Модельное обнаружение и прогнозирование горизонтальной деформации земной поверхности по перемещениям ее реперов

Владимир Александрович АНТОНОВ*

Институт горного дела УрО РАН, Екатеринбург, Россия

Актуальность темы. Для выявления зон повышенной деформации земной поверхности блоков горных пород, вмещающих месторождение полезных ископаемых, проводят мониторинговые GPS-измерения горизонтальных перемещений реперов, установленных в разных ее точках. Возникающая здесь актуальная проблема состоит в создании методологии, достоверно описывающей и прогнозирующей по перемещениям реперов образование и местонахождение отмеченных зон.

Целью исследования является создание методологии формирования, расчета и практического применения бинарной математической модели, описывающей и прогнозирующей по перемещениям реперов местонахождение и контуры образующейся площадной деформации земной поверхности двух смежных блоков горных пород.

Методы исследований включают математическое моделирование площадной деформации, функциональную и численную оптимизацию параметров созданной модели, экспериментальные расчеты и анализ распределения образующейся и прогнозируемой деформации в практическом примере перемещений реперов.

Результаты исследований. Модель создана, исходя из представлений о блоках по пространственным ограничениям их горизонтальных размеров и упругих свойств в иерархической мозаичной структуре слагающих горных пород. При допущении, что в пределах месторождения полезного ископаемого размер блока земной поверхности не превышает 5 км, перемещения ее точек рассмотрены в плоскости. Образующаяся площадная деформация представлена суммой линейных и угловых деформаций. Идентификация параметров модели проведена методами наименьших квадратов и приближений параболической вершины, реализуемых в указанной последовательности итерационных расчетов по приведенным формулам оптимизации. Расчеты регулируются среднеквадратической невязкой модельных и реперных перемещений. Она сводится к допустимому малому ограничению, определяемому погрешностью позиционирования GPS. На практическом примере интерпретации перемещений реперов показаны свойства инвариантности модели в разнонаправленной системе пространственных координат, а также обнаружения зон площадной деформации и прогноза развития ее контуров.

Выводы. Отмечена применимость изложенной методологии для деформационной интерпретации разнонаправленных перемещений реперов земной поверхности, зарегистрированных системой мониторинговых наблюдений. Выводы модели о площадном расположении зон деформации и ее уровне могут использоваться в прогнозных оценках и критериях, определяющих возможность безопасного ведения горных работ в обнаруженной зоне и содержания в ней техногенных объектов.

Ключевые слова: блоки земной поверхности, реперы перемещений, вращение и поступательное сдвигание, площадная деформация, модель, инвариантность, прогнозирование.

Введение

Для обнаружения геодинамически опасных зон земной поверхности структурно-блочного горного массива, вмещающего месторождение полезного ископаемого, проводят геоинформационный GPS-мониторинг горизонтальных перемещений реперов, установленных в разных ее точках [1–3]. Результативность мониторинга зависит от методологии их обработки, включая модельные представления о пространственных связях перемещений реперов с образующейся деформацией, позволяющих определять и прогнозировать с достаточной полнотой и достоверностью контуры ее размещения на земной поверхности. При этом необходимо учитывать важный фактор пространственной неоднородности упругих свойств

горных пород, приводящий к зональному распределению деформации [4, 5].

Однако в известных моделях образующуюся деформацию отображают цифровыми методами однородной локальной интерполяции по представлениям о земной поверхности как сплошной пластично-упругой среде [6–9]. Поэтому в модельных расчетах, проведенных по соответствующим методикам конечных элементов, крайгинга, обратных расстояний [10, 11], не отражаются закономерности и связи, свойственные блочной структуре горного массива и необходимые для экстраполяции перемещений и расчета деформации горных пород в прогнозируемых зонах.

*antonov@igduran.ru

В исследовании [12] показано, что обозначенная проблема эффективно решается с применением бинарной функционально-факторной модели, описывающей образующую горизонтальную деформацию земной поверхности двух сопряженных блоков горных пород с учетом пространственных ограничений их размеров и упругих свойств. В данной статье изложена методология ее формирования и расчета по перемещениям реперов. На примере интерпретации таких перемещений показаны свойства инвариантности модели в разнонаправленных системах пространственных координат, а также устойчивого обнаружения и прогнозирования в геопространстве зон площадной деформации и контуров ее развития.

Формирование бинарной модели площадной деформации

Обобщенные представления о бинарной модели площадной деформации земной поверхности изложены в работе [12]. Модель охватывает два смежных блока, т. е. две контактирующие ячейки в мозаичной структуре горного массива. Здесь под блоком понимается локальный участок поверхности, ограниченный по периметру зонами структурной и литологической неоднородности (крупные трещины, рыхлые пески и т. д.), в пределах которого все ее точки охвачены жесткими горизонтальными связями. В зоне межблочного контакта из-за структурных нарушений и ослабленных связей горных пород возникает относительное сдвигание блоков, приводящее к краевым деформациям.

Полагая, что в пределах месторождения полезного ископаемого горизонтальный размер блока не превышает 5 км, допускается его плоское перемещение, состоящее из вращения и поступательного сдвижения. В связи со сложным изменением таких перемещений в зоне межблочного контакта и необходимостью учета неоднородной трансформации форм ее поверхности площадная деформация ε представлена в правосторонней системе координат x, y функциональной суммой линейных $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ и угловых $\varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yx}$ деформаций [13, 14]:

$$\varepsilon = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yx},$$

полученных путем соответствующего дифференцирования по формулам Коши проекций U_x, U_y векторных перемещений точек земной поверхности. В проекциях U_x, U_y учтено, что перемещения точек первого блока U_{x1}, U_{y1} при приближении к граничной зоне межблочного контакта изменяются и по мере ее пересечения непрерывно переходят в перемещения U_{x2}, U_{y2} точек второго блока. Вклад перемещений каждого блока в аналитические выражения U_x и U_y регулируется весовыми квазиступенчатыми функциями, изменяющимися в граничной зоне от 1 до 0 и от 0 до 1 соответственно. С учетом условно выбранных индексов блоков и их кинематических параметров 1 и 2 деформации выражаются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{U_{x2} - U_{x1}}{\lambda_x \left(2 + \exp\left(\frac{(x - x_r)}{\lambda_x}\right) + \exp\left(-\frac{(x - x_r)}{\lambda_x}\right) \right)}; \\ \varepsilon_y &= \frac{U_{y2} - U_{y1}}{\lambda_y \left(2 + \exp\left(\frac{(y - y_r)}{\lambda_y}\right) + \exp\left(-\frac{(y - y_r)}{\lambda_y}\right) \right)}; \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{\varepsilon_x}{|\operatorname{tg} \gamma|} - \frac{\Delta\varphi_1}{\left(1 + \exp\left(\frac{(x - x_r)}{\lambda_x}\right) \right)} - \frac{\Delta\varphi_2}{\left(1 + \exp\left(\frac{(x - x_r)}{\lambda_x}\right) \right)}; \\ \varepsilon_{yx} &= \varepsilon_y |\operatorname{tg} \gamma| + \frac{\Delta\varphi_1}{\left(1 + \exp\left(\frac{(y - y_r)}{\lambda_y}\right) \right)} + \frac{\Delta\varphi_2}{\left(1 + \exp\left(-\frac{(y - y_r)}{\lambda_y}\right) \right)};\end{aligned}$$

$$U_{x1} = U_{c1} \cos \alpha_1 - (y - y_{a1}) \Delta\varphi_1; \quad U_{y1} = U_{c1} \sin \alpha_1 + (x - x_{a1}) \Delta\varphi_1;$$

$$U_{x2} = U_{c2} \cos \alpha_2 - (y - y_{a2}) \Delta\varphi_2; \quad U_{y2} = U_{c2} \sin \alpha_2 + (x - x_{a2}) \Delta\varphi_2,$$

где U_{c1}, U_{c2} – модуль вектора поступательного сдвижения всех точек первого и второго блока; α_1, α_2 – угол между направлением сдвижения и осью x в первом и втором блоке; $\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_2$ – угол вращения первого и второго блока; $x_{a1}, y_{a1}, x_{a2}, y_{a2}$ – координаты центра вращения первого и второго блока; $y_a = f(x)$ – монотонно изменяющаяся, гладкая и непрерывная функция, отображающая положение межблочной граничной линии, на которой проекции U_{x1}, U_{y1} и U_{x2}, U_{y2} уменьшаются наполовину, т. е. в два раза; $x_a = f^{-1}(y)$ – обратная функция граничной линии; $\lambda_x = \lambda \operatorname{cosec} \gamma; \lambda_y = \pm \lambda \sec \gamma$; γ – угол наклона к оси x прямой касательной линии, проведенной к графику функции y ; λ – половина длины релаксации,

отложенная по перпендикуляру к граничной половинной линии, при которой перемещения точек блока, противоположно удаленных от нее, отличаются в e раз, где e – основание натурального логарифма.

Половина длины релаксации λ характеризует крутизну ступенчатого изменения перемещений каждого блока, исходящего в зоне межблочного контакта в направлении, перпендикулярном к половинной граничной линии, т. е. ширину (расплывчатость) граничной зоны. Крутизна ступени в направлениях x и y зависит от угла γ наклона касательной. С учетом соответствующей производной $f'(x)$ она задается изменяющимися релаксационными интервалами

$$\lambda_x = \frac{\lambda \sqrt{1 + [f'(x_r)]^2}}{|f'(x_r)|}; \quad \lambda_y = \pm \lambda \sqrt{1 + [f'(x)]^2},$$

где λ_y принимает отрицательные значения, когда производная $f'(x)$ больше нуля.

Расчеты параметров модели проводятся совмещенно методом наименьших квадратов (МНК) отклонений модельных перемещений от экспериментально наблюдаемых перемещений реперов и методом приближений параболической вершины (МППВ) [15]. Учет здесь сведений о наличии поступательного сдвижения блоков, как показано в работе [12], приводит к изменению определяемых координат центров их вращения, но не влияет на углы поворотов, модельное перемещение поверхностных точек и образующую деформацию. Поэтому для ее описания и расчета достаточно определить координаты условных центров вращения блоков $X_{\pi 1}, Y_{\pi 1}, X_{\pi 2}, Y_{\pi 2}$ в предположении, что $U_{c1} = U_{c2} = 0$.

Отмеченные координаты условных центров рассчитываются МНК, исходя из минимизируемой суммы

$$\sum_n \left[(x_{\pi i} - x_{ni} - U_{xi})^2 + (y_{\pi i} - y_{ni} - U_{yi})^2 \right] \rightarrow \min,$$

где $x_{\pi i}, y_{\pi i}$ и x_{ki}, y_{ki} – начальные и конечные координаты реперов; U_{xi}, U_{yi} – проекции модельных векторов, исходящих из начального положения реперов; n – их количество. В точке каждого репера вычисляются следующие показатели ступенчатой функции:

$$t_{xi} = \frac{(x_{\pi i} - x_{\pi i})}{\lambda_{xi}}; \quad t_{yi} = \frac{(y_{\pi i} - y_{\pi i})}{\lambda_{yi}}.$$

Дифференцируя минимизируемую сумму по каждому из обозначенных четырех координат условных центров вращения и приравнявая результаты к нулю, получаем систему линейных уравнений. Ее решения представляются по правилу Крамера в следующем виде:

$$X_{\pi 1} = \frac{\Delta_{x1}}{\Delta \Phi_1 \Delta_x}; \quad X_{\pi 2} = \frac{\Delta_{x2}}{\Delta \Phi_2 \Delta_x}; \quad Y_{\pi 1} = \frac{\Delta_{y1}}{\Delta \Phi_1 \Delta_y}; \quad Y_{\pi 2} = \frac{\Delta_{y2}}{\Delta \Phi_2 \Delta_y},$$

где обозначено:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} \overline{(1 + \exp(t_y))}^{-2} & \overline{(2 + \exp(t_y) + \exp(-t_y))}^{-1} \\ \overline{(2 + \exp(t_y) + \exp(-t_y))}^{-1} & \overline{(1 + \exp(-t_y))}^{-2} \end{vmatrix};$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} \overline{(1 + \exp(t_x))}^{-2} & \overline{(2 + \exp(t_x) + \exp(-t_x))}^{-1} \\ \overline{(2 + \exp(t_x) + \exp(-t_x))}^{-1} & \overline{(1 + \exp(-t_x))}^{-2} \end{vmatrix};$$

$$\Delta_{x1} = \begin{vmatrix} \Phi_{x1} \overline{(2 + \exp(t_y) + \exp(-t_y))}^{-1} \\ \Phi_{x2} \overline{(1 + \exp(-t_y))}^{-2} \end{vmatrix};$$

$$\Delta_{x2} = \begin{vmatrix} \overline{(1 + \exp(t_y))}^{-2} & \Phi_{x1} \\ \overline{(2 + \exp(t_y) + \exp(-t_y))}^{-1} & \Phi_{x2} \end{vmatrix};$$

$$\Delta_{y1} = \begin{vmatrix} \Phi_{y1} \overline{(2 + \exp(t_x) + \exp(-t_x))}^{-1} \\ \Phi_{y2} \overline{(1 + \exp(-t_x))}^{-2} \end{vmatrix};$$

$$\Delta_{y2} = \begin{vmatrix} \overline{(1 + \exp(t_x))}^{-2} & \Phi_{y1} \\ \overline{(2 + \exp(t_x) + \exp(-t_x))}^{-1} & \Phi_{y2} \end{vmatrix};$$

$$\Phi_{x_1} = \frac{x_n \Delta \varphi_1}{(1 + \exp(t_y))^2} + \frac{x_n \Delta \varphi_2}{2 + \exp(t_y) + \exp(-t_y)} - \frac{y_k - y_n}{1 + \exp(t_y)};$$

$$\Phi_{x_2} = \frac{x_n \Delta \varphi_1}{(2 + \exp(t_y))^2} + \frac{x_n \Delta \varphi_2}{1 + \exp(t_y) + \exp(-t_y)} - \frac{y_k - y_n}{1 + \exp(t_y)};$$

$$\Phi_{y_1} = \frac{x_n \Delta \varphi_1}{(1 + \exp(t_y))^2} + \frac{x_n \Delta \varphi_2}{2 + \exp(t_y) + \exp(-t_y)} + \frac{y_k - y_n}{1 + \exp(t_y)};$$

$$\Phi_{y_2} = \frac{x_n \Delta \varphi_1}{(2 + \exp(t_y))^2} + \frac{x_n \Delta \varphi_2}{1 + \exp(t_y) + \exp(-t_y)} + \frac{y_k - y_n}{1 + \exp(t_y)}.$$

Черта над аналитическими выражениями показывает их усреднение по количеству реперов.

Полученные координаты центров вращения блоков зависят от параметров $\Delta \varphi_1$, $\Delta \varphi_2$, λ и вида функции $y_i = f(x)$. Данная функция устанавливается методом регрессии, проведенной по опорным точкам с координатами x_{ni} реперов, расположенных в зоне межблочного контакта, и приближенными координатами y_{ni} граничной половинной линии, рассчитанными по формуле

$$y_{ni} = y_i - \lambda_{yi} \ln \frac{(X_i - X_{n1}) \Delta \varphi_1 - U_{yi}}{U_{yi} - (X_i - X_{n2}) \Delta \varphi_2}.$$

При этом линейные коэффициенты функции рассчитываются МНК, а ее нелинейные параметры, как и параметры $\Delta \varphi_1$, $\Delta \varphi_2$, λ , определяются методом МППВ.

Координаты условных центров вращения блоков, а также связанные с ними отмеченные коэффициенты и параметры рассчитываются в процессе их последовательных приближений к оптимальным значениям. Сходимость итераций регулируется целевой функцией погрешности модели

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_n \left[(x_{ki} - x_{ni} - U_{xi})^2 + (y_{ki} - y_{ni} - U_{yi})^2 \right]},$$

уменьшаемой до допустимых значений, соответствующих погрешности экспериментального позиционирования реперов.

Половинная граничная линия аналитически выражается разными функциями. Например, в случае ее отображения степенной функцией $y_r = Ax^\mu + B$ и обратной функцией $x_r = \left(\frac{y - B}{A} \right)^{1/\mu}$ производная имеет вид $\operatorname{tg} \gamma = A\mu x^{\mu-1}$. Тогда коэффициенты A , B ее регрессии рассчитываются по формулам МНК:

$$A = \frac{\overline{y_n x^\mu} - \overline{y_n} \overline{x^\mu}}{\overline{x^{2\mu}} - \overline{x^\mu}^2}, \quad B = \frac{\overline{x^{2\mu} y_n} - \overline{y_n} \overline{x^\mu x^\mu}}{\overline{x^{2\mu}} - \overline{x^\mu}^2},$$

а релаксационные интервалы ступенчатой функции представляются соотношениями

$$\lambda_x = \frac{\lambda \sqrt{1 + (A\mu x_r^{\mu-1})^2}}{|A\mu x_r^{\mu-1}|}; \quad \lambda_y = \pm \lambda \sqrt{1 + (A\mu x^{\mu-1})^2}.$$

При этом параметры $\Delta \varphi_1$, $\Delta \varphi_2$, λ рассчитываются МППВ по методике М7Т, а показатель степени μ – по методике М3Т.

Следует отметить, что искомые параметры модели определяются достоверно при достаточной исходной информации об особенностях перемещений, а значит, и деформации земной поверхности, отображаемой реперами. Это возможно при их равномерном размещении на ней в предположении, что будут охвачены блоки и зона межблочного контакта.

Пример модельной интерпретации перемещений реперов

Свойства модельного обнаружения и прогнозирования в геопространстве площадной деформации покажем на следующем практическом примере.

Рисунок 1. Планы распределения векторных перемещений реперов земной поверхности и контуров обнаруженной моделью площадной деформации (масштаб векторов увеличен в 250 раз). Система координат: вариант 1 – ось x направлена на восток (а, в); вариант 3 – ось x направлена на север (б, г).

Figure 1. Plans for the distribution of vector displacements of the earth's surface reference points and contours detected by the areal deformation model (the scale of the vectors is magnified 250 times). Coordinate system. Option 1 – the x-axis is directed to the East (a, c); option 3 – the x-axis is directed to the North (b, d).

По данным мониторинговых GPS-измерений экспериментально определены со среднеквадратичной погрешностью $\sigma_y = 3,2$ мм векторы трендового перемещения реперов земной поверхности. План их распределения показан на рис. 1, а, б. Расходящиеся направления векторов, расположенных на северо-западе и юго-востоке, свидетельствуют о наличии двух разнородных блоков горных пород, к которым применима бинарная модель деформации. Положение половинной граничной линии, разделяющей блоки, выражаем степенной функцией вида $y_r = Ax^n + B$.

Параметры модели идентифицированы по методике, описанной в предыдущем разделе. Расчеты проведены в четырех вариантах правосторонней системы координат, отличающихся пространственной ориентацией осей x, y. Во всех вариантах погрешность модели σ_m сведена итерациями МНК и МППВ к приемлемым минимальным значениям 3,8–4,5 мм, при которых зафиксированы ее оптимальные параметры, приведенные в табл. 1.

В результате замены системы координат в представленных вариантах изменяются номера блоков земной поверхности, координаты условных центров их вращения, вид функционального выражения срединной линии межблочного контакта, но геопространственная ориентация, конфигурация и положение на земной поверхности зон обнаруженной площадной деформации повторяются в пределах погрешности модели, т. е. воспроизводятся и сохраняются. В этом можно убедиться, сравнивая расположение зон деформации, рассчитанных в вариантах 1 и 3 и показанных на рис. 1, а, б. Они одинаково ориентированы вдоль половинной линии межблочного контакта, обозначенной красным пунктиром. Ширина контактной зоны характеризуется соответствующими половинами длин релаксации 59,7–59,8 м.

Таблица 1. Оптимальные параметры бинарной модели в вариантах системы координат.
Table 1. Optimal parameters of the binary model in coordinate system variants.

Варианты системы координат (направление осей)	Северо-западный участок	Юго-восточный участок	Зона межблочного контакта
Вариант 1 (x – на восток) (y – на север)	Блок 1 $X_{ц1} = 1257,2$ м $Y_{ц1} = 3833,6$ м $\Delta\phi_1 = -0,0004$	Блок 2 $X_{ц2} = 3618,1$ м $Y_{ц2} = 2089,9$ м $\Delta\phi_2 = -0,0002$	$\operatorname{tg} \gamma > 0$ $\lambda = 59,7$ м; $\mu = -1,4$ $A = -7,98 \times 10^7$ м ^{2,4} $B = 4711,3$ м
Вариант 2 (x – на запад) (y – на юг)	Блок 2 $X_{ц2} = 2939,2$ м $Y_{ц2} = 1967,1$ м $\Delta\phi_2 = -0,0004$	Блок 1 $X_{ц1} = 583,6$ м $Y_{ц1} = 3708,5$ м $\Delta\phi_1 = -0,0002$	$\operatorname{tg} \gamma > 0$ $\lambda = 57,9$ м; $\mu = 3,2$ $A = 1,84 \cdot 10^8$ м ^{-2,2} $B = 42035,2$ м
Вариант 3 (x – на север) (y – на запад)	Блок 2 $X_{ц2} = 3833,6$ м $Y_{ц2} = 2942,8$ м $\Delta\phi_2 = -0,0004$	Блок 1 $X_{ц1} = 2089,9$ м $Y_{ц1} = 581,9$ м $\Delta\phi_1 = -0,0002$	$\operatorname{tg} \gamma < 0$ $\lambda = 59,8$ м; $\mu = 4,1$ $A = -4,79 \cdot 10^{12}$ м ^{-3,1} $B = 2755,1$ м
Вариант 4 (x – на юг) (y – на восток)	Блок 1 $X_{ц1} = 1966,1$ м $Y_{ц1} = 1255,1$ м $\Delta\phi_1 = -0,0004$	Блок 2 $X_{ц2} = 3710,2$ м $Y_{ц2} = 3616,6$ м $\Delta\phi_2 = -0,0002$	$\operatorname{tg} \gamma < 0$ $\lambda = 60,0$ м; $\mu = -1,85$ $A = 3,2 \cdot 10^9$ м ^{2,85} $B = 776,5$ м

В результате суммирования линейных и угловых деформаций на ее северо-восточном участке образуются контуры площадного сжатия, а на юго-западном участке – небольшого растяжения.

Устойчивость модели при смене системы координат объясняется соответствующим перераспределением обозначений и алгебраических знаков (+, –) линейной и угловой деформации. Их размещение на земной поверхности, рассчитанное в варианте 1, показано на рис. 2. Деформации образуются в основном в зоне межблочного контакта и приобретают переменные экстремальные значения с разным знаком вдоль половинной граничной линии. В варианте 2 оси координат x, y по сравнению с вариантом 1 направлены противоположно. При этом также противоположно изменяются знаки проекций перемещений U_x , U_y и направления их дифференцирования в расчетах деформаций. Поэтому пространственное размещение компонент деформации ϵ_x , ϵ_y , ϵ_{xy} , ϵ_{yx} не изменяется. В варианте 3 по сравнению с вариантом 1 ось y заменена на x, а ось x – на противоположно направленную ось y. Прежние проекции U_y и U_x обозначились в данном варианте проекцией U_x и измененной по знаку проекцией U_y соответственно. Поэтому пространственные распределения линейной и угловой деформации сохраняются с той лишь разницей, что в их обозначениях индексы x и y взаимозаменяются. В варианте 4 оси координат x, y по сравнению с вариантом 3 направлены противоположно. Значит, и выражения компонент деформации остаются неизменными.

В размещении суммарной площадной деформации отметим, что знак ее экстремальных значений ϵ_r в точках «Г» половинной граничной линии, т. е. растяжение ($\epsilon_r > 0$) или сжатие ($\epsilon_r < 0$) определяется по критериям (правилам) сравнения показателя граничной деформации (ПГД) со значениями ± 1 , приведенными в табл. 2, где

$$\text{ПГД} = \frac{\Delta U_{\text{гт}}}{\Delta U_{\text{гт}}}; \quad \Delta U_{\text{гт}} = \Delta U_{x2r} - \Delta U_{x1r}; \quad \Delta U_{\text{гт}} = \Delta U_{y2r} - \Delta U_{y1r}.$$

Таблица 2. Критерии знака площадной деформации, возникающей вдоль зоны межблочного контакта.
Table 2. Criteria for the sign of an area strain that occurs along the interblock contact zone.

Знак $\Delta U_{\text{гт}}$ ($\Delta U_{\text{гт}} \neq 0$)	Площадное сжатие $\epsilon_r < 0$	Компенсация деформаций $\epsilon_r = 0$	Площадное растяжение $\epsilon_r > 0$
$\operatorname{tg} \gamma < 0$			
$\Delta U_{\text{гт}} < 0$	ПГД > -1	ПГД = -1	ПГД < -1
$\Delta U_{\text{гт}} > 0$	ПГД < -1		ПГД > -1
$\operatorname{tg} \gamma > 0$			
$\Delta U_{\text{гт}} < 0$	ПГД > 1	ПГД = 1	ПГД < 1
$\Delta U_{\text{гт}} > 0$	ПГД < 1		ПГД > 1

Рисунок 2. Модельное распределение на земной поверхности линейных ϵ_x , ϵ_y и угловых ϵ_{xy} , ϵ_{yx} деформаций в координатах варианта 1.
Figure 2. Model distribution on the earth's surface of linear ϵ_x , ϵ_y and angular ϵ_{xy} , ϵ_{yx} deformations in the coordinates of variant 1.

Рисунок 3. Планы прогнозного развития площадной деформации поверхности земли при дальнейшем смещении обоих ее блоков (а), преимущественном смещении первого блока (б), преимущественном смещении второго блока (в).
Figure 3. Plans for the forecast development of areal deformation of the earth's surface with further displacement of both its blocks (a), preferential displacement of the first block (b), preferential displacement of the second block (c).

Распределение знака деформации в расчетах по вариантам 1 и 3 показано на рис. 1, в, г. Согласно правилу его оценки, установлено, что в варианте 1 деформация полностью скомпенсирована в точке половинной граничной линии с координатой $x = 1840$ м, где график ПГД пересекает значение 1. В варианте 3 компенсация деформации на этой линии происходит в точке $x = 2640$ м, где график ПГД пересекает значение -1 . Примечательно, что положение этих точек на планах земной поверхности, отмеченное на рис. 1, а, б круглым овалом, совпадает.

Из приведенных сравнений следует, что бинарная модель и ее выводы о распределении площадной деформации обладают свойством инвариантности в разнонаправленных правосторонних системах координат x, y .

На основе бинарной модели формируются прогнозные оценки пространственного развития зон обнаруженной площадной деформации земной поверхности с учетом вариантов возможных в течение времени изменений в перемещениях ее реперов, наблюдаемых в мониторинге. Прогнозные оценки по трем вариантам развития деформации в приведенном практическом примере мониторинга показаны на рис. 3.

Из прогнозных оценок следует, что при дальнейшем преимущественном смещении первого блока деформация земной поверхности в контактной зоне (как сжатие, так и растяжение) будет существенно увеличиваться. Встречное перемещение второго блока приведет к менее выраженным увеличениям деформации. Если же перемещение этого блока будет преимущественным, то уровень деформаций в контактной зоне существенно снизится.

Выводы

Изложенная методология моделирования, геоинформационного обнаружения и прогнозирования горизонтальной деформации земной поверхности, охватывающей два сопряженных блока горных пород, обеспечивает интерпретацию разнонаправленных перемещений ее реперов, зарегистрированных системой мониторинговых GPS-наблюдений.

Представления методологии и бинарной модели о деформированном состоянии земной поверхности смежных блоков горных пород в виде конфигурации ограниченных зон площадной деформации, состоящей из суммы ее линейных и угловых деформаций, инвариантны и устойчивы при смене системы отсчета пространственных координат, что является доказательством их достоверности.

Обнаруженные моделью деформации концентрируются вдоль зоны межблочного контакта, что соответствует общепринятым представлениям о пространственном распределении напряженно-деформированного состояния блочного горного массива. Поэтому выводы модели о площадном расположении и уровне деформации могут использоваться в прогнозных оценках и критериях, определяющих возможность безопасного ведения горных работ в обозначенной зоне и содержания в ней техногенных объектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Cheskidov V. V., Lipina A. V., Melnichenko I. A. Integrated monitoring of engineering structures in mining // Eurasian Mining. 2018. № 2. P. 18–21. <https://doi.org/10.17580/em.2018.02.05>
2. Татевян С. К., Кузин С. П., Ораевская С. П. Использование спутниковых позиционных систем для геодинимических исследований // Геодезия и картография. 2004. № 6. С. 33–44.
3. Мазуров Б. Т., Середович В. А., Панкрушин В. К. Идентификация напряженно-деформированного состояния и поворотных движений геодинимических систем по наземным и спутниковым наблюдениям // Сб. материалов VIII междунар. науч.-практ. конф. Geoinfosad (Франция, Ницца, 12–19 марта 2004 г.). Новосибирск: СГГА, 2004. С. 11–14.
4. Балеж Е. А. Учет мозаичности напряженно-деформированного состояния массивов скальных горных пород при решении практических задач недропользования // Проблемы недропользования. 2018. № 3. С. 140–150. <https://doi.org/10.25635/2313-1586.2018.03.140>
5. Сашурин А. Д. Формирование напряженно-деформированного состояния иерархически блочного массива горных пород // Проблемы недропользования. 2015. № 1. С. 38–44. URL: <https://trud.igdur.ru>
6. Мазуров Б. Т. Математическое моделирование при исследовании геодинимики. Новосибирск: Сибпринт, 2019. 360 с. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=37164354>
7. Дорогова И. Е., Изучение движений и деформаций земной коры на геодинимическом полигоне Таштагольского железорудного месторождения // Вестник СГГА. 2010. № 2. С. 9–13. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=17671177>
8. Панжин А. А., Мазуров Б. Т., Силаева А. А. Визуализация характеристик деформационных полей по данным геодезических наблюдений // Проблемы недропользования. 2015. № 3. С. 13–18. URL: <https://trud.igdur.ru>
9. Середович В. А., Панкрушин В. К., Кузнецов Ю. И., Мазуров Б. Т., Ловягин В. Ф. Идентификация движений и напряженно-деформированного состояния самоорганизующихся геодинимических систем по комплексным геодезическим и геофизическим наблюдениям. Новосибирск: СГГА, 2004. 356 с. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=32865807>
10. Шурыгин Д. Н., Калинин В. М., Шуткова В. В. Оценка погрешности интерполирования показателя с учетом неоднородности геологического пространства // ГИАБ. 2018. № 5. С. 113–121. <https://doi.org/10.25018/0236-1493-2018-5-0-113-121>
11. Бондарев А. В., Васильев П. В. Математические особенности использования метода кригинга в недропользовании // Достижения науки и образования. 2018. № 8(30). С. 5–8. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35172340>
12. Антонов В. А. Модели горизонтального перемещения и деформации блоков земной поверхности // Проблемы недропользования. 2020. № 1. С. 104–112. <https://doi.org/10.25635/2313-1586.2020.01.104>
13. Гвишиани А. Д., Кафтан В. И., Красноперов Р. И., Татаринцев В. Н., Вавилин Е. В. Геоинформатика и системный анализ в геофизике и геодинимике. // Физика Земли. 2019. № 1. С. 44. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37276730>
14. Сашурин А. Д. Сдвигание горных пород на рудниках черной металлургии. Екатеринбург: ИГД УрО РАН, 1999. 268 с. URL: https://igdur.ru/files/eshop/elibrary/sashurin_mono.pdf
15. Антонов В. А. Извлечение математико-статистических закономерностей в экспериментальных исследованиях горно-технологических процессов // Проблемы недропользования. 2018. № 4. С. 61–70. <https://doi.org/10.25635/2313-1586.2018.04.061>

Статья поступила в редакцию 6 октября 2020 года

Model detection and prediction of horizontal deformation of the earth's surface based on the movement of its marks

Vladimir Aleksandrovich ANTONOV*

Institute of Mining of the Ural Branch of RAS, Ekaterinburg, Russia

Relevance of the topic. To identify areas of increased deformation of the earth's surface of rock blocks containing a mineral Deposit, GPS monitoring measurements of horizontal movements of marks installed at different points are carried out. An actual problem that arises here is the creation of a methodology that reliably describes and predicts the formation and location of deformation zones based on the movements of labels.

The aim of the research is to create a methodology for forming, calculating and applying a binary mathematical model that describes and predicts the location and contours of the resulting areal deformations of the earth's surface of two neighboring rock blocks based on placemark movements.

Research methods include mathematical modeling of areal deformation, functional and numerical optimization of the parameters of the created model, experimental calculations and analysis of the distribution of the resulting and predicted deformation in a practical example of placemark movements.

Research result. The model is based on the idea of blocks based on the spatial constraints of their horizontal dimensions and elastic properties in the hierarchical mosaic structure of composing rocks. Assuming that the size of a block of the earth's surface does not exceed 5 km within the limits of a mineral Deposit, the movements of its points are considered in the plane. The resulting areal deformation is represented by the sum of linear and angular deformations. The model parameters were identified using the methods of least squares and parabolic vertex approximations implemented in the specified sequence of iterative calculations using the given optimization formulas. Calculations are regulated by the standard deviation of model and labels displacements. It boils down to the permissible small limit determined by the GPS positioning error. A practical example of interpreting placemark offsets shows the properties of model invariance in a multidirectional spatial coordinate system, as well as the detection of areal deformation zones and the forecast of its contour development.

Conclusions. The applicability of the presented methodology for the deformation interpretation of multidirectional movements of the earth's surface marks registered by the monitoring system is noted. The model's conclusions about the areal location of deformation zones and its level can be used in predictive estimates and criteria that determine the possibility of safe mining operations in the detected zone and the content of man-made objects in it.

Keywords: blocks of the earth's surface, displacement reference points, rotation and translational displacement, areal deformation, model, invariance, forecasting.

REFERENCES

1. Cheskidov V. V., Lipina A. V., Melnichenko I. A. 2018, Integrated monitoring of engineering structures in mining. *Eurasian Mining*. no. 2, pp. 18–21. <https://doi.org/10.17580/em.2018.02.05>
2. Tatevyan S. K., Kuzin S. P., Oraevskaya S. P. 2004, Use of satellite positional systems for geodynamic research. *Geodesy and cartography*, no. 6, pp. 33–44.
3. Mazurov B. T., Seredovich V. A., Pankrushin V. K. 2004, Identification of the stress-strain state and turning movements of geodynamic systems based on ground and satellite observations. Scientific and practical Conf. Geofocad (France, Nice, 12–19 march, 2004). Novosibirsk, pp. 11–14.
4. Balek A. E. 2018, Taking into account the mosaic structure of stress-strain state of rock mass during solving the practical tasks of mining. *The Problems of Subsoil Use*, no. 3, pp. 140–150. <https://doi.org/10.25635/2313-1586.2018.03.140>
5. Sashourin A. D. 2015, Forming stressed-deformed state of hierarchically unitized rock mass. *The Problems of Subsoil Use*, no. 1, pp. 38–44. URL: <https://trud.igdur.ru>
6. Mazurov B. T. 2019, Mathematical modeling in the study of geodynamics. Novosibirsk, 360 p. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=37164354>
7. Dorogova I. E. 2010, Study of movements and deformations of the earth's crust at the geodynamic polygon of the Tashtagol iron ore Deposit. *Bulletin SGGA*, no. 2, pp. 9–13. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=17671177>
8. Panzhin A. A., Mazurov B. T., Silaeva A. A. 2015, Visualization of the characteristics of deformation fields according to geodetic observations. *The Problems of Subsoil Use*, no. 3, pp. 13–18. URL: <https://trud.igdur.ru>
9. Seredovich V. A., Pankrushin V. K., Kuznetsov Yu. I., Mazurov B. T., Lovyagin V. F. 2004, Identification of motions and stress-strain state of self-organizing geodynamic systems according to complex geodetic and geophysical observations. Novosibirsk, 356 p. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=32865807>
10. Shurygin D. N., Kalinchenko V. M., Shutkova V. V. 2018, Estimation of the error of interpolation of the indicator taking into account the heterogeneity of the geological space. *Mining Information and Analytical Bulletin*, no. 5, pp. 113–121. <https://doi.org/10.25018/0236-1493-2018-5-0-113-121>
11. Bondarev A. V., Vasiliev P. V. 2018, Mathematical features of using the kriging method in subsurface use // Achievements in science and education, no. 8 (30), pp. 5–8. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35172340>
12. Antonov V. A. 2020, Models of horizontal movement and deformation of earth's surface blocks. *The Problems of Subsoil Use*, no. 1, pp. 104–112. <https://doi.org/10.25635/2313-1586.2020.01.104>
13. Gvishiani A. D., Kaftan V. I., Krasnoperov R. I., Tatarinov V. N., Vavilin E. V. 2019, Geoinformatics and system analysis in Geophysics and geodynamics. *Physics Of The Earth*, no. 1, p. 44. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37276730>
14. Sashurin A. D. 1999, Displacement of rocks in the mines of ferrous metallurgy. Ekaterinburg, 268 p. https://igdur.ru/files/eshop/elibrary/sashurin_mono.pdf
15. Antonov V. A. 2018, Extraction of mathematical and statistical patterns in experimental studies of mining processes. *The Problems of Subsoil Use*, no. 4, pp. 61–70. <https://doi.org/10.25635/2313-1586.2018.04.061>

The article was received on October 6, 2020

*antonov@igdur.ru