УДК 621.396.41

В.Н. Давыдов, С.В. Харитонов

Математическая модель шума в поликристаллическом n -CdSe

На основе анализа экспериментальных зависимостей дисперсии шума полупроводникового фоторезистора от напряжения смещения и мощности засветки построено математическое выражение, описывающее шумовое напряжение на поликристаллическом n -CdSe, справедливое в широком диапазоне смещений и мощностей засветки. Показано, что шумовые свойства n -CdSe могут быть интерпретированы как результат сложения дисперсий флуктуаций ЭДС двух независимых источников флуктуаций, параметры которых меняются линейно с ростом напряжения смещения и по модифицированному закону Гаусса в зависимости от мощности засветки. Дана физическая интерпретация построенной модели.

Ключевые слова: математическая модель, шум, модифицированное распределение Гаусса, фоновая засветка.

doi: 10.21293/1818-0442-2017-20-1-53-56

Исследование шумовых свойств полупроводниковых приборов представляет интерес как в плане прикладных исследований, так и в познании фундаментальных свойств полупроводников и полупроводниковых приборов в различных условиях. В первом случае измерение зависимости напряжения шума при различных условиях измерений позволяет определить области этих параметров, где шумовое напряжение может быть минимизировано. Другим практическим приложением исследования шумов полупроводниковых приборов является возможность прогнозирования их деградационных свойств для повышения надежности приборов электронной техники. Применение шумовых методов для изучения фундаментальных свойств полупроводников дает преимущество перед другими методами, поскольку шумовые свойства определяются процессами перезарядки примесно-дефектных состояний (ПДС) или рекомбинации на них носителей заряда. Данные исследования позволяют не только глубже понять механизмы структурной перестройки, но и приблизить решение проблемы допорогового дефектообразования в твердых телах [1–4].

В работах [5, 6] экспериментально исследован минимум шумового напряжения фоторезистора на основе поликристаллического n -CdSe при определенных значениях напряжения смещения и мощности немодулированной фоновой засветки. Как показали исследования, данная особенность шума фоторезистора не может быть объяснена в рамках классических представлений о механизмах возникновения шумов в полупроводниках [7–9]. В частности, немонокотное распределение ПДС по запрещенной зоне полупроводника на границах кристаллитов n -CdSe дает насыщающееся шумовое напряжение.

Одним из методологических приемов изучения нового свойства физического объекта является построение математической модели этого свойства. При этом математическая модель строится на основе экспериментальных данных. В качестве аппроксимационных функций используют функции, описывающие известные механизмы взаимодействия носителей заряда с примесными состояниями, транспорта носителей к месту их регистрации и т.д.

Целью данной работы является построение математической модели напряжения шума примесно-дефектного полупроводника, включающей как традиционные свойства шумов в твердых телах, так и свойства с немонотонным характером их поведения.

Исходные положения модели

В качестве исходных данных о поведении минимума напряжения шума $U_{\text{ш}}$ от напряжения смещения на фоторезисторе V и мощности его фоновой засветки $P_{\text{ф}}$ в соответствии с результатами работы [10] будем представлять суммарный шум фоторезистора как сумму напряжений шумов от двух источников $U_{\text{ш}}^{(1)}(V, P_{\text{ф}})$ и $U_{\text{ш}}^{(2)}(V, P_{\text{ф}})$:

$$U_{\text{ш}}(V, P_{\text{ф}}) = \sqrt{U_{\text{ш}}^{(0)2} + \left[U_{\text{ш}}^{(1)}(V, P_{\text{ф}})^2 + U_{\text{ш}}^{(2)}(V, P_{\text{ф}})^2 \right] \cdot (1 - \alpha \cdot P_{\text{ф}})^2} \cdot (1) \quad (1)$$

В выражении (1) слагаемое $U_{\text{ш}}^{(0)}$ описывает шум измерительного тракта. Множитель второго слагаемого $(1 - \alpha \cdot P_{\text{ф}})$ описывает снижение уровня шума, вызванное изменением параметров входной цепи измерителя шума при действии засветки. На рис. 1 показана типичная зависимость спектральной плотности шума полупроводника, измеренная при мощности фоновой засветки $P_{\text{ф}} = 4$ отн. ед., а также аппроксимация этой зависимости двумя прямыми линиями $U_{\text{ш}}^{(1)}(V)$, $U_{\text{ш}}^{(2)}(V)$ с разными наклонами:

$$U_{\text{ш}}^{(1)}(V, P_{\text{ф}}) = a_1 - k_1(P_{\text{ф}}) \cdot V, \quad U_{\text{ш}}^{(2)}(V, P_{\text{ф}}) = a_2 + k_2(P_{\text{ф}}) \cdot V. \quad (2)$$

Здесь параметры прямых k_1 , k_2 , a_1 , a_2 зависят только от $P_{\text{ф}}$. Как будет показано ниже, их зависимости от мощности засветки довольно сложные. Координата точки пересечения шумовых зависимостей первого и второго типа [10]

$$V_0(P_{\text{ф}}) = (a_1 - a_2) / [k_2(P_{\text{ф}}) + k_1(P_{\text{ф}})]. \quad (3)$$

Как следует из рис. 2, зависимости $V_0(P_{\text{ф}})$ и $\Delta U_{\text{ш}}(P_{\text{ф}})$ имеют экстремальный характер и могут быть описаны функцией Гаусса. Зависимость $\Delta V_0(P_{\text{ф}})$ подобна функции, обратной к функции Гаусса.

Рис. 1. Схема формирования шума в поликристаллическом n -CdSe. На вставке – схема измерения шума и условия засветки

Рис. 2. Зависимости параметров минимума шума от мощности фоновой засветки. Кривая 1 – зависимость $V_0(P_\phi)$; кривая 2 – $\Delta V_0(P_\phi)$; кривая 3 – $\Delta U_{sh}(P_\phi)$

Заметим, что природа шума $U_{sh}^{(2)}(V, P_\phi)$ исследована в [9], где получено аналитическое выражение для шумового напряжения для малых мощностей засветки. Происхождение шума $U_{sh}^{(1)}(V, P_\phi)$ неизвестно, построением математической модели делается попытка дать ему математическое описание, на основании которого можно будет судить о физической природе первого типа шума.

Содержание модели

Для нахождения функциональной зависимости указанных параметров от мощности засветки используем экспериментально полученные зависимости шума от напряжения смещения при различных значениях P_ϕ . На рис. 2 приведены зависимости параметров минимума шума от мощности, определение которых показано на вставке рис. 2 [5, 6]. Из рисунка следует, что параметры шума $\Delta V_0(P_\phi)$ и $\Delta U_{sh}(P_\phi)$ имеют резкий экстремум с асимметрией его левого и правого скатов. Подобный ход кривых может быть описан с помощью известных распределений: распределения Планка, логнормального распределения, распределения Хи-квадрат, распределения Фишера-Снедекора [10] и др. Поскольку одним из критериев выбора функции является его физическое содержание, за основу составления выражений для кривых рис. 2 нами взята функция Гаусса $G(P_\phi) = \exp[-(P_\phi - P_0)^2 / \sigma_\phi]$. Для получения асимметричного (модифицированного) распределения Гаусса $G_m(P_\phi)$ дополним функцию Гаусса функцией-

ей-модификатором $m(P_\phi)$. Объединение этих функций в единую функцию проведем по алгоритму, предложенному в [11]. Тогда получим:

$$G_m(P_\phi) = f(P_\phi) \cdot b_{01} \cdot G(P_\phi) + [1 - f(P_\phi)] \cdot b_{02} \cdot m(P_\phi), \quad (4)$$

$$m(P_\phi) = 1 / \left[1 + a_m (P_\phi - P_0)^2 \right], \quad (5)$$

Функция Ферми для сшивания кривых такова:

$$f(P_\phi) = \left[1 + \exp[(P_\phi - P_0) / \sigma_\phi] \right]^{-1}. \quad (6)$$

В отличие от первых двух зависимостей рис. 2 экспериментальная зависимость $\Delta V_0(P_\phi)$ имеет вид плавно падающей зависимости с ростом мощности засветки от бесконечно большого значения при $V = 0$ В до малого вблизи значения $P_\phi = 10$ отн. ед.

Для получения численных значений введенных выше параметров математической модели нами построены зависимости k_1 , k_2 , a_1 , a_2 от мощности фоновой засветки путем сравнения аналитических выражений с зависимостями этих параметров, построенными нами из экспериментальных кривых $U_{sh}(V)$, измеренных при значениях мощности фона от $P_\phi = 1 - 10$ отн. ед. с шагом $\Delta P_\phi = 1$ отн. ед. Полученные таким образом экспериментальные зависимости k_1 , k_2 , a_1 , a_2 от P_ϕ приведены на рис. 3, а–в. Из рис. 3 следует, что указанные зависимости могут быть описаны следующими математическими выражениями:

$$k_1(P_\phi) = k_{01} + G_m(P_\phi); \quad k_2(P_\phi) = k_{02} - G_m(P_\phi),$$

$$a_1(P_\phi) = a_{01} + G_m(P_\phi); \quad a_2(P_\phi) = a_{02} - G_m(P_\phi). \quad (7)$$

Входящие в данные выражения коэффициенты определены из условия совпадения расчетных зависимостей шума с экспериментальными зависимостями. При этом показано, что наилучшее совпадение экспериментальных и расчетных зависимостей достигается в узком диапазоне параметров расчета.

Численные значения указанных выше параметров приведены в таблице. Рассматривая ее, можно заметить, что параметр уширения функции Ферми σ_ϕ для всех зависимостей имеет одинаковое значение, равное 0,3. Дисперсия функции Гаусса σ_m для тангенсов наклона первого и второго механизмов шума одинакова и равна 2,0, а для начальных значений этих типов шумов, она равна 5,0. Коэффициент участия функции Гаусса в формировании модифицированной функции для исследуемого механизма шума b_{01} оказался равным 0,64, тогда как для второго механизма шума он равен 1,00, а для начальных значений он равен 8,00. Коэффициент участия функции модификатора в формировании модифицированной функции Гаусса b_{02} для всех рассматриваемых зависимостей принимает различные значения от 0,7 до 5,0. Константа функции-модификатора также равна для тангенса углов наклона первого механизма $a_m = 0,40$, а для второго механизма и для начальных значений шумов эта константа равна 0,01. Начальные значения кривых тангенса угла наклона, и начальных значений шумов принимают различные значения, находящиеся в интервале от 0,00 до 6,00.

Рис. 3. Экспериментальные (пунктирные) и аппроксимационные (сплошные кривые) зависимости от мощности засветки: a – тангенса угла наклона падающего участка полевой зависимости шума; b – тангенса угла наклона нарастающего участка полевой зависимости шума; c – начальных значений падающего – a_1 и нарастающего – a_2 участков шума

Рис. 4. Зависимости напряжений суммарного шума от смещения при различных мощностях фоновой засветки – a ; расчетные зависимости параметров минимума шума от мощности фоновой засветки – b .
Кривая 1 – зависимость $V_0(P_\Phi)$; кривая 2 – $\Delta V_0(P_\Phi)$; кривая 3 – $\Delta U_\Phi(P_\Phi)$

Численные значения параметров модели

$k_1(P_\Phi)$	$k_2(P_\Phi)$	$a_1(P_\Phi)$	$a_2(P_\Phi)$
$b_{01} = 0,64$	$b_{01} = 1,00$	$b_{01} = 8,00$	$b_{01} = 8,00$
$b_{02} = 0,8$	$b_{02} = 0,7$	$b_{02} = 3,0$	$b_{02} = 5,0$
$\sigma_m = 2,0$	$\sigma_m = 2,0$	$\sigma_m = 5,0$	$\sigma_m = 5,0$
$\sigma_\Phi = 0,3$	$\sigma_\Phi = 0,3$	$\sigma_\Phi = 0,3$	$\sigma_\Phi = 0,3$
$a_m = 0,40$	$a_m = 0,01$	$a_m = 0,01$	$a_m = 0,01$
$k_{01} = 0,02$	$k_{02} = 1,00$	$a_{01} = 0,00$	$a_{02} = 6,00$

Подставляя найденные численные значения параметров в аппроксимационные выражения для напряжений шума $U_\Phi^{(1)}(V, P_\Phi)$ и $U_\Phi^{(2)}(V, P_\Phi)$ по (1)–(6), найдем зависимости напряжений суммарного шума от смещения и мощности засветки. На рис. 4, a показаны расчетные зависимости напряжения шума фоторезистора от смещения на нем от 0 до 10 В, где в качестве параметра выступает мощность засветки $P_\Phi = 0, P_\Phi = 4, P_\Phi = 8$ отн. ед. Как следует из рисунка, полученные зависимости достаточно точно описывают экспериментально измеренные зависимости шумового напряжения от смещения, включая эффект возникновения минимума шума в диапазоне напряжений 2–6 В и мощности засветки 1–8 отн. ед.

Физическая интерпретация модели

Целью построения математической модели является её использование для выработки рабочей гипотезы относительно механизма возникновения минимума шума в полупроводниковом приборе. Согласно построенной модели в определенных условиях измерения шум прибора может содержать допол-

нительную компоненту $U_\Phi^{(1)}(V, P_\Phi)$, величина которой линейно убывает с ростом прикладываемого смещения. В настоящее время в классической теории шумов [1] отсутствуют данные, которые могли бы указать на физические причины возникновения шума подобного рода.

Заметим, что оба слагаемых в выражении для $U_\Phi^{(1)}(V, P_\Phi)$ пропорциональны функции Гаусса, в которой независимой переменной является мощность засветки (число генерируемых носителей заряда). Это обстоятельство можно интерпретировать следующим образом: в основе возникновения этой компоненты шума лежат флуктуации числа неравновесных электронно-дырочных пар, генерируемых фоновой засветкой. Асимметрия модифицированной функции Гаусса указывает на сверхлинейное возрастание амплитуды флуктуаций числа генерируемых электронно-дырочных пар, если мощность фоновой засветки превышает оптимальную величину P_0 . Обратная квадратичная зависимость функции-модификатора от мощности засветки свидетельствует об участии в формировании $U_\Phi^{(1)}(V, P_\Phi)$ не одной, а двух неравновесных дырок (подобно Оже-рекомбинации в полупроводниках).

Другая возможная причина возникновения минимума на зависимости шума от напряжения допускается, если в процессе рекомбинации носителей заряда задействован процесс, имеющий резонанс-

ный характер от напряжения, таковым может быть только резонансное туннелирование носителей заряда между зоной проводимости и валентной зоной проводника через энергетический уровень, расположенный в запрещенной зоне. В качестве уровня резонансного туннелирования может выступать, например, какой-либо уровень из спектра примесно-дефектных состояний, описывающего деструкцию на межкуристаллических барьерах.

Выводы

В работе предложена модель формирования шума в поликристаллическом полупроводниковом материале, основанная на совместном и независимом действии двух типов шумов, линейно зависящих от напряжения смещения, но их зависимость от мощности засветки имеет экстремальный характер.

Составлено аналитическое выражение, описывающее совместное действие указанных типов шумов. Из экспериментальных кривых построены графики зависимостей параметров прямых линий от мощности засветки, по которым составлены их аналитические зависимости, а затем вычислены численные значения характеристических параметров шумов первого и второго рода.

Сравнение экспериментальных и теоретических зависимостей шума полупроводника от напряжения смещения и мощности фоновой засветки, рассчитанных по математической модели, показало их хорошее совпадение.

Из полученных аналитических выражений для шумов сформулирована рабочая гипотеза об участии неравновесных электронов в процессах, приводящих к возникновению особенностей флуктуационных процессов в примесно-дефектных полупроводниках.

Литература

1. Ван дер Зил А. Шум, источники, описание, измерение / пер. с англ., под ред. А.К. Нарышкина. – М.: Сов. радио, 1973. – 225 с.
2. Давыдов В.Н. Фотоиндуцированное усиление шума в полупроводниковых структурах // Изв. вузов. Физика. – 1999. – № 5. – С. 49–58.
3. Кернер Б.С. О механизме избыточных токов в p - n -переходах / Б.С. Кернер, В.В. Осипов, О.В. Смолин и др. // ФТП. – 1986. – Т. 2, № 9. – С. 1739–1742.
4. Дьяконова Н.В. Природа объемного шума $1/f$ в GaAs и Si / Н.В. Дьяконова, М.Е. Левинштейн, С.Л. Румянцев // ФТП. – 1991. – Т. 25, № 12. – С. 2065–2104.
5. Давыдов В.Н. Влияние фоновой засветки на электрические свойства фоторезисторов из селенида кадмия / В.Н. Давыдов, И.М. Мусина, А.С. Гребенников // Доклады ТУСУРа. – 2011. – Вып. 2 (24), ч. 1. – С. 167–170.
6. Давыдов В.Н. Анализ электрических свойств фоторезисторов на основе CdSe в условиях фоновой засветки / В.Н. Давыдов, И.М. Мусина, А.С. Гребенников // Доклады ТУСУРа. – 2011. – Вып. 2 (24), ч. 1. – С. 171–178.
7. Давыдов В.Н. Дисперсия носителей заряда в примесно-дефектных полупроводниках при совместном действии засветки и электрического поля / В.Н. Давыдов, И.М. Мусина, И.А. Егорова // Доклады ТУСУРа. – 2011. – Вып. 2 (24). – Ч. 3. – С. 36–45.
8. Харитонов С.В. Дисперсия числа носителей заряда при фотоиндуцированных преобразованиях в полупроводниках / С.В. Харитонов, А.К. Петрова // Перспективы развития фундаментальных наук: сб. тр. XII Междунар. конф. студентов и молодых ученых. – Томск: Изд-во ТПУ, 2015. – С. 1551.
9. Петрова А.К. Фотопроводимость и шумы бинарных полупроводниковых соединений в условиях фоновой засветки / А.К. Петрова, С.В. Харитонов // Перспективы развития фундаментальных наук: сб. тр. XII Междунар. конф. студентов и молодых ученых. – Томск: Изд-во ТПУ, 2015. – С. 1524.
10. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. – 573 с.
11. Давыдов В.Н. Профессионально ориентированные математические задачи в групповом проектном обучении / В.Н. Давыдов, Н.Э. Лугина // Матер. междунар. науч.-метод. конф. «Современное образование: проблемы взаимосвязи образовательных и профессиональных стандартов». 28–29 января 2016, Томск. – Томск: Изд-во ТУСУРа, 2016. – С. 281–282.

Давыдов Валерий Николаевич

Д-р физ.-мат. наук, профессор
каф. электронных приборов ТУСУРа
Тел.: +7 (382-2) 41-35-07, +7-903-954-41-48
Эл. почта: dvn@fet.tusur.ru

Харитонов Сергей Викторович

Магистр каф. физической электроники ТУСУРа
Тел.: +7-964-090-48-84
Эл. почта: serg1@t-sk.ru

Davydov V.N., Kharitonov S.V.

Mathematical model of the noise in polycrystalline n-CdSe

Based on the analysis of experimental dependences of the noise variance semiconductor photoresist on the bias voltage and power illumination, a mathematical expression has been constructed that describes the noise on-voltage polycrystalline n-CdSe, just in a wide range of displacements and flare capacities. It is shown that the noise properties of the n-CdSe may be interpreted as the result of adding dispersions fluctuations two independent sources EMF fluctuation parameters which vary linearly with the bias voltage and modified as a function of Gaussian depending of power illumination. A physical interpretation of the constructed model is provided.

Keywords: mathematical model, noise, modified Gaussian distribution, backlighting.