Расчет бортов карьеров на обрушения

Андрей Викторович ЖАБКО^{1*}

Наталья Викторовна ВОЛКОМОРОВА^{2**}

Наталья Михайловна ЖАБКО^{1***}

¹Уральский государственный горный университет, Россия, Екатеринбург

²ПАО «Роснефть», Россия, ХМАО – ЮГРА, Нягань

Аннотация

Актуальность темы исследований. Обрушение бортов карьеров представляет собой наиболее опасный вид деформации, который приводит к гибели людей, находящихся в забое, утрате дорогостоящего горного оборудования, а в ряде случаев к большим экономическим убыткам, связанным с разрушением элементов бортов карьеров. Однако существующие способы расчета бортов карьеров и разрезов, в том числе вошедшие в действующие нормативные документы, разработаны лишь для оползневых явлений, что фактически связано с отсутствием математического аппарата для обоснования параметров предельно напряженных бортов.

Целью работы является разработка математического аппарата для расчета бортов карьеров и разрезов на обрушения, т. е. разработка метода определения формы откосов и нагрузки, действующей на него, при которых в прибортовом массиве формируются предельно напряженные зоны, являющиеся телом обрушения.

Основной идеей работы является использование в качестве замыкающего уравнения жесткопластической модели критерия пластичности горных пород (предел упругости) на срез, а не критерия прочности (предел прочности). Это связано с тем, что именно на пределе упругости, а точнее, от предела упругости до предела прочности в горных породах по всему объему происходит накопление дефектов, т. е. весь объем пребывает в предельном состоянии, формируя область обрушения. На пределе же прочности в массиве (образце) происходит формирование мегатрещины (единой поверхности скольжения), а весь объем из деформационного процесса «выключается».

Методы исследований. В работе широко применен аппарат механики сплошной среды, в частности рассматривается жесткопластическая модель горного массива. Кроме того, для решения полученной системы дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа применен широко известный в разделе уравнений математической физики метод характеристик. Для решения конкретных краевых задач использовался метод конечных разностей.

Результаты и выводы. На основе полученного ранее критерия упругости получена основная система уравнений предельного равновесия, решение которой позволило найти характеристики данной системы и соотношения на них. С использованием полученных уравнений осуществлен расчет откоса с равномерно распределенной нагрузкой на верхней площадке на обрушение, т. е. определена геометрия области, находящейся в предельном состоянии и являющейся областью потенциального обрушения.

Ключевые слова: критерии пластичности и прочности, напряжения, угол наклона главных площадок, уравнения равновесия, характеристики, соотношения на характеристиках, обрушение.

Введение

Наиболее распространенными и опасными видами деформаций бортов карьеров являются оползни и обрушения. Принципиальными отличиями между этими двумя видами деформаций являются различные скорости протекания и места локализации. Оползень – это достаточно длительный процесс, позволяющий принять решение об укреплении откоса и связанный со смещением оползневой призмы вдоль некоторой поверхности, которую принято называть поверхностью скольжения. То есть предельное условие выполняется вдоль определенной поверхности. Что касается обрушений, то они протекают лавинообразно, что и предопределяет их опасность. В отличие от оползней, обрушения обуславливаются потерей прочности в каждой точке обрушаемого массива. Другими словами, при определенном сочетании формы

поверхности откоса и внешней нагрузки некоторая часть прибортового массива может пребывать в предельном напряженном состоянии, которое может привести к его обрушению.

Исторически наука об устойчивости откосов развивается по двум направлениям, которые Г. Л. Фисенко [1] назвал методом предельного равновесия и методом предельного напряженного состояния. Метод предельного равновесия подразумевает отыскание в массиве наиболее напряженных поверхностей скольжения и сравнение сдвигающих и удерживающих напряжений вдоль нее и в связи с этим является методом предупреждения оползневых явлений. Метод предельного напряженного состояния подразумевает выполнение дифференциальных уравнений равновесия Навье и предельного кулоновского

✉ zhabkoav@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0002-3081-9522>

** nvolkomorova1985@mail.ru

*** jnm@mail.ru

Рисунок 1. Выпуклый (а) и плоский (б) откосы с расчетной весовой пригрузкой.
Figure 1. Convex (a) and flat (b) slopes with an estimated weight overload.

условия в каждой точке обрушающейся призмы. Данный метод развивался усилиями выдающихся ученых – К. Кулона (1776) [2], В. Ренкина (1857) [3], Ф. Кеттера (1903) [4] и в более или менее окончательном виде теоретически (аналитически) оформлен В. В. Соколовским (1939) в его фундаментальном труде, известном под названием «Статика сыпучей среды» [5].

В последние годы интерес к данному направлению исследований, судя по публикациям, снизился, исключением являются отдельные работы, например [6]. Вместе с тем актуальность данного вопроса возрастает в связи с увеличением глубины современных карьеров. Парадоксально, что в действующем нормативном документе по устойчивости бортов карьеров и разрезов [7] о расчете откосов на обрушение ничего не говорится, но здесь есть объективные причины.

На рис. 1 в качестве примера приведены откосы, рассчитанные посредством метода предельного напряженного состояния (Ренкина–Кеттера–Соколовского). Размер пригрузки сочетается с объемным весом пород откоса.

Из рис. 1, очевидно, следует неправдоподобность результатов расчетов, которые противоречат любым экспе-

риментальным и натурным данным при всей важности и строгости математических выводов, полученных упомянутыми авторами.

Попытаемся разобраться с причинами данного несоответствия. Совершенно очевидно, что в рамках механики сплошной среды дифференциальные уравнения равновесия безупречны, в связи с этим причины могут быть только в условии предельного равновесия.

Во-первых, на пределе прочности, который описывается критерием Кулона, согласно современным представлениям, формируется генеральный разлом (площадки микросдвигов «выключаются» из деформационного процесса), а площадки сдвигов начинают формироваться уже на пределе упругости и в процессе упрочнения. В процессе пластического упрочнения идут сложные процессы деформирования трансляционно-ротационной природы, порождающие явление дилатансии, при которой материал теряет свою сплошность, увеличиваясь в размерах. Поэтому формулы сплошной среды в фазе упрочнения (и тем более на пределе прочности) не отражают действительности, как, например, в упругой фазе. Более того, экспериментально доказано [8], что пределы прочности горных пород и искусственных материалов, за редким исключением, описываются критерием Кулона. Как правило, область реальной прочности материалов лежит внутри кулоновского паспорта, что является следствием неучета дилатантных изменений при пластическом деформировании¹, а область упругости, разумеется, имеет еще меньшие размеры. То есть ассоциирование пределов упругости и прочности неправомерно. К сожалению, практически повсеместно во всех геомеханических расчетах, включая математическое моделирование, началом выхода материала в пластическую фазу (пределом упругости) считается выполнение критерия Кулона.

Во-вторых, имеются основания считать, что ориентировка критических площадок сдвига зависит от уровня напряженного состояния, т. е. существует зависимость от девиатора напряжений.

Критерий пластичности (предела упругости) горных пород

В работах [8–10] на основе континуальных представлений получен, проанализирован и экспериментально проверен аналитический критерий, определяющий предел упругости и предел прочности горных пород, имеющих в компонентах главных нормальных напряжений следующий вид:

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2C \sqrt{\left(1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi \sigma_1}{C}\right) \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi k \sigma_3}{C}\right)}, \quad (1)$$

где σ_3 , σ_1 – главные напряжения; C – сцепление; φ – угол внутреннего трения ($f = \operatorname{tg} \varphi$ – коэффициент внутреннего трения); $0 \leq k \leq 1$ – параметр, учитывающий дилатансию горных пород и определяющий при различных частных значениях предел упругости, прочности и функцию пластического потенциала.

¹Такой недостаток присущ практически всем аналитическим критериям прочности; напротив, некоторые эмпирические критерии, например, Хука–Брауна, устраняют данный недостаток, что делает их более выигрышными по отношению к аналитическим. Однако изобилие сложно устанавливаемых эмпирических коэффициентов, неопределенность исходной функции делают их менее привлекательными при аналитических исследованиях.

Экспериментально подтверждено [8], что в интервал значений $0 < k < 1$ попадают все без исключения горные породы и искусственные материалы в фазе пластического упрочнения. При $k = 1$ критерий (1) описывает критерий Кулона в компонентах главных напряжений, а угол наклона критической площадки к минимальному главному напряжению

составляет $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$, что полностью соответствует представлениям метода предельного напряженного состояния. При $k = 0$ уравнение (1) имеет следующий вид:

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2C \sqrt{1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi \sigma_1}{C}} = \sigma_1 - 2C \operatorname{tg} \psi, \quad (2)$$

где ψ – угол наклона сдвиговой площадки к минимальному главному напряжению (переменная величина в отличие от существующих представлений).

Критерий (2) для некоторых горных пород определяет предел упругости и для всех без исключения горных пород и материалов описывает нижнюю грань начала пластических деформаций и предел прочности [8]. Верхняя грань для пределов упругости и прочности описывается критерием (1) при $k = 1$.

Использование критерия упругости (2) в качестве предельного условия устраняет упомянутые ранее несоответствия и гарантирует некоторый запас прочности для достаточно хрупких материалов.

Теория расчета откосов на обрушение

Используя критерий упругости (2), а также известные зависимости механики сплошной среды

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}; \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y},$$

где $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ – компоненты тензора плоского напряжения; α – угол между главными площадками и осью x , получим следующие уравнения:

$$|\tau_{xy}| = \pm C \sin 2\alpha \operatorname{tg} \psi; \quad (3)$$

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \pm C \cos 2\alpha \operatorname{tg} \psi; \quad (4)$$

$$\frac{C}{\operatorname{tg} \varphi} (\operatorname{tg}^2 \psi - 1) - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}. \quad (5)$$

Таким образом, с учетом (3)–(5) имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} |\tau_{xy}| = C \sin 2\alpha \operatorname{tg} \psi; \\ \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \pm C \cos 2\alpha \operatorname{tg} \psi; \\ \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = C \left(\frac{\operatorname{tg}^2 \psi - 1}{\operatorname{tg} \varphi} - \operatorname{tg} \psi \right). \end{cases} \quad (6)$$

В дальнейших рассуждениях модуль и смену знаков опускаем без дополнительных оговорок. Решая систему (6) относительно компонент плоского поля напряжений, получим:

$$\begin{cases} \tau_{xy} = C \sin 2\alpha \operatorname{tg} \psi; \\ \sigma_x = C \left(\frac{\operatorname{tg}^2 \psi - 1}{\operatorname{tg} \varphi} - (1 - \cos 2\alpha) \operatorname{tg} \psi \right); \\ \sigma_y = C \left(\frac{\operatorname{tg}^2 \psi - 1}{\operatorname{tg} \varphi} - (1 + \cos 2\alpha) \operatorname{tg} \psi \right). \end{cases} \quad (7)$$

Заметим, что в системе уравнений (7) угол наклона критической площадки ψ является переменной величиной.

Пусть $\operatorname{tg} \psi = p(x, y) = p$; $\cos 2\alpha = q(x, y) = q$, тогда

$$\begin{cases} \tau_{xy} = Cp\sqrt{1-q^2}; \\ \sigma_x = C\left(\frac{p^2-1}{\operatorname{tg} \varphi} - (1-q)p\right); \\ \sigma_y = C\left(\frac{p^2-1}{\operatorname{tg} \varphi} - (1+q)p\right). \end{cases} \quad (8)$$

Подставим функции (8) в дифференциальные уравнения плоского равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = -\gamma,$$

где γ – объемный вес горных пород.

Таким образом, с учетом принятия размерности напряжений в единицах сцепления ($C = 1$) будем иметь следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} 2 \operatorname{ctg} \varphi p \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x} + p \frac{\partial q}{\partial x} + q \frac{\partial q}{\partial x} + \sqrt{1-q^2} \frac{\partial p}{\partial y} + p \frac{q}{\sqrt{1-q^2}} \cdot \frac{\partial q}{\partial y} = 0; \\ 2 \operatorname{ctg} \varphi p \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial y} - q \frac{\partial p}{\partial y} - p \frac{\partial q}{\partial y} + \sqrt{1-q^2} \frac{\partial p}{\partial x} + p \frac{q}{\sqrt{1-q^2}} \cdot \frac{\partial q}{\partial x} = -\gamma. \end{cases} \quad (9)$$

Добавляя к системе (9) уравнения для полных дифференциалов отыскиваемых функций

$$\begin{cases} dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy; \\ dq = \frac{\partial q}{\partial x} dx + \frac{\partial q}{\partial y} dy, \end{cases}$$

получим основную систему уравнений предельного равновесия:

$$\begin{cases} (2 \operatorname{ctg} \varphi p + q - 1) \frac{\partial p}{\partial x} + p \frac{\partial q}{\partial x} + \sqrt{1-q^2} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{pq}{\sqrt{1-q^2}} \cdot \frac{\partial q}{\partial y} = 0; \\ \sqrt{1-q^2} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{pq}{\sqrt{1-q^2}} \cdot \frac{\partial q}{\partial x} + (2 \operatorname{ctg} \varphi p - q - 1) \frac{\partial p}{\partial y} - p \frac{\partial q}{\partial y} = -\gamma; \\ dx \frac{\partial p}{\partial x} + 0 \frac{\partial q}{\partial x} + dy \frac{\partial p}{\partial y} + 0 \frac{\partial q}{\partial y} = dp; \\ 0 \frac{\partial p}{\partial x} + dx \frac{\partial q}{\partial x} + 0 \frac{\partial p}{\partial y} + dy \frac{\partial q}{\partial y} = dq. \end{cases} \quad (10)$$

Для нахождения характеристик системы (10), согласно известной теории решения гиперболических систем в частных производных [11], необходимо решить уравнение:

$$\det \begin{pmatrix} 2 \operatorname{ctg} \varphi p + q - 1 & p & \sqrt{1-q^2} & \frac{pq}{\sqrt{1-q^2}} \\ \sqrt{1-q^2} & \frac{pq}{\sqrt{1-q^2}} & (2 \operatorname{ctg} \varphi p - q - 1) & -p \\ dx & 0 & dy & 0 \\ 0 & dx & 0 & dy \end{pmatrix} = 0. \quad (11)$$

Решение уравнения (11) дает два действительных семейства характеристик:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(f-2p)\sqrt{1-q^2} \pm 2\sqrt{f^2q^2(1-q^2)} + p(p-f)}{2fq^2 + (2p-f)q - f}. \quad (12)$$

Аналогично для нахождения соотношений функций на характеристиках системы (10) необходимо решить следующее уравнение [11]:

$$\det \begin{pmatrix} 2 \operatorname{ctg} \varphi p + q - 1 & p & \sqrt{1-q^2} & 0 \\ \sqrt{1-q^2} & \frac{pq}{\sqrt{1-q^2}} & (2 \operatorname{ctg} \varphi p - q - 1) & -\gamma \\ dx & 0 & dy & dp \\ 0 & dx & 0 & dq \end{pmatrix} = 0. \quad (13)$$

Таким образом, при решении уравнения (13) соотношения на характеристиках имеют вид:

$$4 \operatorname{ctg} \varphi dp = \frac{2p-f(1+2q)}{f-p} dq + \frac{dy}{dx} \cdot \frac{2pq-fq+2fq^2-f}{\sqrt{1-q^2}(f-p)} dq + \gamma dy \frac{2p+f(q-1)}{p(f-p)} + \gamma dx \frac{f(q^2-1)}{\sqrt{1-q^2}p(f-p)}. \quad (14)$$

Совместное решение уравнений (12) и (14) позволит определить значения функций

$\operatorname{tg} \psi = p(x, y) = p$; $\cos 2\alpha = q(x, y) = q$ в каждой точке предельно напряженной области, а также границу этой области и внешнюю нагрузку, необходимую для выполнения условия предельного равновесия.

Решение конкретных примеров и краевых задач

Рассмотрим в качестве примеров задачи о построении предельной формы откоса, в случае, когда на его верхней горизонтальной площадке (берме) приложена равномерно распределенная нагрузка и определении необходимой эпюры пригрузки на верхней берме откоса, имеющего заданную форму, например плоскую.

Для решения уравнений (12) и (14) необходимо воспользоваться конечно-разностным представлением приращений координат и функций (семейство характеристик с индексом 1 будем считать активным, т. е. с падением в откос, а с индексом 2 – с падением в массив):

$$\begin{cases} \Delta x_1 = x - x_1; \Delta x_2 = x - x_2; \\ \Delta y_1 = y - y_1; \Delta y_2 = y - y_2; \\ \Delta p_1 = p - p_1; \Delta p_2 = p - p_2; \\ \Delta q_1 = q - q_1; \Delta q_2 = q - q_2. \end{cases} \quad (15)$$

Таким образом, используя формулы (12), (13) и (15) и значения функций в двух точках (граничные условия), можно вычислить положение третьей точки предельной области и значения функций $\operatorname{tg} \psi = p(x, y) = p$; $\cos 2\alpha = q(x, y) = q$ в этой точке. Однако формулы (15) пригодны для определения только внутренних точек предельной области (первая краевая задача).

Для точек, расположенных на поверхности откоса, система уравнений несколько изменяется. На поверхности откоса (границе предельной области) для обеспечения условия предельного равновесия могут быть необходимы приложенные нагрузки (напряжения). Для простоты можно рассматривать поверхность откоса (границу предельной области) как совокупность главных площадок, т. е. поверхность, на которую действуют минимальные главные нормальные напряжения, а траектория максимальных главных напряжений совпадает с ней. В этом случае для определения главных напряжений отыскиваемых функций и координат точки откоса, помимо одной пары уравнений (12) и (14) (с индексом 1), необходимо использовать следующие уравнения:

$$\begin{cases} p = \sqrt{1 + \frac{f\sigma_1}{C}}; \\ \sigma_1 = C \frac{p^2 - 1}{f}; \\ \sigma_3 = C \left(\frac{p^2 - 1}{f} - 2p \right); \\ q = \cos \left[-2 \operatorname{arctg} \left(\frac{x - x_2}{y - y_2} \right) \right]. \end{cases}$$

Расчеты по указанным схемам осуществляются сверху вниз. В случае определения эпюры нагрузки на верхней берме откоса при его заданной и, в частности, плоской форме расчет ведется снизу вверх, начиная от смежных точек откоса, в которых известны значения функций.

Заметим также, что для повышения точности расчетов и уменьшения погрешностей, вызванных конечно-разностными представлениями, в зависимости (15) вместо известных значений функций в точках можно использовать (подставить) их осредненные с отыскиваемыми

значениями. Также для простоты расчетов в уравнениях (14) можно принять $\gamma = 1$.

Рассмотрим пример расчета откоса, пригруженного вертикальной равномерной нагрузкой, равной пределу прочности горных пород на одноосное сжатие. Характеристики горных пород, принятые в расчет, следующие: $\gamma = 1$; $C = 1$; $\varphi = 30^\circ$. В таблице приведены результаты расчета.

С использованием данных таблицы на рис. 2, б построена предельно напряженная область (призма разру-

Расчет координат точек характеристик и значений функций в этих точках.

Calculation of the coordinates of the points of the characteristics and the values of the functions at these points.

Значения функций	Точки	Активное семейство характеристик (падение в сторону выработки)				
		0	1	2	3	4
x	-4					8,00
y						0,00
p						1,732
q						1
x	-3				6,00	7
y					0,00	-0,836
p					1,732	1,913
q					1	1
x	-2			4,00	5	6
y				0,00	-0,836	-1,685
p				1,732	1,913	2,076
q				1	1	1
x	-1		2,00	3	4	5
y			0,00	-0,836	-1,685	-2,545
p			1,732	1,913	2,076	2,226
q			1	1	1	1
x	0	0,00	1	2	3	4
y		0,00	-0,836	-1,685	-2,545	-3,415
p		1,732	1,913	2,076	2,226	2,366
q		1	1	1	1	1
σ_1		3,464	4,607	5,733	6,850	7,964
σ_3		0	0,781	1,581	2,398	3,232
x	1		-0,475	0,129	0,738	1,349
y			-1,568	-2,622	-3,687	-4,759
p			2,115	2,296	2,463	2,618
q			0,832	0,833	0,834	0,834
σ_1			6,015	7,399	8,775	10,139
σ_3			1,785	2,807	3,849	4,903
x	2			-1,186	-0,757	-0,315
y				-3,128	-4,271	-5,418
p				2,421	2,59	2,747
q				0,655	0,668	0,678
σ_1				8,422	9,887	11,338
σ_3				3,58	4,707	5,844
x	3				-1,778	-1,246
y					-4,729	-5,841
p					2,602	2,754
q					0,76	0,766
σ_1					9,998	11,405
σ_3					4,793	5,897
x	4					-2,241
y						-6,363
p						2,767
q						0,851
σ_1						11,528
σ_3						5,994

Рисунок 2. Предельно напряженный откос (призма) по В. В. Соколовскому (а) и построенный с использованием предлагаемого математического аппарата (б).

Figure 2. Extremely stressed slope (prism) according to V. V. Sokolovsky (a) built using the proposed mathematical method (b).

шения), а на рис. 2, а приведен свободный вогнутый откос по В. В. Соколовскому [5] для тех же значений физико-механических характеристик горных пород.

Оба решения позволяют отыскивать область, в которой породы пребывают в предельно напряженном состоянии, а также определять нагрузку на свободные поверхности этой области для выполнения условия предельного равновесия (рис. 2). Однако предлагаемое решение имеет ряд важных принципиальных отличий в сравнении с решением В. В. Соколовского.

Во-первых, полученная область возможных вывалов и обрушений имеет правдоподобную форму, которую зачастую мы и наблюдаем в реальных условиях, что нельзя сказать про форму откоса и призму разрушения по В. В. Соколовского (рис. 2, а). Напомним, что именно недостаточная корректность при верификации, стала одной из причин отказа от теории Ренкина–Кеттера–Соколовского при расчете устойчивости бортов карьеров [1].

Во-вторых, в решении В. В. Соколовского откос свободный, т. е. без приложенных напряжений. В предлагаемом решении для выполнения условия предельного равновесия необходима пригрузка откоса, в рассмотренном примере пригрузка задана минимальными главными напряжениями σ_3 (хотя это и не принципиально). Однако совершенно очевидно, что роль данной пригрузки в реальных условиях выполняют породы, например взорванная горная масса. По мере экскавации горной массы, т. е. снижения σ_3 в массиве, будет сформирована область вывала или обрушения, которая при приближении экскаватора к забою и его зачистки может являться потенциально опасной.

В-третьих, в отличие от решения В. В. Соколовского, где характеристики системы уравнений совпадают с поверхностями скольжения (сдвиговыми поверхностями), т. е. имеют физический смысл, в предлагаемом решении

характеристики не являются поверхностями скольжения, а ограничивают область, в которой выполняется условие предельного равновесия. В связи с этим вывал или обрушение представляется как нарушение сплошности среды (массива) в данной области и перемещения разрушившихся пород как несвязной среды с трением.

Как уже отмечалось, вопросы прогнозирования обрушений и расчета откосов на обрушения не находят своего достаточного отражения в российской научной и в нормативной литературе. Анализ зарубежных авторитетных научных сборников и монографий, посвященных вопросам устойчивости откосов [12–14], подтверждает это. Более того, руководство по проектированию бортов карьеров [15], в котором, как указывается, содержится исчерпывающая информация по всем вопросам проектирования, разработанное ведущими специалистами в области устойчивости бортов карьеров Австралии, США, Канады, ЮАР, Чили, Англии, Новой Зеландии и т. д., также не содержит информации по методам расчета откосов на обрушения. Все это указывает на отсутствие теории (математического аппарата) расчета горных массивов на обрушения.

Выводы

Таким образом, проведенные исследования позволили создать математический аппарат для расчета откосов горнотехнических и иных сооружений на обрушения, т. е. определять и выявлять потенциально опасные по обрушениям области горного массива и предельную нагрузку на эти области. Безусловно, выполненные исследования нельзя считать законченными в силу того, что в данной работе рассматривалась однородная и изотропная среда, к которой в большинстве своем горные массивы не относятся, однако многие зависимости, полученные в рамках данного исследования, очевидно, будут полезны для дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фисенко Г. Л. Устойчивость бортов карьеров и отвалов. М.: Недра, 1965. 378 с.
2. Coulomb C. A. Essai sur une application des règles de maximis et de minimis à quelques problèmes de Statique relatifs à l'Architecture // Mémoire des Savans étrangers, Académie Royale des Sciences de Paris. 1776. Vol. 7. P. 343–382.
3. Rankine W. J. M. On the Stability of Loose Earth // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1857. Vol. 147. P. 9–27. URL: <https://www.jstor.org/stable/108608>
4. Kötter F. Die Bestimmung des Druckes an gekrümmten Gleitflächen, eine Aufgabe aus der Lehre vom Erddruck. Berlin: Akad. Berichte, 1903.
5. Соколовский В. В. Статика сыпучей среды. М.: Наука, 1990. 272 с.
6. Чанышев А. И., Подыминогин Г. М. Определение максимально допустимой высоты карьера в массиве горных пород // Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук. 2015. № 2. С. 291–298.
7. Правила обеспечения устойчивости откосов на угольных разрезах: утв. Госгортехнадзором РФ 16 марта 1998 г.; введ. в действие с 1 января 1999 г. СПб., 1998. 208 с.
8. Жабко А. В. Теоретические и экспериментальные аспекты пластического деформирования и разрушения горных пород // Изв. УГГУ. 2018. № 1 (49). С. 68–79.
9. Жабко А. В. Прочность континуума (твердых тел) // Изв. вузов. Горный журнал. 2019. № 3. С. 47–55.
10. Жабко А. В. Континуальная концепция сдвиговой дезинтеграции твердых тел // Изв. УГГУ. 2017. № 2 (46). С. 111–123.
11. Годунов С. К. Уравнения математической физики. 2-е изд. М.: Наука, 1979. 392 с.
12. Slope Stability Reference Guide for National Forests in the United States. Washington, DC, United States Department Agriculture, Engineering Staff, 1994, August. Vol. II.
13. Slope Stability. Washington, DC, Department of the Army, U.S. Army Corps of Engineering, 2003, 31 October.
14. Abramson L. W., Lee T. S., Sharma S., Boyce G. M. Slope Stability and Stabilization methods. 2nd Edition. N. Y.: John Wiley & Sons, 2002.
15. Read J., Stacey P. Guidelines for Open Pit Slope Design. CSIRO, 2009. <https://doi.org/10.1071/9780643101104>

Статья поступила в редакцию 28 апреля 2020 года

Design of open pit slopes for caving

Andrey Viktorovich ZHABKO^{1*}

Natal'ya Viktorovna VOLKOMOROVA^{2**}

Natal'ya Mikhailovna ZHABKO^{1***}

¹Ural State Mining University, Ekaterinburg, Russia

²PJSC "Rosneft", KhMAO-Yugra, Nyagan, Russia

Abstract

Relevance of the research. Caving of open pit slopes is the most dangerous form of deformation, which leads to the death of people in the face, the loss of expensive mining equipment, and in some cases to large economic losses associated with the destruction of the elements of the open pit slopes. However, the existing methods for calculating the open pit slopes and sections for example those included in the current regulatory documents, were developed only for landslide phenomena, which is actually due to the lack of a mathematical apparatus to justify the parameters of extremely stressed slopes.

The aim of the work is to develop a mathematical apparatus for calculating the open pit slopes and sections for caving, i. e., to develop a method for determining the shape of slopes and the acting load, in which extremely stressed zones (bodies of caving) are formed in the adjacent rock mass.

The main idea of the work is to use the criterion of plasticity of rocks as the closing equation of a rigid plastic model (elastic limit) for shear, and not the strength criterion (tensile strength). This is due to the fact that defects accumulate throughout the entire volume at the elastic limit, and more precisely, from the elastic limit to the tensile strength in rocks, i.e., the entire volume is in the ultimate state forming a caving zone. At the tensile strength, the formation of a big crack (a single sliding surface) occurs in the massif (sample), and the entire volume is "excluded" from the deformation process.

Research methods. The method of continuous medium mechanics is widely used in this work, in particular, the rigid-plastic model of the rock mass is considered. In addition, to solve the obtained system of differential equations in partial derivatives of a hyperbolic type, the method of characteristics is used known in the branch of equations in mathematical physics. The finite-difference technique was used to solve some specific end problems.

Results and conclusions. Based on the elasticity criterion, the main system of equations of limit equilibrium is obtained, the solution of which made it possible to find the characteristics of this system and the ratio for them. Using the obtained equations, we calculated the slope with a uniformly distributed load on the upper platform in case of caving, i. e., the geometry of the area in the limiting state and the potential caving zone was determined.

Keywords: criteria of plasticity and strength, stress, angle of inclination of the main sites, equilibrium equations, characteristics, ratio on characteristics, caving.

REFERENCES

1. Fisenko G. L. 1965, *Ustoychivost' bortov kar'yerov i otvalov* [Stability of open pit slopes and dumps]. Moscow, 378 p.
2. Coulomb C. A. 1776, Essai sur une application des règles de maximis et de minimis à quelques problèmes de Statique relatifs à l'Architecture. Mémoire des Savans étrangers, Académie Royale des Sciences de Paris, vol. 7, pp. 343–382.
3. Rankine W. J. M. 1857, On the Stability of Loose Earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, vol. 147, pp. 9–27. URL: <https://www.jstor.org/stable/108608>
4. Kötter F. 1903, Die Bestimmung des Druckes an gekrümmten Gleitflächen, eine Aufgabe aus der Lehre vom Erddruck. Berlin: Akad. Berichte.
5. Sokolovsky V. V. 1990, *Statika sypuchey sredy* [Static flowing medium]. Moscow, 272 p.
6. Chanyshv A. I., Podymnagin G. M. 2015, Determination of the maximum permissible pit height in a rock mass. *Fundamental'nyye i prikladnyye voprosy gornyykh nauk* [Journal of fundamental and applied mining sciences], pp. 291–298. (In Russ.)
7. 1998, Rules for ensuring the stability of slopes in coal mines: appr. Gosgortekhnadzor of the Russian Federation on March 16, 1998; entered January 1, 1999. St. Petersburg, 208 p.
8. Zhabko A. V. 2018, Theoretical and experimental aspects of plastic deformation and destruction of rocks. *Izvestiya Ural'skogo gosudarstvennogo gornogo universiteta* [News of the Ural State Mining University], no. 1 (49), pp. 68–79. (In Russ.)
9. Zhabko A. V. 2019, The strength of the continuum (of solid bodies). *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Gornyy zhurnal* [News of the Higher Institutions. Mining Journal], no. 3, pp. 47–55. (In Russ.)
10. Zhabko A. V. 2017, Continuum theory of shear disintegration of solid bodies. *Izvestiya Ural'skogo gosudarstvennogo gornogo universiteta* [News of the Ural State Mining University], no. 2 (46), pp. 111–123. (In Russ.)
11. Godunov S. K. 1979, *Uraveneniya matematicheskoy fiziki* [Equations of mathematical physics]. Moscow, 392 p.
12. 1994, Slope Stability Reference Guide for National Forests in the United States. Washington, DC, United States Department Agriculture, Engineering Staff, August. Vol. II.
13. 2003, Slope Stability. Washington, DC, Department of the Army, U.S. Army Corps of Engineering, 31 October.
14. Abramson L. W., Lee T. S., Sharma S., Boyce G. M. 2002, Slope Stability and Stabilization methods. 2nd Edition. N. Y.: John Wiley & Sons.
15. Read J., Stacey P. 2009, Guidelines for Open Pit Slope Design. CSIRO. <https://doi.org/10.1071/9780643101104>

The article was received on April? 28, 2020

✉ zhabkoav@mail.ru

🆔 <https://orcid.org/0000-0002-3081-9522>

✉ nvolkomorova1985@mail.ru

✉ jnm@mail.ru