УДК 621.317.08

Г.Г. Порубов

Методика выбора оптимальных структур антенных решеток фазовых пеленгаторов и оценка вероятностных характеристик

Предлагается метод выбора оптимальных структур антенных решеток многобазовых фазовых пеленгаторов. Метод основан на выборе размеров дополнительных баз, обеспечивающих устранение неоднозначности в интервале однозначных измерений на большой базе с максимальной вероятностью.

Ключевые слова: пеленгатор, разность фаз, разрешение неоднозначности.

doi: 10.21293/1818-0442-2017-20-1-05-09

В данной статье выбор оптимальных фазометрических баз основан на выборе дополнительных баз с минимальными фазовыми ошибками, обеспечивающими максимальную вероятность правильного устранения неоднозначности максимальной базы, по результатам измерения разности фаз на дополнительных базах.

Рассматриваются однокоординатные фазовые пеленгаторы, предназначенные для пеленгации в одной плоскости. Антенные системы таких пеленгаторов представляют собой линейные решетки.

Простых аналитических методов выбора оптимальных антенных структур фазовых пеленгаторов по заданным характеристикам по точности пеленгования и вероятности правильного пеленгования не существует. Существует численный метод оптимизации антенных систем пеленгаторов, основанный на полном переборе всех возможных положений антенных элементов при заданном их количестве и габаритном размере решетки [1, 2]. Метод основан на использовании для устранения неоднозначности измерений принципа максимального правдоподобия, в предположении о нормальности распределения фазовых погрешностей. При этом логика выбора того или иного значения конкретной фазометрической базы (за исключением максимальной) не просматривается.

Рассмотрим алгоритм устранения неоднозначности по результатам измерения разности фаз на примере двухбазового пеленгатора [3]. При этом полагаем, что имеют место ошибки измерения фазы и на обеих базах отсчет производится неоднозначный. Полный фазовый сдвиг сигналов на любой из баз определяется формулой

$$\Phi_i = 2\pi e_{xi} \sin \alpha = \varphi_i + 2\pi k_i, \quad (1)$$

где $e_{xi} = l_i / \lambda$ – размер i -й базы в λ (далее размеры баз в целых числах); α – угол прихода волны, отсчитанный относительно перпендикуляра к антенной решетке; $\varphi_i = \varphi_{oi} + \delta_i$ – разность фаз, измерения фазометром; φ_{oi} – разность фаз, точно соответствующая углу прихода волны; δ_i – ошибка измерения; k_i – число полных периодов разности фаз, утраченных при измерениях в силу периодичности сигналов.

Обозначим максимальную базу пеленгатора символом e_{x1} , а вторую базу e_{xi} . По результатам измерения разности фаз φ_1 на базе e_{x1} и φ_i на базе e_{xi} выполняется устранение неоднозначности, состоящее в поисках числа потерянных периодов разности фаз k_1 , утраченных при измерениях на максимальной базе e_{x1} (1).

Алгоритм вычисления состоит в следующем. Подставляя последовательно значения k_1 , определяются ожидаемые величины измеренной разности фаз на базе e_{xi} по формуле

$$\varphi_{ri} = (\varphi_1 + 2\pi k_1) e_{xi} / e_{x1} - 2\pi k_i, \quad (2)$$

где k_1 – число полных периодов разности фаз, утраченных при измерениях на базе e_{x1} ; k_i – число полных периодов разности фаз, утрачиваемых при измерениях на базе e_{xi} .

Величина φ_{ri} (2) принимается за математическое ожидание измерений разности фаз для базы e_{xi} , относительно которой выстраивается разрешенная зона по фазе.

Определим величину разрешенной зоны по фазе

$$z_{\varphi i} = \pm 0,5 \Delta_i, \quad (3)$$

где Δ_i – величина отклонения измеренной разности фаз с направления неоднозначности относительно измерений с направления истинного пеленга для базы e_{xi} [4]. Неоднозначные направления – это направления, отличные от истинного направления приёма сигнала, для которых значения измеренных фаз на максимальной базе имеют одинаковые значения.

Находится разность измеренной и ожидаемой разностей фаз для базы e_{xi} по формуле

$$\Psi_i = \varphi_i - \varphi_{ri} - \langle \varphi_i - \varphi_{ri} \rangle, \quad (4)$$

где φ_i – результат измерения фазы на базе e_{xi} ; φ_{ri} – результат вычисления по (2); $\langle \cdot \rangle$ – операция округления до ближайшего целого.

Условие правильного устранения неоднозначности запишется в виде

$$|\Psi_i| \leq z_{\varphi i}. \quad (5)$$

При выполнении условия (5) принимается решение о правильном устранении неоднозначности и определении числа потерянных периодов k_1 при измерении фазы на базе e_{x1} .

Величина ψ_i является случайной величиной, т.к. она зависит только от ошибок измерения фаз на базах e_{x1} и e_{xi} , которые случайны и распределены по нормальному закону. Плотность вероятности случайной величины ψ_i (4), имеющей нормальный закон распределения, представляется в виде [5]

$$w(y_i) = \frac{1}{\sigma_{\varphi i} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y_i - m)^2}{2\sigma_{\varphi i}^2}}, \quad (6)$$

где $\sigma_{\varphi i}$ – СКО измерения фазы на базе e_{xi} ; $m=0$ – математическое ожидание при оценке вероятности правильного устранения неоднозначности.

Вероятность правильного устранения неоднозначности можно вычислить по формуле

$$P_0 = \int_{-z_{\varphi i}}^{z_{\varphi i}} w(y_i) dy_i, \quad (7)$$

где $z_{\varphi i}$ – разрешенная зона по фазе (3); $w(y_i)$ – плотность распределения случайной величины ψ_i .

Реально величина φ_{ri} (2), принятая за математическое ожидание при оценке вероятности правильного устранения неоднозначности по (7), отлична от нуля, т.к. измерения на базе e_{x1} выполняются с ошибками. Оценка вероятности правильного устранения неоднозначности по (7) при равенстве $m=0$ завышена относительно реальной вероятности правильного вычисления пеленга, реализованной в вычислителе.

Влияние ошибок измерения разности фаз максимальной базы e_{x1} при оценке вероятности правильного устранения неоднозначности по (7) необходимо учесть, изменив значение фазовых ошибки базы e_{xi} . Величина увеличения ошибок измерения фазы базы e_{xi} , позволяющих обеспечить точную оценку вероятности правильного устранения неоднозначности, зависит от величины коэффициента корреляции и размера базы e_{xi} .

Рассмотрим схему четырёхбазового фазового пеленгатора, приведенную на рис. 1, которую представим как набор трёх независимых двухбазовых пеленгаторов с базами $e_{x1} : e_{x2}$, $e_{x1} : e_{x3}$ и $e_{x1} : e_{x4}$, объединённых максимальной базой e_{x1} в схему четырёхбазового пеленгатора. Набор трёх схем двухбазовых пеленгаторов с коэффициентами корреляции $r=-0,5$, $r=0,5$ и $r=0$ позволяет определить влияние коэффициентов корреляции фазовых ошибок при оценке вероятности правильного устранения неоднозначности.

Рис. 1. Антенная решетка четырёхбазового пеленгатора:
 $a_1, a_2, \dots, a_5$ – антенные излучатели;
 $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_5$ – фазовые ошибки приёмных каналов

Каждая из дополнительных баз e_{xi} обеспечивает определённую величину отклонения измеренной разности фаз с направления неоднозначности относительно измерений с направления истинного пеленга [4]. Величина отклонения измеренной разности фаз определяет размер разрешенной зоны по фазе для каждой дополнительной базы $z_{\varphi i}$ (3) и при известных ошибках измерения фазы определяет вероятность правильного устранения неоднозначности.

Рассмотрим случай приёма сигналов с направления $\alpha=0$. Измеренные разности фаз определяются ошибками приёмных каналов γ_i , которые определяют ошибки измерения фазы при любом направлении приёма сигналов.

Измеренные разности фаз двухбазовых пеленгаторов с базами $e_{x1} : e_{x2}$, $e_{x1} : e_{x3}$, $e_{x1} : e_{x4}$ и соответственно коэффициенты корреляции равны:

для пеленгатора с базами $e_{x1} : e_{x2}$

$$\varphi_1 = \gamma_5 - \gamma_2, \quad \varphi_2 = \gamma_4 - \gamma_2, \quad r_1 = 0,5, \quad (8)$$

для пеленгатора с базами $e_{x1} : e_{x3}$

$$\varphi_1 = \gamma_5 - \gamma_2, \quad \varphi_3 = \gamma_2 - \gamma_1, \quad r_2 = -0,5, \quad (9)$$

для пеленгатора с базами $e_{x1} : e_{x4}$

$$\varphi_1 = \gamma_5 - \gamma_2, \quad \varphi_4 = \gamma_4 - \gamma_3, \quad r_3 = 0. \quad (10)$$

Подставим значения φ_1 и φ_2 (8) в (4), с учётом (2) получим

$$\psi_i = \gamma_4 - \frac{e_{x2}}{e_{x1}} \gamma_5 - \left(1 - \frac{e_{x2}}{e_{x1}}\right) \gamma_2. \quad (11)$$

Полагаем, что фазовые ошибки приёмных каналов γ_i случайные величины с равными дисперсиями σ_i^2 . Дисперсия суммы или разности любого числа некоррелированных случайных величин равна сумме дисперсий этих величин [5]. Тогда дисперсия величины ψ_i (11) будет равна

$$\begin{aligned} \sigma_{\psi}^2 = & \sigma_i^2 + \left(\frac{e_{x2}}{e_{x1}}\right)^2 \sigma_i^2 + \left(1 - \frac{e_{x2}}{e_{x1}}\right)^2 \sigma_i^2 = \sigma_i^2 + \frac{e_{x2}^2}{e_{x1}^2} \sigma_i^2 + \\ & + \sigma_i^2 - 2 \frac{e_{x2}}{e_{x1}} \sigma_i^2 + \frac{e_{x2}^2}{e_{x1}^2} \sigma_i^2 = 2 \sigma_i^2 \left(\frac{e_{x1}^2 + e_{x2}^2 - e_{x1} e_{x2}}{e_{x1}^2} \right). \end{aligned}$$

Значение среднеквадратических фазовых ошибок, определяющих точную оценку вероятности правильного устранения неоднозначности дополнительной базой e_{x2} по (7), для схемы пеленгатора с базами $e_{x1}:e_{x2}$ можно вычислить по формуле

$$\sigma_{2p} = \sigma_i \sqrt{2} \sqrt{\frac{e_{x1}^2 + e_{x2}^2 - e_{x1}e_{x2}}{e_{x1}^2}}. \quad (12)$$

Для пеленгаторов с базами $e_{x1}:e_{x3}$ и $e_{x1}:e_{x4}$ с учетом (9) и (10) величины σ_{ip} будут соответственно равны

$$\sigma_{3p} = \sigma_i \sqrt{2} \sqrt{\frac{e_{x1}^2 + e_{x3}^2 + e_{x1}e_{x3}}{e_{x1}^2}} \quad (13)$$

и

$$\sigma_{4p} = \sigma_i \sqrt{2} \sqrt{\frac{e_{x1}^2 + e_{x4}^2}{e_{x1}^2}}. \quad (14)$$

В общем виде формулы (12), (13) и (14) представим в виде

$$\sigma_{ip} = \sigma_i \sqrt{2} \sqrt{\frac{e_{x1}^2 + e_{xi}^2 - 2r_i e_{x1}e_{xi}}{e_{x1}^2}}, \quad (15)$$

где r_i – коэффициент корреляции.

Из (15) следует, что величина фазовой ошибки σ_{ip} , определяющей точную оценку вероятности правильного устранения неоднозначности по (7), зависит от величины подкоренного выражения.

На графиках рис. 2 приведена зависимость изменения σ_{ip} (15) от величины коэффициента корреляции и относительного размера базы e_{xi} . При расчетах принято $\sigma_i = 1^\circ$.

Рис. 2. Зависимость σ_{ip} от величины коэффициента корреляции r и отношения баз e_{xi}/e_{x1}

Из графиков рис. 2 видно, что величина среднеквадратической фазовой ошибки σ_{ip} (15) для дополнительных баз с коэффициентом корреляции ошибок измерения фазы $r=0,5$ минимальная, что

определяет максимальную вероятность правильного устранения неоднозначности.

Для дополнительных баз с коэффициентом корреляции $r=0$ и для дополнительных баз с коэффициентом корреляции $r=-0,5$ величина среднеквадратической фазовой ошибки σ_{ip} уменьшается с уменьшением размера базы.

Распространим условие (5) на пеленгатор с числом баз равным n . Условие правильного устранения неоднозначности n -базового пеленгатора запишется в виде

$$|\psi_i| \leq z_{\varphi i}, \quad (16)$$

где $i=2,3, \dots, n$.

Величины ψ_i (4) можно отнести к независимым величинам. Реально при расчете величин ψ_i (4) для i -й или $(i \pm 1)$ -й баз используются одни и те же случайные канальные фазовые ошибки γ_i базы e_{x1} .

Однако, величина ψ_i (11) определяется суммой случайных ошибок γ_i , которые распределены по нормальному закону с нулевым вектором средних значений. Для совокупности независимых случайных величин $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$, каждая из которых распределена по нормальному закону с нулевым вектором средних значений, совместное n -мерное распределение имеет нормальный закон распределения с нулевым средним значением.

Отсутствие или наличие корреляции между ошибками измерения фазы φ_1 и φ_i , разность которых используется при вычислении ψ_i (4), не влияет на форму закона распределения величины ψ_i . Ошибки измерения фазы φ_1 на базе e_{x1} , заложенные при вычислении φ_{ri} (2), определяют смещение координаты максимума кривой функции распределения величины ψ_i (4) относительно точки, равной нулю. То есть имеет место случайное отклонение от нуля моды функции плотности распределения величины ψ_i . Относительно данной точки в вычислителе пеленга выстраивается разрешенная зона по фазе. Поэтому вероятность правильного устранения неоднозначности, вычисленная по (7) при равенстве $m=0$ и СКО измерения фазы на базе e_{xi} $\sigma_{\varphi i}$, определяет несоответствие расчетного и реального значений вероятности правильного устранения неоднозначности.

Несоответствие вероятностей правильного устранения неоднозначности исключается при замене СКО $\sigma_{\varphi i}$ на σ_{ip} (15). Таким образом, компенсируется отклонение математического ожидания от нуля при оценке вероятности правильного устранения неоднозначности по (7). Последнее позволяет считать, что для совокупности независимых случайных величин $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$, совместное n -мерное распределение имеет нормальный закон распределения с нулевым средним значением.

Условие правильного устранения неоднозначности в n -базовом пеленгаторе описывается совокупностью $(n-1)$ неравенств (16), связанных между собой оператором «И» [3]. Арифметических операций между величинами ψ_i нет, поэтому нет взаимного влияния.

Таким образом, величины ψ_i (4) можно считать независимыми, а плотность распределения случайных величин ψ_i определяется функцией [5]

$$w_{n-1}(y_2, y_3, \dots, y_n) = \prod_{i=2}^n \frac{1}{\sigma_{ip} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y_i - m_{ij})^2}{2\sigma_{ip}^2}}, \quad (17)$$

где n – число баз пеленгатора; $j=0,1,2,\dots,(h-1)$ – номер зоны неоднозначности базы $e_{x1}=h$; $j=0$ – при оценке вероятности правильного пеленгования; σ_{ip} – фазовые ошибки базы e_{xi} (15);

$m_{ij} = \left(\frac{e_{xi}}{e_{x1}} \right) j - \left\langle \left(\frac{e_{xi}}{e_{x1}} \right) j \right\rangle$ – математическое ожидание для базы e_{xi} в j -й зоне неоднозначности базы e_{x1} ; $\langle \cdot \rangle$ – операция округления до ближайшего целого.

Вероятность правильного устранения неоднозначности или вероятность регистрации любого из ложных пеленгов можно вычислить по формуле

$$P_j = \int_{m_{2j}-z_{\varphi 2}}^{m_{2j}+z_{\varphi 2}} \dots \int_{m_{nj}-z_{\varphi n}}^{m_{nj}+z_{\varphi n}} w_{n-1}(y_2, \dots, y_n) dy_2 \dots dy_n, \quad (18)$$

где n – число баз пеленгатора; $z_{\varphi i}$ – разрешенная зона по фазе i -й базы (3); m_{ij} – математическое ожидание для базы e_{xi} в j -й зоне неоднозначности базы e_{x1} ; $j=0,1,2,\dots,(h-1)$ – номер зоны неоднозначности базы $e_{x1}=h$; $w_{n-1}(y_2, \dots, y_n)$ – плотность распределения вероятностей случайных величин ψ_i (4).

На рис. 3 приведены результаты расчета вероятности правильного устранения неоднозначности от ошибок измерения фазы, выполненные по формуле (18), – P_{01} , P_{02} , P_{03} и результаты математического моделирования P_{m1} , P_{m2} , P_{m3} . Расчеты выполнены для вектора относительных размеров баз 9:6:4 при задании коэффициентов корреляции $r=0,5$, $r=0$ и $r=-0,5$; P_{01} , P_{02} , P_{03} – расчет проведен по формуле (18) при коэффициентах корреляции $r=0,5$, $r=0$ и $r=-0,5$; P_{m1} , P_{m2} , P_{m3} – результаты математического моделирования при коэффициентах корреляции $r=0,5$, $r=0$ и $r=-0,5$.

Из графиков рис. 3 видно, что вероятности правильного устранения неоднозначности, полученные расчетным путём по формуле (18) и методом математического моделирования, совпадают.

Достоинством метода оценки вероятностных характеристик является то, что он позволяет оценить вероятность правильного устранения неоднозначности

при любом числе баз и положении их в антенной решетке пеленгатора, пользуясь известным классическим методом вычисления вероятностей. Кроме этого метод даёт возможность оценить правильный выбор числа баз антенной решетки, размеров баз и величины разрешенной зоны по фазе (3), проверив выполнение равенства

$$P_0 + \sum_{j=1}^{h-1} P_j = 1,$$

где h – размер базы e_{x1} ; P_0 – вероятность правильного устранения неоднозначности (18) при равенстве $j=0$; P_j – вероятность регистрации j -го пеленга неоднозначности.

Рис. 3. Зависимость вероятности правильного устранения неоднозначности от ошибок измерения фазы антенной структуры $e_{x1} : e_{x2} : e_{x3} = 9:6:4$

При выборе оптимальной структуры антенной решетки, учитывающей возможность размещения баз в заданном габаритном размере, оптимизация сводится к выбору размеров дополнительных баз.

В таблице приведены результаты оценки вероятности правильного устранения неоднозначности по формуле (18). Расчёты проведены при величине среднеквадратических канальных фазовых ошибок $\sigma_i = 36^\circ / \sqrt{2}$.

Результаты оценки вероятности правильного устранения неоднозначности

Вектор относительных баз	Коэффициент корреляции	P_0	Разрешенная зона по фазе
9, 6, 4	$r = 0,5$	0,89	$z_{\varphi i} = 60^\circ$
9, 6, 4	$r = 0$	0,728	
9, 6, 4	$r = -0,5$	0,604	
9, 6, 8	$r = 0,5$	0,867	$z_{\varphi i} = 60^\circ$
9, 3, 1	$r = 0,5$	0,867	
9, 3, 1	$r = 0$	0,8	
9, 3, 1	$r = -0,5$	0,738	$z_{\varphi i} = 90^\circ$
8, 4, 6, 5	$r = 0,5$	0,986	
8, 4, 6, 5	$r = 0$	0,899	
9, 4, 6, 5	$r = -0,5$	0,781	$z_{\varphi i} = 90^\circ$
8, 4, 2, 1	$r = 0,5$	0,983	
8, 4, 2, 1	$r = 0$	0,947	
8, 4, 2, 1	$r = -0,5$	0,896	

Из таблицы видно следующее.

Для антенных структур с опорной антенной или структур со свёрнутыми базами в схеме антенной решетки, коэффициент корреляции которых $r=0,5$, оптимальными структурами будут структуры с размерами дополнительных баз, максимально приближенными к уровню 0,5 размера максимальной базы.

Для антенных структур с параллельными базами $r=0$ или структур с развёрнутой схемой баз в антенной решетке $r=-0,5$ оптимальными структурами будут структуры с минимальными размерами дополнительных баз.

Литература

1. Белов В.И. Теория фазовых измерительных систем. – Томск: Изд-во ТУСУРа, 1994. – 102 с.
2. Белов В.И. Оптимизация антенных структур фазовых пеленгаторов по критерию минимума вероятности аномальной ошибки / В.И. Белов, В.П. Денисов // Радиотехника и электроника. – 1990. – Т. 35, № 3. – С. 521.
3. Денисов В.П. Фазовые радиопеленгаторы / В.П. Денисов, Д.В. Дубинин. – Томск: Изд-во ТУСУРа, 2002. – 252 с.
4. Порубов Г.Г. Методика расчёта антенных структур многобазовых фазовых пеленгаторов / Г.Г. Порубов,

В.П. Денисов // Доклады ТУСУРа. – 2015. – №3 (37). – С. 25–32.

5. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – Кн. 1. – М.: Сов. радио, 1969. – С. 59.

Порубов Геннадий Гаврилович

Инженер ОАО «НИИАП», Новосибирск

Тел.: 8 (383-2) 79-52-28

Эл. почта: porub27@mail.ru

Porubov G.G.

Method to select the optimal structures for antenna arrays of phase direction finders and assessment of probability characteristics

A method is proposed to select the optimal structures for antenna arrays of multi-base phase direction finders. The method is based on selecting the size of additional bases that ensure elimination of ambiguity in the range of unambiguous measurements on a large base with the maximum probability.

Keywords: direction finder, phase difference, ambiguity resolution.