Трещина гидроразрыва в линейном поле напряжений

Миренков В. Е.¹

¹ Институт горного дела СО РАН, г. Новосибирск, Россия

e-mail: mirenkov@misd.ru

Реферат

Введение. Рассматривается вариант прямолинейной конечной трещины, моделируемой математическим разрезом в упругой плоскости.

Цель работы. Предлагается новая модель трещины, отличающаяся от существующих тем, что зона разрушения вблизи вершины ограничивается упругим материалом, окружающим эту зону до момента прорастания трещины. Процесс разрушения существенно нелинейный.

Методология. В основу модели положены натурные эксперименты по растяжению эталонного образца из материала пород, вмещающих трещину, имеющих характерные точки по напряжениям: предел пропорциональности, предел упругости, область пластичности и область в окрестности разрушающих напряжений.

Результаты. Рассмотрена задача для трещины как эксперимент по определению развития процесса деформирования с ростом давления в трещине. Корректного аналитического решения этой задачи нет. Задача гидроразрыва предполагает наличие исходного поля напряжений в массиве пород, которое используется при формулировке граничных условий.

Выводы. Рассматриваемая задача принадлежит к классу задач Коши, области счета которых содержат бесконечно удаленную точку. В работе предлагается корректная постановка задач теории трещин в рамках статического, кинематического и динамического аспектов.

Ключевые слова: трещина; массив пород; граничные условия; напряжения; смещения; корректность.

Введение. Известно много расчетов напряженно-деформированного состояния в окрестности трещины, моделируемой математическим разрезом. Приведем только некоторые из них [1–5]. Доказана их некорректность и нелинейность задачи в целом в [6]. В [2] определение напряженного состояния в окрестности очистной выработки сведено к известному решению для трещины. Попытка убрать бесконечные напряжения, имеющие место в вершинах трещины, предпринята в [2] введением в рассмотрение пластической области в призабойной части обрабатываемого пласта. Предполагалось, что напряжения в пластической области линейно убывают от значений на упруго-пластической границе до напряжений на забое, подтверждая известный экспериментальный факт о зоне опорного давления впереди забоя. Скачок нормальных напряжений на кромке пласта, неизбежный в такой ситуации, привел к логарифмической особенности при вычислении смещений. В основе механики разрушения и теории трещин лежит понятие коэффициента интенсивности напряжений, определяемого из некорректного решения для математического разреза. Продолжаются публикации работ [7–9], в которых вычисляются коэффициенты интенсивности напряжений и на их основе строится процесс разрушения пород. В последнее время много внимания уделяется рассмотрению трещин в пороупругой среде, что позволяет учесть влияние порового давления на поле напряжений [10], как считают авторы. Тем не менее все сводится к определению коэффициента интенсивности, т. е. к некорректному рассмотрению.

Хорошо известно [11–13], что при нагружении трещины происходит образование пор впереди трещины (доказанный экспериментально факт), но это не зна-

чит, что среда стала пороупругой. Зарождение и распространение трещин, учитывая предыдущий опыт, относится к числу таких проблем, актуальность которых не зависит от времени, что не позволяет поставить точку на проблеме. Прогресс в разработке все более тонких методов исследования микроструктуры материалов пород и механизма их разрушения протекает одновременно с ужесточением требований к условиям службы массива с трещиной. Кинетика накопления микродефектов в породе зависит от условий нагружения, размеров, структуры материала и т. п. Построение адекватной модели накопления микродефектов в породах – самостоятельная проблема, выходящая за рамки механики горных пород. Накопление таких микродефектов происходит преимущественно при растягивающих напряжениях и отсутствует при сжатии, когда материал пород деформируется как сплошной. В процессе деформирования образующиеся изолированные поры не растут и не взаимодействуют между собой до определенного значения их объемной концентрации. Прочность и долговечность остаются актуальными проблемами в разных областях знаний. Если рассматривать модели на основе микродефектов, то их реализация связана с необходимостью привлечения физических методов изучения структуры горных пород типа акустического, магнитного и др., а для практической реализации предложенной здесь модели достаточно использовать стандартные данные по основным механическим свойствам пород с дополнением этих данных значениями стандартных отклонений. Предсказать, что происходит в зоне нахождения пор без экспериментов не представляется возможным. На нынешнем уровне, к сожалению, невозможно выйти за рамки схематичного понимания вследствие недостатка экспериментальных данных и соответствующих теоретических разработок, в связи с этим в теории разрушения и теории трещин возникают проблемы.

Невесомый массив с трещиной. Остановимся на невесомом массиве пород с трещиной. Дополнительная задача, используемая при решении проблем механики, формулируется для невесомого массива. Будем считать в двумерном случае исходное поле напряжений в нетронутом массиве линейным, т. е.

$$\sigma_y = -\gamma(H - y); \quad \sigma_x = -\lambda\gamma(H - y), \quad (1)$$

где σ_y , σ_x – вертикальная и горизонтальная составляющие напряжений; γ – удельный вес; λ – коэффициент бокового распора; H – глубина от дневной поверхности до точки будущей выработки. Предполагая рассмотрение конечной прямолинейной трещины, отнесем величины, имеющие размерность напряжений, к напряжениям, расклинивающим разрез, а смещений – к половине длины трещины.

Методология. Предлагаемая в работе модель существенно опирается на соотношения линейной теории упругости и если не совпадает с ней, то только для того, чтобы, опираясь на эксперимент, сформулировать ее основные положения, объясняющие и описывающие реальный процесс достаточно достоверно. Если подать в трещину давление σ_0 , расклинивающее разрез (рис. 1), то берега разойдутся, и с ростом σ_0 наступит момент, когда $\sigma_0 = \sigma_{00}$ и произойдет прорастание трещины, т. е. разрыв материала пород, и длина увеличится на величину 2ϵ и станет равной $2 + 2\epsilon$. В отсутствие аналитического решения классический (статический) подход рассматривает возможность численного счета аналогично [3–5], что позволяет определить область влияния трещины в породах $y \geq 0$ и $y \leq 0$, т. е. перейти к кинематическому аспекту (учету собственного веса пород). Динамику процесса нагружения трещины свяжем с ее прорастанием, т. е. с увеличением исходной длины и определением направления распространения, которое обеспечивается как статическим и кинематическим аспектами, так и исходным

полем напряжений. Феноменологическая теория учета собственного веса пород, сформулированная в [14], позволяет учесть не только влияние веса на смещения берегов трещины, но и уточнить характеристики горного массива.

Для исследования механических свойств материала производят эксперименты на одноосное растяжение образцов с получением диаграммы, связывающей напряжения и деформации. Трещина – такой же агрегат, позволяющий разрушить целенаправленно, с образованием полости раздела в сплошной среде, способной в определенных условиях раскрываться и закрываться, что важно в приложениях. Существенным здесь будет то, что горные породы плохо сопротивляются растяжению. Для трещины разрушение растяжением является аналогом разрушения при одноосном растяжении образца, изготовленного из материала пород, взятого из окрестности вершины трещины. Другими словами, в эпюре напряжений в окрестности вершины трещины σ_y для $|x| \geq 1$ максимальное значение будет равно разрушающему напряжению при растяжении образцов пород, т. е.

$$\sigma_y = \sigma_3 \approx 0,1\sigma_{сж},$$

где σ_3 – разрывное напряжение при одноосном растяжении образца; $\sigma_{сж}$ – разрушающее напряжение при сжатии пород.

Рис. 1. Схема раскрытия трещины в невесомой плоскости при любом $\sigma_0 > 0$
Fig. 1. Schematic opening of fracture in weightless plane at any $\sigma_0 > 0$

Построение эпюры напряжений. Качественно эпюра *напряжения–деформации* (σ – ϵ) выглядит так, как на рис. 2. Возникает проблема поставить в соответствие эпюру σ – ϵ и области упругого, пластического и разрушаемого состояния одновременно для окрестности вершины трещины. Можно выделить напряжения и отвечающие им смещения, занимающие некоторые области, зафиксировав начало и конец этих областей. На рис. 2 выделено три области по значениям напряжений (их может быть больше, так обеспечивается возможность линейной аппроксимации отрезков диаграммы σ – ϵ). Учитывая, что эпюра нормальных напряжений впереди трещины имеет экстремальное значение $\sigma_{y\max}$ в точке $|x| = x_0 > 1$, и предполагая, что классическое решение [1, 2] совпадает с искомым для значений x , отвечающих пределу упругости пород, и имеет вид

$$\sigma_y = \frac{|x|}{\sqrt{x^2 - 1}} - 1, \quad (2)$$

будем считать, что классическое решение для трещины (2) совпадает с искомым решением на участке $x_1 \leq |x| < \infty$. Координата x_1 определяется из значения напряжений предела упругости, получаемого из рис. 2, подставим ее в выражение (2), т. е.

$$\sigma_1 = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 1}} - 1,$$

откуда

$$x_1 = \sqrt{\frac{(\sigma_1 + 1)^2}{(\sigma_1 + 1)^2 - 1}},$$

где учтено, что величина σ_1 отнесена к σ_0 , т. е. безразмерная. Примем, согласно [6], что в процессе деформирования вершины сместятся к центру трещины и займут положение $x = \pm \vartheta < 1$, т. е. участок $\vartheta \leq x \leq 1$ упругий, что подтверждается существованием максимального значения $\sigma_{y\max}$ в точке x_0 . Как показано в [6], отнесение σ_0 к деформированному контуру трещины определяет $\sigma_y = 0$ в вершинах, т. е. вертикальная составляющая σ_0 имеет вид

$$Y = - \frac{\sqrt{\vartheta^2 - x^2}}{\sqrt{\vartheta^2 + \left[((\kappa + 1)/4\mu)^2 - 1 \right] x^2}}, \quad (3)$$

где $\kappa = 3 - 4\nu$; $\mu = E[2(1 + \nu)]^{-1}$; ν – коэффициент Пуассона; E – модуль Юнга. Равнодействующая усилий (3) для $0 \leq x \leq \vartheta$ равна ϑ , как в классике, т. е. в обоих подходах напряжения σ_y на $0 \leq |x| \leq \vartheta$ различны при одинаковом главном векторе. При приближенном подходе к нелинейной проблеме будем ориентироваться на главный вектор.

Движение трещины остановится в точке x_0 , так что $x_0 - \vartheta = \varepsilon$. Если ε известно из эксперимента, то координата $x_0 = \vartheta + \varepsilon$. Дальнейшее построение стандартно для конкретного массива пород. Если ε неизвестно, определим x_0 в первом приближении как середину отрезка $x_1 - 1$, т. е. $x_0 = 0,5(x_1 - 1)$. На рис. 2 выделим три численных значения напряжений: предел пропорциональности σ_1 , среднее значение при нелинейном деформировании σ_2 , разрушающее напряжение при растяжении σ_3 . Перенесем эти напряжения на рис. 3. Разделим участки $x_0 \leq |x| \leq x_1$ и $1 \leq |x| \leq x_0$ на части пропорционально отношению $\varepsilon_1 \varepsilon_2$ к $\varepsilon_2 \varepsilon_3$ (рис. 2) и согласно этому делению получим на рис. 3 точки, обозначенные крестиками. Линейная аппроксимация приводит к эпюре напряжений $\sigma_y(x)$ для $\vartheta \leq |x| \leq x_1$ (рис. 3). Необходимо иметь экспериментальные данные по величине ε в натурных условиях, что определяет пору перед вершиной трещины, из которой начинается разрушение в направлении вершины; верно и обратное – знание координаты поры определяет ε .

Очевидно, что наибольшее напряжение $\sigma_y(x)$ возникает на левой границе поры, и разрушение может начаться только здесь, в одной точке, и двинуться в направ-

Рис. 2. Схематическая диаграмма напряжения–деформации (σ – ε) при одноосном растяжении пород

Fig. 2. Diagram of stresses and strains (σ – ε) under uniaxial tension of rocks

лении вершины трещины. Здесь учтено, что $\sigma_{\text{уmax}}$ с ростом давления в трещине образует пору и при достижении значения σ_3 приводит к динамическому развитию разрушения образованного таким образом целика $\sigma \leq |x| \leq x_0$. Рис. 3 характеризует процесс подготовки к прорастанию трещины (статика) без учета исходного поля напряжений пород. Распространение трещины в динамическом режиме требует повышения растягивающих напряжений до величины σ_3 на участке $\sigma \leq |x| \leq x_0$, являющейся наименьшей из необходимых затрат давления на разрушение «целиков» $\sigma \leq |x| \leq x_0$, другие процессы, сопровождающие динамику, не учитываются. Добавка растяжения на участке $\sigma \leq |x| \leq x_0$ легко вычисляется по эпюре рис. 3. Очевидно, что и напряжение в трещине должно возрасти на соответствующую величину. Если идти обратно, имеем напряжение в трещине, достигающей предельной величины для обеспечения динамического разрушения (прорастания) на величину 2ε , когда напряжение падает до величины, определяемой эпюрой рис. 3, длина трещины уже новая и требует нового расчета эпюры и нового прорастания. По существу, нет динамики как таковой, а есть напряженное состояние в трещине на конец динамического движения (обеспечивающее прорастание), которое вычисляется из состояния, имеющего место до начала динамики (рис. 3).

Рис. 3. Эпюра напряжений σ при $|x| \geq 1$
Fig. 3. Diagram of stresses σ at $|x| \geq 1$

Посчитав главный вектор растягивающих напряжений, представленных на рис. 3, получим соответствующие значения, характеризующие давление в трещине. Если начать уменьшать давление в трещине, то очевидно, что эпюра на рис. 3 станет убывать пропорционально убыванию давления в трещине. Сразу построить эпюру напряжений, аналогичную рис. 3, для малых давлений в трещине нельзя, так как предлагаемая модель основана на испытаниях на растяжение до разрушения образцов из материала пород, содержащего трещину, и только потом эпюру можно пропорционально уменьшать. По существу, решается дополнительная задача, при этом возможность нагружения трещины ограничена величиной σ_{00} , т. е. начнется динамика и прорастание. Разрез в невесомой плоскости раскрывается сразу, как бы мало не было $\sigma_0 > 0$.

Весомый массив пород с трещиной. В рамках классического подхода [1–5] численно рассчитывается напряженное состояние около трещины и подбирается теория, позволяющая определить ε – величину раскрытия трещины. В работе [6]

обсуждалось классическое решение для плоскости, ослабленной конечным прямолинейным разрезом, моделирующим трещину. Показана некорректность этого решения. Так как аналитического решения такой задачи нет, то придется обратиться к предлагаемой модели, реализуемой на рис. 3. Считаем, что трещина находится в поле силы тяжести пород (1). Область счета такой задачи содержит бесконечно удаленную точку и поэтому проблема попадает в класс задач Коши. Сжимающие усилия на берегах разреза в исходном состоянии

$$\sigma_y = \sigma_0 = \text{const},$$

где σ_0 определяется из (1) при $y = 0$ и стоит задача раскрыть разрез. Предположим, что в трещину подали давление $\sigma_y = |\sigma_{10}| < |\sigma_0|$. Решаем дополнительную задачу для невесомого массива, сформулировав на трещине граничные условия в виде

$$\sigma_y = \sigma_{10}, \quad (4)$$

расклинивающих разрез. Посчитали напряженно-деформированное состояние, затухающее на бесконечности. Если на исходное поле напряжений наложить решение (4), то на разрезе останутся напряжения, закрывающие разрез:

$$\sigma_y = -\sigma_0 + \sigma_{10},$$

т. е. разрез не раскрылся.

Рис. 4. Схема действия сжимающих напряжений нетронутого массива γH и давление в трещине $\sigma_0 = \gamma H$

Fig. 4. Compressive stresses γH in intact rock mass and the fracture pressure $\sigma_0 = \gamma H$

Рассмотрим, что же происходит в массиве по существу. При возрастании граничных условий от нуля до (7) параллельно действуют такие же усилия по модулю, закрывающие разрез, т. е. изменение напряженно-деформированного состояния равно нулю. Аналогичную ситуацию демонстрирует рис. 4. Пока $|\sigma_{10}| \leq |\sigma_0|$, дополнительные решения нейтрализуются полностью, вплоть до случая их равенства. Если же

$$|\sigma_{10}| - |\sigma_0| = |\sigma_{20}| > 0,$$

то дополнительная задача формулируется на разрезе в виде

$$\sigma_y = \sigma_{20}.$$

Решение дополнительной задачи для невесомого массива (рис. 1) складывается с исходным полем напряжений (1), которому отвечают нулевые смещения всюду в породах.

Если конечная прямолинейная трещина расположена горизонтально в линейном поле (1), то для ее раскрытия необходимо приложить усилия

$$\sigma_0 = \gamma H + \sigma_{10}, \quad (5)$$

где σ_{10} – напряжения раскрытия трещины. Если граничные условия сформулированы в виде (5), то решение дополнительной задачи некорректно и расчет напряженно-деформированного состояния около разреза производить нельзя, так как поле смещений в результате будет отличаться от действительных смещений.

Рассмотрим процесс прорастания (увеличения длины) трещины при нагружении. Приложим на контуре разреза в массиве горных пород, сжатом усилиями γH (рис. 1), расклинивающие напряжения $\sigma_0 = \gamma H$. Получим равновесное состояние по смещениям, которые всюду тождественно равны нулю (если считать, что в массиве без ослабления смещения нулевые). На разрезе граничные условия в напряжениях нулевые. Для корректного решения проблемы (5) необходимо перейти к дополнительной задаче, когда на контуре трещины действуют только усилия σ_{10} , вызывающие раскрытие берегов. Увеличение σ_{10} приводит к ситуации, когда происходит разрушение материала пород в окрестности вершин разрывом, т. е. прорастание трещины при условии $\sigma_{10} \leq \sigma_{00}$. Этот случай без учета исходного поля рассмотрен ранее. Если же необходимо учитывать исходное поле напряжений при прорастании трещины на величину 2ε , то на реализацию динамического разрушения, согласно рис. 4, необходимо увеличить давление в разрезе на величину

$$2\varepsilon(\sigma_3 + \gamma H), \quad (6)$$

являющуюся минимальной. Первое слагаемое (6) позволяет разорвать породы на участках 2ε , и на этих же участках второе слагаемое определяет нейтрализацию исходного поля напряжений γH .

Таким образом, доказано, что при численном вычислении напряженно-деформированного состояния около трещины собственный вес пород не учитывается. Необходимо рассматривать дополнительную задачу, которая позволяет определить область влияния трещины в полуплоскостях $y \geq 0$ и $y \leq 0$ (рис. 1), найти смещения от собственного веса пород и уточнить исходное значение γH . В общем случае считаем, что на оси x имеет место сжатие пород усилиями σ_0 и растяжение напряжений σ_y на протяжении трещины, но тогда обязательно есть точка $x = \varepsilon$, где $\sigma_y(\varepsilon) = 0$. Интуитивно ясно, что при нагружении трещины усилиями σ_0 вершины сместятся навстречу друг другу, т. е. они выйдут из-под нагрузки (другого места для $|x| = \varepsilon$ придумать нельзя), и в окрестности $x = \varepsilon$ напряжения будут упругими до разрушения. Все решения о напряженно-деформированном состоянии около трещины, не использующие решение дополнительной задачи, некорректны. Для раскрытой трещины имеет смысл действие собственного веса пород. Любые сколь угодно малые напряжения, расклинивающие разрез, приводят к необходимости учета веса пород. Существенно, что при малых σ_0 область влияния трещины мала и соответственно малы и смещения от собственного веса.

Выводы. Рассмотрена конечная прямолинейная трещина в невесомом массиве пород (представляющая корректную дополнительную задачу в общем случае весомого массива) и процесс подготовки к ее прорастанию (разрушению). Сформулирована проблема расчета напряженно-деформированного состояния около

трещины в весомом горном массиве через решение дополнительной задачи, обеспечивающей существование, единственность и корректность формулировки. Предложена схема решения задачи о напряженном состоянии массива пород в окрестности трещины в нелинейной постановке теории упругости, в основу которой положен результат одноосного растяжения образца пород, вмещающих трещину. Реализация схемы возможна в линейной постановке.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-05-00533).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Fabrikant V. I. Relationship between contact and crack problems for generally anisotropic bodies // Int. J. Eng. Sci. 2016. Vol. 102. P. 27–35.
2. Баренблатт Г. И., Христианович С. А. Об обрушении кровли при горных выработках // Известия АН СССР. ОН. 1955. № 11. С. 73–86.
3. Pan E., Chen W. Static Green's functions in anisotropic media. Cambridge: Cambridge Univ. Press., 2015. 356 p.
4. Cresse O., Weng X., et al. Numerical modeling of hydraulic fractures interaction in complex naturally fractured formations // Rock Mechanics and Rock Engineering. 2013. Vol. 46. No. 4. P. 117–128.
5. Crosby D. G., Rahman M. M. Single and multiple transverse fracture initiation from horizontal wells // J. of Petroleum Science and Engineering. 2002. Vol. 35. No. 3–4. P. 29–36.
6. Миренков В. Е. О некоторых задачах геомеханики // ФТПРПИ. 2018. № 3. С. 3–9.
7. Жорник А. И., Киричек В. А. Распространение трещины при кратковременном силовом воздействии // Известия РАН МТТ. 2018. № 6. С. 78–87.
8. Жуков Б. А. Асимптотический анализ плоского деформированного состояния, порожденного трещиной конечного продольного сдвига // Известия РАН МТТ. 2018. № 6. С. 118–127.
9. Salimzadeh S., Khalili N. A three-phase XFEM model for hydraulic fracturing with cohesive crack propagation // Computers and Geotechnics. 2015. Vol. 69. P. 82–92.
10. Курленя М. В., Миренков В. Е. Феноменологическая модель деформирования горных пород вокруг выработок // ФТПРПИ. 2018. № 2. С. 3–9.
11. Азаров А. В., Курленя М. В., Сердюков С. В., Патутин А. В. Особенности развития трещин гидроразрыва вблизи свободной поверхности в изотропной пороупругой среде // ФТПРПИ. 2019. № 1. С. 3–11.
12. Смит Е., Кук Т., Рай К. Локализация пластического течения и трещиностойкость высокопрочных материалов // Механика разрушения. Разрушение конструкций. М.: Мир, 1980. Т. 20. С. 121–147.
13. Васильев А. Д., Моисеев В. Ф., Трефилов В. И. Фрактографические особенности хрупкого разрушения дисперсно-упрочненных материалов // Физика хрупкого разрушения: тр. 3-й Всесоюз. конф. Киев, 1976. Ч. 1. С. 109–112.
14. Красовский А. Я., Надеждин Г. И. О физическом смысле температуры хрупкости // Физика хрупкого разрушения: тр. 3-й Всесоюз. конф. Киев, 1976. Ч. 1. С. 50–55.

Поступила в редакцию 3 декабря 2019 года

Сведения об авторах:

Миренков Валерий Егорович – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник Института горного дела СО РАН. E-mail: mirenkov@misd.ru

DOI: 10.21440/0536-1028-2020-4-12-20

Hydraulic fracture in the nonlinear stress field

Valerii E. Mirenkov¹

¹ Institute of Mining SB RAS, Novosibirsk, Russia.

Abstract

Introduction. The article considers a variant of a straight finite fracture modeled by a mathematical cut in the elastic plane.

Aim. The new model proposed differs from the existing models by the damage zone bounded by the elastic material at the fracture tip up to the moment of the fracture growth. The process of fracturing is essentially nonlinear.

Methodology. The model is based on the full-scale tension experiments with a reference sample of rocks enclosing a fracture and having the characteristic stress points, namely, proportionality limit, elasticity limit, plasticity domain and the domain in the vicinity of destructive stresses.

Results. The problem with fracture is considered as an experiment to determine deformation with growing pressure in the fracture. The problem has no correct analytical solution. The problem on hydrofracture

assumes the presence of the initial stress field in rock mass, which is essentially used in formulation of boundary conditions.

Conclusions. All such problems belong to the class of Cauchy's problems with an infinitely distant point in the computational domain. This article proposes the correct formulation of the fracture theory problem in the static, kinematic and dynamic framework.

Key words: fracture; rock mass; boundary conditions; stresses; displacements; correctness.

Acknowledgements. The research has been financially supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 18-05-00533).

REFERENCES

1. Fabrikant V. I. Relationship between contact and crack problems for generally anisotropic bodies. *Int. J. Eng. Sci.* 2016; 102: 27–35.
2. Barenblatt G. I., Khristianovich S. A. Roof falls in mines. *Izvestiia AN SSSR. OTN = Bulletin of the Academy of Sciences of the USSR. Department of Technical Sciences.* 1955; 1: 73–86. (In Russ.)
3. Pan E., Chen W. Static Green's functions in anisotropic media. Cambridge University Press; 2015.
4. Cresses O., Weng X., et al. Numerical modeling of hydraulic fractures interaction in complex naturally fractured formations. *Rock Mechanics and Rock Engineering.* 2013; 46 (4): 117–128.
5. Crosby D. G., Rahman M. M. Single and multiple transverse fracture initiation from horizontal wells. *J. of Petroleum Science and Engineering.* 2002; 35 (3–4): 29–36.
6. Mirenkov V. E. Ill-posed problems of geomechanics. *Fiziko-tekhnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh = Journal of Mining Science.* 2018; 54 (3): 361–367. (In Russ.)
7. Zhornik A. I., Kirichek V. A. Crack propagation under the pulsed loads. *Izvestiia RAN MTT = Mechanics of Solids.* 2018; 53 (6): 664–674. (In Russ.)
8. Zhukov B. A. Asymptotic analysis of the plane strain state generated by a finite longitudinal shear crack. *Izvestiia RAN MTT = Mechanics of Solids.* 2018. Vol. 53. No. 6. pp. 698–706. (In Russ.)
9. Salimzadeh S., Khalili N. A three-phase XFEM model for hydraulic fracturing with cohesive crack propagation. *Computers and Geotechnics.* 2015; 69: 82–92.
10. Kurlenia M. V., Mirenkov V. E. Phenomenological model of rock deformation around mine workings. *Fiziko-tekhnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh = Journal of Mining Science.* 2018; 54 (2): 181–186. (In Russ.)
11. Azarov A. V., Kurlenia M. V., Serdiukov S. V., Patutin A. V. Features of hydraulic fracturing propagation near free surface in isotropic poroelastic medium. *Fiziko-tekhnicheskie problemy razrabotki poleznykh iskopaemykh = Journal of Mining Science.* 2019; 55 (1): 1–8. (In Russ.)
12. Smith E., Cook T. S., Rau C. A. Flow localization and fracture toughness of high strength materials. In: *Fracture mechanics. Structural damage.* Moscow: Mir Publishing; 1980. p. 121–147. (In Russ.)
13. Vasiliev A. D., Moiseev V. F., Trefilov V. I. Fractographic features of brittle fracture of disperse reinforced materials. In: *Physics of Brittle Fracture: III All-Union Conference Proceedings.* Kiev: 1976. Part I. p. 109–112. (In Russ.)
14. Krasovskii A. Ia., Nadezhdin G. I. Physical sense of brittleness temperature. In: *Physics of Brittle Fracture: III All-Union Conference Proceedings.* Kiev: 1976. Part I. p. 50–55. (In Russ.)

Received 3 December 2019

Information about authors:

Valerii E. Mirenkov – DSc (Engineering), Professor, senior researcher, Institute of Mining SB RAS. E-mail: mirenkov@misd.ru

Для цитирования: Миренков В. Е. Трещина гидроразрыва в линейном поле напряжений // Известия вузов. Горный журнал. 2020. № 4. С. 12–20. DOI: 10.21440/0536-1028-2020-4-12-20
For citation: Mirenkov V. E. Hydraulic fracture in the nonlinear stress field. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Gornyi zhurnal = News of the Higher Institutions. Mining Journal.* 2020; 4: 12–20 (In Russ.). DOI: 10.21440/0536-1028-2020-4-12-20