Критерии подобия природной соразмерности турбомашин

Макаров В. Н.¹, Боярских Г. А.¹, Макаров Н. В.¹,
Дылдин Г. П.^{1*}, Угольников А. В.¹

¹ Уральский государственный горный университет, г. Екатеринбург, Россия

*e-mail: german.dyldin@yandex.ru

Реферат

Введение. Достижение синергии от наукоемких производств в сочетании с экотехнологиями инновационного недропользования возможно только на пути формирования качественно нового подхода в создании природоподобных вспомогательных технологий. Недостаточная адаптивность турбомашин, обеспечивающих промышленную безопасность, более чем на 15 % повышает себестоимость продукции горного и нефтегазового комплексов РФ, снижая их конкурентоспособность.

Методика проведения исследований. На базе гипотезы о гидродинамической аналогии механизмов торможения потока, обтекающего профиль, и формирования его профильного сопротивления, теории Кармана о присоединенных и свободных вихрях, гипотезы Жуковского–Чаплыгина–Кутта, метода конформных преобразований, теории подобия, метода особых точек С. А. Чаплыгина получены критерии подобия природной соразмерности, то есть гидродинамического подобия механизма энергетического взаимодействия лопаток рабочего колеса турбомашин и крыла птицы.

Результаты. Доказано, что доминантой управления природоподобной соразмерностью аэродинамики турбомашин является соотношение между циркуляциями скорости и ускорения потока вокруг профиля. Установлено, что коэффициенты профильного сопротивления, подъемной силы и аэродинамического качества решетчатых профилей являются гидродинамическими аналогами коэффициентов циркуляции скорости и ускорения потока и их отношения.

Выводы. Экспериментально подтверждено, что использование предложенного критерия природной соразмерности при проектировании турбомашин повышает их коэффициент аэродинамической адаптивности более чем в 2 раза, увеличивая область экономичной работы на 83 %.

Ключевые слова: турбомашинa; природоподобная соразмерность; циркуляция скорости и ускорения; источник; адаптивность; решетчатый профиль.

Введение. Обеспечение промышленной безопасности предприятий горного и нефтегазового комплексов РФ повышает себестоимость ВВП страны на 13 %. Динамика параметров технологической среды снижает энергоэффективность турбомашин в связи с их низкой адаптивностью, влияя на конкурентоспособность предприятий [1–4]. Недостаточная адаптивность турбомашин актуализирует задачу разработки методологии проектирования и создания аэродинамически адаптивных турбомашин, адекватно и одновременно экономически обоснованно создающих необходимые поля параметров воздушной среды в технологическом пространстве, реализующих концепцию оптимальной экотехнологии недропользования.

Постановка задачи. В основе реализации стандартов природоподобия применительно к турбонасосам лежит задача установления доминанты механизма энергетического взаимодействия решетки лопаток рабочего колеса турбомашин и воздушного потока, управление которой позволяет адекватно, с минимальными потерями энергии реагировать на внешние факторы, определяемые технологическими процессами производства.

В статье предложена методология построения критериев подобия природной соразмерности турбомашин для разработки путей повышения их энергоэффективности. В качестве доминанты управления природоподобием процесса преобразования механической энергии вращения рабочего колеса турбомашин во внутреннюю энергию воздушного потока принято соотношение между циркуляцией скорости и циркуляцией ускорения потока вокруг профилей решетки их лопаток как основного органа взаимодействия с потоком.

Конструктивное исполнение турбомашин позволяет реализовать в них активные методы управления циркуляцией скорости и ускорения потока с использованием источников и вихрей, формирующих «аэрогазодинамические профили», изменяющие линии потока воздуха [5–8].

Струи источников 2 замедляют либо ускоряют скорость воздуха V_p , V_t на рабочей и тыльной поверхностях профиля лопатки 1, совмещая заднюю критическую точку (ЗКТ) 3 и точку отрыва потока 4. Изменение циркуляции скорости и ускорения потока воздуха вокруг профиля адаптирует аэродинамические параметры турбомашин с внешними условиями. Энергетические параметры вихревой дорожки Кармана, положение точки отрыва потока и ЗКТ в «аэрогазодинамических профилях» определяются характеристиками устройств управления вихревой дорожкой Кармана.

Силовое взаимодействие лопаток рабочего колеса и потока воздуха в этом случае происходит через адаптивную аэродинамическую систему вихрей, обеспечивающих эффективность турбомашин и их восприимчивость к изменениям внешней среды. Подобно тому, как крыло птицы, изменяя свою форму при взаимодействии с потоком воздуха, обеспечивает эффективное безотрывное обтекание, система присоединенных вихрей, создаваемых вихревыми камерами аэрогазодинамического профиля турбомашин, являясь посредником во взаимодействии потока воздуха межлопаточного канала с лопатками, также обеспечивает их безотрывное обтекание.

Спроектированные на базе данного принципа турбомашин отличаются тем, что широкий диапазон изменения внешних условий является для них тем не менее номинальным эффективным режимом работы.

Методология исследований. В качестве критерия дифференциальной природной соразмерности турбомашин, то есть природоподобия аэродинамического процесса в окрестности точки на профиле лопатки рабочего колеса, принят критерий локальной аэродинамической адаптивности.

С учетом предложенной гипотезы, принципа гидродинамической аналогии, вихревой дорожки Кармана, метода конформных преобразований, рис. 1, получим формулу для расчета критерия локальной аэродинамической адаптивности в виде [4, 8, 9]:

$$K_a^q = 1 - c \frac{d\Gamma}{dt} \Gamma^{-1} \omega^{-1},$$

где c – коэффициент пропорциональности природоподобной соразмерности; Γ – циркуляция потока воздуха вокруг профиля лопаток в решетке рабочего колеса турбомашин; ω – угловая скорость относительного движения профиля, c^{-1} ; t – время течения процесса.

Критерий аэродинамической адаптивности профиля лопатки рабочего колеса турбомашин с учетом [8] получим в форме:

$$K_a = 1 - c \int_0^1 \frac{\partial \gamma}{\partial \bar{S}} \gamma^{-1} d\bar{S}, \quad (1)$$

где γ – коэффициент циркуляции потока вокруг профиля лопаток рабочего колеса турбомашин; $\bar{S}$ – относительная координата точек на профиле лопаток.

Критерий аэродинамической адаптивности в заданном диапазоне области экономичной работы турбомашин представим в виде [8]:

$$K_a^q = 1 - \frac{c}{\Delta q} \int_{q_{\min}}^{q_{\max}} dq \int_0^1 \frac{\partial \gamma}{\partial S} \gamma^{-1} d\bar{S},$$

где $q_{\min}$, $q_{\max}$ – наименьший и наибольший коэффициенты подачи турбомашин в области экономичной эксплуатации Δq .

Рис. 1. Аэродинамический профиль лопатки рабочего колеса турбомашин с устройством управления вихревой дорожкой Кармана:

V_i – скорость потока воздуха на выходе из источника; V_p – скорость потока воздуха на рабочей поверхности профиля; V_{II} – скорость набегающего потока воздуха; V_T – скорость потока воздуха на рабочей поверхности профиля

Fig. 1. Airfoil section of the turbomachine impeller blade with the Karman vortex street control device:

V_i – outlet air flow speed; V_p – air flow speed at the working flank of a profile; V_{II} – airstream speed; V_T – air flow speed at the working flank of a profile

Математическое моделирование. С учетом сказанного, доминантное влияние на природоподобную соразмерность аэродинамических процессов на профилях рабочего колеса турбомашин и элементах крыла птицы с позиции формирования вихревой дорожки Кармана и как результат силового взаимодействия определяется независимыми параметрами: ρ – плотность воздуха; μ – динамическая вязкость воздуха; a – скорость звука; d – диаметр рабочего колеса; ω – угловая

скорость; Q – расход воздуха; W – расход источника; Γ – циркуляция; $\frac{d\Gamma}{dt}$ – циркуляция ускорения; Γ_b – циркуляция вихреисточника; P – давление; ΔP – потери давления.

В соответствии с теорией подобия уравнение, связывающее указанные независимые параметры, характеризующие аэродинамический процесс формирования энергетического взаимодействия потока воздуха с аэрогазодинамическими профилями лопаток рабочего колеса турбомашин и критерии подобия природной соразмерности, получим в виде безразмерной степенной зависимости [10, 12]:

$$K_a = c \rho^a \mu^b a^c d^e \omega^f Q^g W^h (\theta) \Gamma^3 \left(c \int_0^1 \frac{\partial \Gamma}{\partial S} d\bar{S} \right)^n \Gamma_b^k P^l \Delta P^m. \quad (2)$$

Размерность параметров корреляции с K_a получим посредством базовых размерных единиц:

$$[\rho] = ml^{-3}; [\mu] = ml^{-1}t^{-1}; [a] = lt^{-1}; [d] = l; [\omega] = t^{-1}; [Q] = l^3t^{-1} = [W(S)];$$

$$[\Gamma] = [\Gamma_b] = l^3t^{-1}; \left[c \int_s \frac{\partial \Gamma}{\partial S} dS \right] = l^2t^{-1}; [\Delta P] = [P] = ml^{-1}t^{-2}. \quad (3)$$

Матрицу показателей степеней базовых размерностей с учетом (3) получим в виде табл. 1.

Число безразмерных комплексов – индикаторов подобия – в соответствии с π -теоремой и с учетом табл. 1 определяем по формуле:

$$N = N_{\text{н.п.}} - N_{\text{б.р.}} = 12 - 3 = 9,$$

где $N_{\text{н.п.}}$ – количество независимых параметров; $N_{\text{б.р.}}$ – количество базовых размерностей.

Таблица 1. Матрица показателей степеней базовых размерностей
Table 1. Matrix of basic dimensions exponents

	ρ	μ	a	d	ω	Q	$W(S)$	Γ_b	P	ΔP	Γ	$c \int_s \frac{\partial \Gamma}{\partial S} dS$
m	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
l	-3	-1	1	1	0	3	3	2	-1	-1	2	2
t	0	-1	-1	0	-1	-1	-1	-1	-2	-2	-1	-2
	а	б	в	г	д	е	ж	з	и	к	л	м

С учетом табл. 1 получим систему уравнений для определения показателей степеней в уравнении (2):

$$\begin{cases} a + в + б + к = 0; \\ -3а - б + в + 2 + 3е + 3ж + 2з - и - к + \eta_{\text{л}} + \eta_{\text{м}} = 0; \\ -б + в - д - е - 2к - з - 2и + 2к + л - 2м = 0. \end{cases}$$

Решение системы уравнений дает матрицу индикаторов подобия (табл. 2).

Раскрывая матрицу индикаторов подобия (табл. 2) с учетом принятых в теории турбомашин соразмерностей, получим критерии подобия природной соразмерности турбомашин с аэрогазодинамическими профилями (лопаток их рабочих колес):

$$K_1 = \frac{\rho \omega d^2}{\mu} = \text{Re} \quad \text{– критерий Рейнольдса}; \quad K_2 = \frac{\omega d}{a} = M \quad \text{– критерий Маха};$$

$$K_3 = \frac{\Delta P}{\rho \omega^2 d^2} = \frac{Eu}{2} \quad \text{– критерий Эйлера}; \quad K_4 = \frac{W}{\omega d^3} = \frac{\pi}{4} q_{\text{т}} \quad \text{– коэффициент расхода}$$

источников в точке «т» на профиле; $K_5 = \frac{\Gamma_b}{\omega d^2} = \pi \gamma_{\text{в}} \quad \text{– коэффициент циркуляции}$

вихреисточника в ЗКТ; $K_6 = \frac{P}{\rho \omega^2 d^2} = \frac{\Psi}{2} \quad \text{– коэффициент давления};$

$K_7 = \frac{c \int_s \frac{\partial \Gamma}{\partial S} dS}{\omega d^2} = c \int_0^1 \frac{\partial \gamma}{\partial S} d\bar{S} = c \int_0^1 d\gamma_\tau$ – коэффициент циркуляции ускорения на профиле лопатки; $K_8 = \frac{\Gamma}{\omega d^2} = \pi \gamma$ – коэффициент циркуляции потока вокруг профиля; $K_9 = \frac{Q}{\omega d^3} = \frac{\pi}{4} q$ – коэффициент расхода турбомашин (4).

Таблица 2. Матрица индикаторов подобия
Table 2. Matrix of similarity indicators

	ρ	μ	a	d	ω	Q	$W(S)$	Γ_b	P	ΔP	Γ	$c \int_s \frac{\partial \Gamma}{\partial S} dS$
K_1	1	-1	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0
K_2	0	0	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
K_3	-1	0	0	-2	-2	0	0	0	0	1	0	0
K_4	0	0	0	-3	-1	0	1	0	0	0	0	0
K_5	0	0	0	-1	-2	0	0	1	0	0	0	0
K_6	-1	0	0	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0
K_7	0	0	0	-2	-1	0	0	0	0	0	1	1
K_8	0	0	0	-2	-1	0	0	0	0	0	1	0
K_9	0	0	0	-3	-1	1	0	0	0	0	0	0
	а	б	в	г	д	е	ж	з	и	к	л	м

С учетом (4) уравнение (2) представим в виде:

$$K_a = f(c, Re, M, Eu, q_\tau, \gamma_b, \psi, \gamma, q, dS, c \int_0^1 d\gamma_\tau).$$

Величину коэффициента c определяем из соотношения индикаторов подобия K_3 , K_7 и K_8 :

$$c = \frac{Eu}{2\gamma}. \quad (5)$$

С учетом (4), (5) предложенные критерии аэродинамической адаптивности получим в виде:

$$K_a^\pi = 1 - \frac{Eu}{\gamma} \frac{d\gamma_\tau}{\gamma_\tau};$$

$$K_a = 1 - \frac{Eu}{\gamma} \int_{\bar{S}_m}^1 \frac{\partial \gamma}{\partial \bar{S}} \gamma_\tau^{-1} d\bar{S};$$

$$K_a^q = 1 - \frac{Eu}{\gamma \Delta q} \int_{\bar{S}_m}^1 \frac{\partial \gamma}{\partial \bar{S}} \gamma_\tau^{-1} d\bar{S},$$

где $\bar{S}_m$ – координата точки на профиле, соответствующая переходу конфузрного течения потока в диффузорное $\frac{\partial \gamma}{\partial \bar{S}} = 0$:

$$d\gamma, \gamma = f(q_T \gamma, q).$$

Критерии аэродинамического подобия характеризуют адекватность аэродинамического процесса взаимодействия решетки профилей лопаток рабочего колеса турбомашин с воздухом, соответствующего процессам в живой природе, в частности полету птиц.

Математически это означает соответствие процессов преобразования энергии воздушного потока в рабочем колесе турбомашин и на крыле птицы, при котором потери циркуляции потока, определяемые циркуляцией ускорения в области диффузионного течения по отношению к величине циркуляции в окрестности соответствующих точек профилей принимают минимальное значение, т. е. $d\gamma / \gamma_T \rightarrow \min$.

Рис. 2. Зависимость коэффициента аэродинамического качества – гидродинамического аналога критерия адаптивного природоподобия решетки профилей лопаток турбомашин – от угла атаки:

1 – классический профиль; 2 – профиль с вихреисточником в задней критической точке (ЗКТ); 3 – профиль с распределенными источниками по профилю лопатки

Fig. 2. Dependence between the coefficient of aerodynamic quality, the hydrodynamic analog of the criterion of adaptive nature-similarity of turbomachine blades airfoil cascade – from the angle of attack:

1 – classical profile; 2 – profile with a vortex source in the back critical point BCP; 3 – profile with the sources spread along the blade airfoil

Оценка результатов. Для подтверждения достоверности предложенной гипотезы и полученных критериев природной соразмерности были проведены аэродинамические испытания решетки классических и «аэрогазодинамических профилей» с учетом того, что отношение циркуляции скорости и ускорения вокруг решетки профилей и расход воздуха являются гидродинамическими аналогами коэффициента аэродинамического качества профиля и угла атаки потока:

$$K = \frac{C_y}{C_x}; \quad K_a = 1 - \frac{2\gamma}{EuK},$$

где C_y , C_x , K – коэффициенты подъемной силы, профильного сопротивления

и аэродинамического качества решетки профилей лопаток рабочего колеса турбомашин соответственно [4–6].

Из анализа результатов испытаний, приведенных на рис. 2, видно, что наибольшей эффективностью управления коэффициентом аэродинамического качества и критерием аэродинамической адаптивности обладают «аэрогазодинамические профили» с устройствами управления в виде источников, распределенных на тыльной поверхности профиля в области отрицательного градиента его толщины и в ЗКТ.

Прирост минимальных значений коэффициента аэродинамического качества на границе области экономичной работы составил 6,1 раз, с 8 до 49, что соответствует приросту критерия аэродинамической адаптивности в 2,1, с 0,34 до 0,71. При равных значениях критерия аэродинамического качества 0,7 увеличение области экономичной работы составит 83 %.

Выводы. С использованием гипотезы о доминанте управления аэродинамической адаптивностью турбомашин получены критерии природоподобной соразмерности турбомашин.

Построена математическая модель зависимости критерия аэродинамической адаптивности с критериями подобия и показателем аэродинамического качества решетки «аэрогазодинамических профилей» рабочего колеса турбомашин.

Вихреисточники на выходной кромке профилей решетки лопаток и распределенный источник на выходном участке их тыльной поверхности повышают более чем в 2 раза адаптивность турбомашин, с 0,33 до 0,71, тем самым увеличивая более чем на 83 % область экономичной работы турбомашин.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Makarov V. N., Davydov D. Ya. Theoretical basis for increasing ventilation efficiency in technological processes at industrial enterprises // *Refractories and Industrial Ceramics*. 2015. Vol. 56. Iss. 1. P. 103–106. DOI: 10.1007/s11148-015-9791-7
2. Makarov N. V., Makarov V. N., Franyuk E. E. Development of mathematical model of circular grill of piece-smooth profiles and creation on its basis of gas-sucking fans. 2019. IOP Conf. Ser.: *Earth Environ. Sci.* 272 032075.
3. Wu D., Yin K., Yin Q., Zhang X., Cheng J., Ge D., Zhang P. Reverse circulation drilling method based on a supersonic nozzle for dust control // *Applied Sciences (Switzerland)*. 2017. T. 7. No. 1. P. 5–20. DOI: 10.3390/AP7010005
4. Макаров Н. В., Макаров В. Н., Лифанов А. В., Угольников А. В., Таугер В. М. Модификация вихревой теории круговых решеток турбомашин // *ГИАБ*. 2019. № 10. С. 206–214. DOI: 10.25018/0236-1493-2019-09-0-184-194
5. Способ повышения давления и экономичности лопастных турбомашин радиального типа: пат. 2543638 Рос. Федерация. № 2014108759/06; заявл. 06.03.2014; опубл. 10.03.2015. Бюл. № 7. 9 с.
6. Gostelow D. Zh. Aerodynamics of lattices of turbomachines. Moscow: Mir, 1987. 391 p.
7. Wang P. Multi-objective design of a transonic turbocharger compressor with reduced noise and increased efficiency. Ph. D. Thesis. UCL University, London, 2017, 213 p.
8. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
9. Torshizi S. A. M., Benisi A. H., Durali M. Numerical optimization and manufacturing of the impeller of a centrifugal compressor by variation of splitter blades // *ASME Turbo Expo 2016: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, Seoul, 13–17 June 2016. P. 1–7.
10. Torshizi S. A. M., Benisi A. H., Durali M. Multilevel optimization of the splitter blade profile in the impeller of a centrifugal compressor // *Scientia Iranica*. 2017. No. 24. P. 707–714.
11. Беников В. А. Теория подобия и моделирования применительно к задачам электроэнергетики. М.: Либроком, 2014. 439.
12. Mao Y. F. Numerical study of correlation between the surge of centrifugal compressor and the piping system. Ph.D. Thesis, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, 2016.

Поступила в редакцию 8 октября 2020 года

Сведения об авторах:

Макаров Владимир Николаевич – доктор технических наук, профессор кафедры горной механики Уральского государственного горного университета. E-mail: uk.intelnedra@gmail.com

Боярских Геннадий Алексеевич – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры эксплуатации горного оборудования Уральского государственного горного университета. E-mail: gmf.ego@u.mrsu.ru

Макаров Николай Владимирович – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой горной механики Уральского государственного горного университета. E-mail: mnikolay84@mail.ru
Дылдин Герман Петрович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры горной механики Уральского государственного горного университета. E-mail: german.dyldin@yandex.ru
Угольников Александр Владимирович – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой электротехники Уральского государственного горного университета. E-mail: ugolnikov@yandex.ru

DOI: 10.21440/0536-1028-2020-8-81-89

Turbomachine criteria for similarity of natural size proportionality

Vladimir N. Makarov¹, Gennadii A. Boiarskikh¹, Nikolai V. Makarov¹,
German P. Dyldin¹, Aleksandr V. Ugolnikov¹

¹ Ural State Mining University, Ekaterinburg, Russia.

Abstract

Introduction. It is possible to give rise to synergy as a result of science-intensive industries combination with innovative eco-technologies for subsoil use only by developing a brand new approach to nature-like auxiliary technologies. Insufficient adaptability of turbomachines that ensure industrial safety increases the production cost of the mining and oil and gas complexes of the Russian Federation by more than 15%, reducing its competitiveness.

Research methodology. Based on the hypothesis of the hydrodynamic analogy of the mechanisms of deceleration of the flow around the airfoil and the formation of its profile resistance, Karman's theory of attached and free vortices, the Zhukovsky-Chaplygin-Kutta hypothesis, the method of conformal transformations, the theory of similarity, the method of singular points by Chaplygin S. A., the criteria for the similarity of natural proportionality are obtained, that is, for the hydrodynamic similarity of the mechanism of energy interaction between the blades of the turbomachine impeller and the wing of a bird.

Results. It has been proved that the dominant control over the nature-like proportionality of the aerodynamics of turbomachines is the ratio between the speed and flow acceleration circulation around the airfoil. It has been established that the coefficients of the airfoil resistance, lift and aerodynamic quality of the airfoil cascade are hydrodynamic analogs of the coefficients of the circulation of the velocity and acceleration of the flow and their ratio.

Conclusions. It has been experimentally confirmed that the use of the proposed criterion of natural proportionality in the design of turbomachines increases their coefficient of aerodynamic adaptability by more than 2 times, increasing the area of economical operation by 83%.

Key words: turbomachine; nature-like proportionality; circulation of speed and acceleration, source, adaptability; airfoil cascade.

REFERENCES

1. Makarov V. N., Davydov D. Ya. Theoretical basis for increasing ventilation efficiency in technological processes at industrial enterprises. *Refractories and Industrial Ceramics*. 2015; 56 (1): 103–106. DOI: 10.1007/s11148-015-9791-7
2. Makarov N. V., Makarov V. N., Franyuk E. E. Development of mathematical model of circular grill of piece-smooth profiles and creation on its basis of gas-sucting fans. 2019. IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci. 272 032075.
3. Wu D., Yin K., Yin Q., Zhang X., Cheng J., Ge D., Zhang P. Reverse circulation drilling method based on a supersonic nozzle for dust control. *Applied Sciences (Switzerland)*. 2017; 7 (1): 5–20. DOI: 10.3390/APP7010005
4. Makarov N. V., Makarov V. N., Lifanov A. V., Ugol'nikov A. V., Tauger V. M. Modification of vortex theory for engineering aerodynamically stable circular gratings for turbo machines. *Gornyi informatsionno-analiticheskii biulleten (nauchno-tekhnicheskii zhurnal) = Mining Informational and Analytical Bulletin (scientific and technical journal)*. 2019; 10 : 206–214. DOI: 10.25018/0236-1493-2019-09-0-184-194
5. Kosarev N. P., Makarov N. V., Makarov V. N. *The method of increasing pressure and efficiency of blade turbomachines of radial type*. Patent RF no. 2543638; 2015. (In Russ.)
6. Gostelow D. Zh. *Aerodynamics of lattices of turbomachines*. Moscow: Mir Publishing; 1987. 391 p.
7. Wang P. *Multi-objective design of a transonic turbocharger compressor with reduced noise and increased efficiency*. Ph. D. Thesis. UCL University, London, 2017, 213 p.
8. Loitsianskii L. G. *Mechanics of fluids and gasses*. Moscow: Drofa Publishing; 2003. 840 c.
9. Torshizi S. A. M., Benisi A. H., Durali M. Numerical optimization and manufacturing of the impeller of a centrifugal compressor by variation of splitter blades. In: *ASME Turbo Expo 2016: Turbomachinery Technical Conference and Exposition, Seoul, 13–17 June 2016*. P. 1–7.
10. Torshizi S. A. M., Benisi A. H., Durali M. Multilevel optimization of the splitter blade profile in the impeller of a centrifugal compressor. *Scientia Iranica*. 2017; 24: 707–714.
11. Venikov V. A. *The theory of similarity and simulation as applied to the problems of electrical power engineering*. Moscow: Librokom Publishing; 2014. (In Russ.)

12. Mao Y. F. *Numerical study of correlation between the surge of centrifugal compressor and the piping system. Ph.D. Thesis*, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, 2016.

Received 8 October 2020

Information about authors:

Vladimir N. Makarov – DSc (Engineering), Associate Professor, Professor, Department of Mining Mechanics, Ural State Mining University. E-mail: uk.intelnedra@gmail.com

Gennadii A. Boiarskikh – DSc (Engineering), Professor, professor of the Department of Operation of Mining Equipment, Ural State Mining University. E-mail: gmf.ego@m.ursmu.ru

Nikolai V. Makarov – PhD (Engineering), Associate Professor, Head of the Department of Mining Mechanics, Ural State Mining University. E-mail: mnikolay84@mail.ru

German P. Dyldin – PhD (Engineering), Associate Professor, associate arofessor of the Department of Mining Mechanics, Ural State Mining University. E-mail: german.dyldin@yandex.ru

Aleksandr V. Ugolnikov – PhD (Engineering), Associate Professor, Head of the Department of Electrical Engineering, Ural State Mining University. E-mail: ugolnikov@yandex.ru

Для цитирования: Макаров В. Н., Боярских Г. А., Макаров Н. В., Дылдин Г. П., Угольников А. В. Критерии подобия природной соразмерности турбомашин // Известия вузов. Горный журнал. 2020. № 8. С. 81–89. DOI: 10.21440/0536-1028-2020-8-81-89

For citation: Makarov V. N., Boiarskikh G. A., Makarov N. V., Dyldin G. P., Ugolnikov A. V. Turbomachine criteria for similarity of natural size proportionality. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Gornyi zhurnal = News of the Higher Institutions. Mining Journal*. 2020; 8: 81–89 (In Russ.). DOI: 10.21440/0536-1028-2020-8-81-89