронного резонанса частицы с волной практически сохраняется на расстоянии около двух рэлеевских длин. На этом расстоянии энергия частиц возрастает более, чем в 10 раз, при этом образуется трубчатый электронный пучок.

Ключевые слова: релятивистские электроны, лазерное излучение, гауссовы пучки, циклотронный авторезонанс, ускорение, трубчатый электронный пучок.

CREATION OF A TUBULAR BEAM OF THE RELATIVISTIC ELECTRONS DURING AUTORESONANT LASER ACCELERATION. V.P. MILANTIEV, S.P. STEPINA. Relativistic motion of electrons in the field of laser Gaussian radiation of the lowest mode, propagating along the strong magnetic field, is considered. It is shown with the help of numerical solution that the initial condition of cyclotron resonance of the particle with the wave is practically conserved on the distance about two Rayleigh lengths. At this distance energy of particles increases to more than ten times. In this case the tubular electron beam is formed.

Key words: relativistic electrons, laser radiation, Gaussian beams, cyclotron autoresonance, acceleration, tubular electron beam.

ВВЕДЕНИЕ

Электронные трубчатые пучки и электронные кольца используются в целях генерации электромагнитного излучения различных диапазонов и ускорения заряженных частиц [1—5]. Создание таких пучков осуществляется различными методами. Один из них основан на использовании механизма циклотронного авторезонанса, открытого в 1962 г. А.А. Коломенским и А.Н. Лебедевым [6] и независимо В.Я. Давыдовским [7]. Явление циклотронного авторезонанса состоит в том, что начальное условие циклотронного резонанса заряженной частицы с плоской поперечной электромагнитной волной, распространяющейся в вакууме вдоль постоянного магнитного поля со скоростью света, сохраняется во всё время движения частицы. Это связано с тем, что релятивистское изменение циклотронной частоты компенсируется доплеровским сдвигом частоты волны [8, 9]. Существование циклотронного авторезонансного механизма ускорения электронов электромагнитными волнами микроволнового диапазона было доказано экспериментально в работах [10—17]. Эксперименты показали также, что возможно значительное ускорение заряженных частиц в условиях, отличных от идеализированных условий авторезонанса. Более того, из экспериментов [10] следовало, что в микроволновом диапазоне при небольшом уровне ВЧ-мощности эффекты пространственного заряда, диаметра электронного пучка, нагрузки резонатора, ионизации остаточного газа существенно не ограничивают набор энергии электронами.

Характер авторезонансного ускорения частиц в бегущей волне существенно отличается от ускорения в стоячей волне. В схеме авторезонансного микроволнового ускорителя на бегущей волне (волновод) большая часть энергии пучка запасается в аксиальном компоненте скорости. При этом было обнаружено, что должны выполняться исключаяющие друг друга требования: с одной стороны, для увеличения темпа ускорения необходимо увеличение напряжённости электрического поля ускоряющей волны, а это, с другой стороны, приводит к нарушению режима устойчивого ускорения. Поэтому при авторезонансном ускорении в волноводе необходим подбор оптимальных параметров волны и условий инжекции [14, 15]. Эксперименты [16] показали, что циклотронное авторезонансное ускорение электронов в волноводе с полем моды TE_{11} происходит с очень высокой эффективностью: более 90% мощности ВЧ-поля волновода передаётся ускоряющемуся электронному пучку. В случае стоячей волны в резонаторе энергия ускоренного электронного пучка накапливается в основном в поперечном компоненте скорости. Поэтому авторезонансный микроволновый ускоритель на основе резонатора является эффективным средством для получения релятивистских вращающихся электронных пучков, которые могут быть использованы как источник когерентного излучения [18, 19], драйвер для гиротронов [13] и т.д. Образование кольца электронов с помощью микроволнового авторезонансного ускорителя в резонаторе моды TE_{111} было впервые обнаружено в работе [10]. В дальнейшем образование электронных колец было про-

демонстрировано в микроволновых ускорителях резонаторного типа, в которых условие циклотронного резонанса поддерживалось с помощью нарастающего со временем ведущего магнитного поля (гироманнитный авторезонанс) [20—22]. В случае плоской волны, которая служит аппроксимацией поля в волноводе [10, 14], траекторией ускоряющейся частицы в условиях авторезонанса является раскручивающаяся спираль [6, 9]. Поэтому кольцо электронов не образуется. В настоящей работе показано, что при авторезонансном ускорении лазерным излучением в виде гауссова пучка низшей моды возможно образование кольца ультрарелятивистских электронов.

Гауссовы пучки лазерного излучения. Лазерное излучение во многих случаях достаточно хорошо может быть представлено в виде гауссовых пучков (ГП) [23—25]. Наиболее разработанной является теория ГП в параксиальном приближении, когда характерный дифракционный угол

$$\theta = \lambda/\pi a = a/z_R \ll 1. \quad (1)$$

Здесь λ — длина волны излучения; a — сужение пучка (его радиус в фокальной плоскости); $z_R = ka^2/2$ — рэлеевская длина; $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$ — волновое число; ω — частота волны; c — скорость света. Таким образом, в параксиальном приближении $z_R \gg a \gg \lambda$. Поле аксиально-симметричных пучков в цилиндрических координатах описывается параболическим уравнением вида [23]

$$2ik \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} = 0. \quad (2)$$

Общим решением уравнения (2) является линейная комбинация функций вида

$$A(r, z) = \exp\{-\zeta\} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m(0)L_m(\zeta)}{(1+iD)^{m+1}}. \quad (3)$$

Здесь L_m — полиномы Чебышева—Лягерра порядка m ; переменная $\zeta = \frac{r^2}{a^2(1+iD)}$; $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ —

расстояние от оси пучка (оси z); $D = \frac{2z}{ka^2} \equiv \frac{z}{z_R}$ — безразмерная дифракционная длина. Будем понимать под величиной $A(r, z)$ поперечные компоненты вектор-потенциала поля излучения. Пользуясь выражением (3), зададим вектор-потенциал ГП низшей моды ($m = 0$) в виде

$$A_{x,y}(r, z, t) = \frac{A_{x,y}(0)}{1+iD} \exp\{-\zeta\} \exp\{i(kz - \omega t)\} + \text{к.с.}, \quad (4)$$

при этом скалярный потенциал определяется из условия калибровки Лоренца

$$\varphi = \frac{1}{ik} \operatorname{div} \mathbf{A}. \quad (5)$$

Для рассмотрения движения заряженных частиц необходимо знать отдельные компоненты магнитного и электрического полей ускоряющего излучения, которые находятся с помощью известных формул

$$\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}; \quad \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi. \quad (6)$$

В результате вычислений для компонентов векторов ускоряющего поля получаем [26]

$$E_x = E_1 \cos(\Theta_0 + \Psi_1) + O(1/k^2 a^2); \quad (7)$$

$$E_y = E_2 \sin(\Theta_0 + \Psi_1) + O(1/k^2 a^2); \quad (8)$$

$$E_z = \frac{2}{ka^2 \sqrt{1+D^2}} (xE_1 \cos(\Theta_0 + \Psi_2) + yE_2 \sin(\Theta_0 + \Psi_2)); \quad (9)$$

$$B_x = -E_2 \sin(\Theta_0 + \Psi_1) + O(1/k^2 a^2); \quad (10)$$

$$B_y = E_1 \cos(\Theta_0 + \Psi_1) + O(1/k^2 a^2); \quad (11)$$

$$B_z = \frac{2}{ka^2 \sqrt{1+D^2}} (yE_1 \cos(\Theta_0 + \Psi_4) - xE_2 \sin(\Theta_0 + \Psi_4)). \quad (12)$$

Здесь введены обозначения для амплитуд поля

$$E_{1,2} = \frac{kA_{x,y}(0)}{\sqrt{1+D^2}} \exp\left\{-\frac{r^2}{a^2(1+D^2)}\right\}, \quad (13)$$

а также для быстрой фазы волны

$$\Theta_0 = kz - \omega t + \frac{r^2 D}{a^2(1+D^2)} \quad (14)$$

и медленных фаз

$$\Psi_1 = \arctg \frac{1}{D}; \quad \Psi_4 = \arctg \frac{2D}{D^2 - 1}. \quad (14a)$$

Отличительной особенностью гауссова электромагнитного излучения является то, что оно содержит в себе все компоненты векторов поля, хотя не все их члены имеют одинаковый порядок. Это связано с тем, что в квазиоптическом приближении параметр $\frac{1}{ka}$ является малым. Из формул (7)–(12) видно, что рассматриваемое гауссово излучение представляет собой квазипоперечную волну с квазиэллиптической поляризацией, бегущую вдоль оси z .

Авторезонансное ускорение электронов излучением низшей моды. Рассматривается релятивистское движение электрона в поле лазерного излучения (7)–(12), распространяющегося вдоль однородного магнитного поля $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_0)$. При пренебрежении квантовыми эффектами и радиационными потерями движение электрона описывается уравнениями

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -e\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{v}\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)]\right); \quad (15)$$

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}, \quad (15a)$$

где $\mathbf{p} = m_0\gamma\mathbf{v}$ — релятивистский импульс; m_0 — масса электрона; $\gamma = \sqrt{1 + \left(\frac{\mathbf{p}}{m_0c}\right)^2}$ — релятивистский фак-

тор, определяющий полную энергию частицы: $E = m_0\gamma c^2$. В случае не слишком сильного поля излучения можно выделить циклотронное вращение электрона с помощью замены

$$\mathbf{p} = p_{\parallel}\mathbf{e}_z + p_{\perp}(\mathbf{e}_x\cos\Theta_c + \mathbf{e}_y\sin\Theta_c). \quad (16)$$

Здесь $p_{\parallel}$, $p_{\perp}$ — величины продольной и поперечной составляющих импульса по отношению к направлению внешнего магнитного поля $\mathbf{B}_0$; Θ_c — фаза циклотронного вращения; $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_z$, — единичные орты вдоль декартовых осей. Уравнения (15), (15a) представляют собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений, содержащую медленные переменные и быстрые фазы. Для дальнейших вычислений уравнения движения удобно представить в безразмерной форме, вводя безразмерные величины:

$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{p}}{m_0c}$ — безразмерный импульс; $\tau = \omega t$ — безразмерное время.

Из уравнений движения следует, что циклотронный резонанс электрона с волной определяется соотношением между частотами

$$\frac{P_{\parallel}}{\gamma}(1+\Delta) - 1 + \frac{\Omega}{\gamma} - \frac{2P_{\parallel}}{k^2a^2\gamma(1+D^2)} \approx 0, \quad (17)$$

где $\Delta = \frac{2R^2(1-D^2)}{k^2a^2(1+D^2)^2}$; $R^2 = \left(\frac{r}{a}\right)^2$; параметр $\Omega = \frac{\omega_0}{\omega} \equiv \frac{eB_0}{m_0c\omega}$ — отношение классической циклотронной частоты электрона к частоте волны.

В случае плоской волны ($a \rightarrow \infty$) условие циклотронного резонанса определяется соотношением

$$\gamma - P_{\parallel} = \Omega, \quad (18)$$

которому отвечает расстройка

$$\delta \equiv \gamma - P_{\parallel} - \Omega = 0. \quad (18a)$$

Если условие (18) выполнено в начальный момент времени, то оно сохраняется во всё время движения частицы. Это и есть авторезонанс [6, 9].

В случае ГП низшей моды условию циклотронного резонанса (17) отвечает расстройка

$$\delta_2 \equiv \gamma - P_{\parallel} (\Delta_1 + 1) - \Omega = 0, \quad (19)$$

где $\Delta_1 = \Delta - \frac{2}{(ka)^2 (1+D)^2}$.

В отличие от случая плоской волны (18) условие циклотронного резонанса (17) не является интегралом уравнений движения электрона. Это значит, что в ГП циклотронный резонанс, в общем, не сохраняется при движении частицы. На рис. 1 показана зависимость расстройки δ_i при движении частицы в поле ГП низшей моды.

Кривая 1 соответствует выполнению условия (18а) в момент инжекции, а кривая 2 — условию (19). Видно, что на расстоянии около двух рэлеевских длин сбой резонанса оказывается практически незначительным. Это позволяет считать движение электрона в поле ГП как близкое к авторезонансному.

Выполнение условия циклотронного резонанса в начальный момент времени приводит к ограничению, налагаемому на энергию инжектируемых электронов. Из релятивистской формулы $\gamma^2 = 1 + P_{\parallel}^2 + P_{\perp}^2$ и условия резонанса (17) находим (при $\Delta_1 < \Omega^2$), что $P_{\perp} \approx \sqrt{\gamma^2 - 1 - (\gamma - \Omega)^2}$. Отсюда следует, что в авторезонансный режим ускорения могут вовлекаться электроны с начальной энергией

$$\gamma \geq \frac{\Omega^2 + 1}{2\Omega}. \quad (20)$$

В случае лазерного излучения параметр $\Omega \ll 1$. Следовательно, в авторезонансном режиме ускоряемые электроны уже должны обладать значительной энергией. В случае достаточно широких ГП для излучения CO₂-лазера начальная энергия ускоряемых электронов не может быть менее 25 МэВ, а для лазера на Nd-стекле энергия инжекции должна превосходить 300 МэВ.

По методу Рунге—Кутты проводилось численное решение точной и усредненной системы уравнений движения электрона в случае CO₂-лазера с интенсивностью $I = 1,8 \cdot 10^{15}$ Вт/см², длиной волны $\lambda = 10,6$ мкм. Ширина ГП считалась равной $a = 0,16$ см. При данных параметрах рэлеевская длина $z_R = 75,8$ см. Величина магнитного поля B_0 принималась равной 100 кГс, при этом параметр $\Omega = 0,009897$. Согласно условию (20) авторезонансное движение частицы возможно, когда $\gamma_0 \geq 50,8$ или $E \geq 25,9$ МэВ. Вычисления проводились на интервале около двух рэлеевских длин. На этом интервале энергия электронного пучка возрастает с 25,9 до 300 МэВ (рис. 2). Кривые 1 и 3 соответствуют условию (18), а кривые 2 и 4 — условию (17) при инжекции электронов на оси симметрии в центре ГП ($x_0 = y_0 = z_0 = 0$).

По мере ускорения частица в поперечных направлениях (вдоль осей X и Y) испытывает осцилляции с возрастающими амплитудами (рис. 3). При этом с расстояний, превышающих полторы рэлеевских длины, амплитуды не изменяются.

Рис. 1. Зависимость расстройки частот при движении частицы в поле ГП: $I = 1,8 \cdot 10^{15}$ Вт/см², $\lambda = 10,6$ мкм; $a = 0,16$ см; $z_R = 75,8$ см; $\gamma_0 = 50,8$; $\Omega = 0,009897$

Рис. 2. Набор энергии электроном

Рис. 3. Изменение координат $x(z)$ (1) и $y(z)$ (2) ускоряющихся частиц, инжектируемых на оси при условии (18)

Рис. 4. Траектория ускоряемого электрона в поперечной плоскости (при инжекции на оси симметрии в центре ГП) при условии (19)

В поперечной плоскости XU ускоряющаяся частица раскручивается по спирали, пока не достигнет предельного цикла (на расстоянии около 100 см) (рис. 4).

Аналогичные замкнутые траектории с радиусом около $1/4$ сужения ГП возникают при авторезонансном ускорении пучка электронов, инжектируемых на небольшом расстоянии от оси ($r \ll a$). Вследствие этого образуется трубчатый пучок электронов с небольшим разбросом по радиусу. Характеристики пучка можно изменять, варьируя параметры инжекции ускоряемых электронов. Образование винтовой траектории ускоряющихся электронов вместо раскручивающейся спирали в случае плоской волны можно объяснить тем, что в ГП амплитуда волны уменьшается по мере её распространения на характерном расстоянии, определяемом рэлеевской длиной.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённые расчёты показали возможность эффективного авторезонансного ускорения релятивистских электронов при сравнительно невысоких требованиях к ускоряющей системе. При этом, как и при авторезонансном ускорении микроволнами в резонаторе [10, 13, 18], образуется трубчатый пучок ускоренных электронов. Однако в отличие от резонаторного микроволнового ускорения энергия электронов пучка, ускоренных лазерным излучением, сосредоточена в основном в направлении распространения волны.

REFERENCES

1. **Louison Dzh.** Physics of charged particles beams. — M.: Mir (World), 1980 (in Russian).
2. **Rukhadze A.A. et al.** Physics of high-current relativistic electron beams. — M.: Atomizdat, 1980 (in Russian).
3. **Miller R.** Introduction to the physics of high-current beams of charged particles. — M.: Mir (World), 1984 (in Russian).
4. **Sarantsev V.P., Perel'shteyn E.A.** Collective acceleration of ions by electronic rings. — M.: Atomizdat, 1979 (in Russian).
5. **Azaryan N.S. et al.** — ZhTF (JTP), 2010, vol. 80 (4), pp. 126—133 (in Russian).
6. **Kolomenskiy A.A., Lebedev A.N.** — Reports of the USSR AS, 1962, vol. 145, p. 1251; ZhETF (JETPh), 1963, vol. 44 (1), p. 261 (in Russian).
7. **Davydovskiy V.Ya.** — ZhETF (JETPh), 1962, vol. 43, № 3 (9), p. 886 (in Russian).
8. **Roberts C.S., Buchsbaum S.J.** — Phys. Rev. A, 1964, vol. 135 (2), p. 381.
9. **Milant'ev V.P.** — UFN (APhS), 1997, vol. 167 (1), p. 3 (in Russian).
10. **Jory H.R., Trivelpiece A.N.** — J. Appl. Phys., 1968, vol. 39, № 7, p. 3053.
11. **Vorob'ev A.A. et al.** — Atomnaya energiya (Atomic energy), 1967, vol. 22 (1), p. 3 (in Russian).
12. **Ishkov A.P.** — Izvestiya vuzov. Fizika (Proceedings of higher school. Physics), 1970, vol. 2 (93), p. 136 (in Russian).
13. **Mc Dermott D.B., Furuno D.S., Luhmann N.C. (Jr.)** — J. Appl. Phys., 1985, vol. 58, p. 4501.
14. **Shpitalnik R., Cohen C. et al.** — J. Appl. Phys., 1991, vol. 70 (3), p. 1101.
15. **Protasevich E.T.** — ZhTF (JTP), 1995, vol. 65, p. 133 (in Russian).
16. **La Pointe M.A. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1996, vol. 76, p. 2718.
17. **Sabchevski S., Idehara T.** — Intern. J. of Infrared and Millimetre Waves, 2005, vol. 26, № 5, p. 669.
18. **Andreev V.V., Umnov A.M.** — Physica Scripta, 1991, vol. 43, pp. 490—494.
19. **Panasyuk V.S., Khromchenko V.B.** — ZhTF (JTP), 1985, vol. 55, p. 747 (in Russian).
20. **Golovanivsky K.S.** — Phys. Scr., 1980, vol. 22, p. 126; IEEE Trans. Plasma Sci., 1983, vol. 11, p. 28.
21. **Andreev V.V., Golovanivskiy K.S.** — Fizika plazmy (Plasma Physics), 1985, vol. 11 (3), pp. 300—306 (in Russian).
22. **Andreev V.V., Umnov A.M.** — Plasma Sources Sci. Technol., 1999, vol. 8, pp. 479—487.
23. **Vinogradova M.B., Rudenko O.V., Sukhorukov A.P.** Theory of waves. — M.: Nauka (Science), 1990, p. 432 (in Russian).
24. **Markuze D.** Optical waveguides. — M.: Mir (World), 1974, p. 576 (in Russian).
25. **Davis L.W.** — Phys. Rev. A, 1979, vol. 19 (3), p. 1177.
26. **Milant'ev V.P., Stepina S.P.** — VANT. Ser. Plazmennaya elektronika i novye metody uskoreniya (Problems of Atomic Science and Technology. Ser. Plasma electronics and new methods of acceleration), 2003, № 4, p. 40 (in Russian).

AUTHORS

Milantiev V.P. Peoples Friendship University of Russia, Miklukho-Maklaya str. 6, 117198 Moscow, Russia

Stepina S.P. Peoples Friendship University of Russia, Miklukho-Maklaya str. 6, 117198 Moscow, Russia

Received 27 January 2010

Problems of Atomic Science and Technology

Ser. Thermonuclear Fusion, 2010, issue 1, pp. 68—72