**Revista Eletrônica
Paulista de Matemática**

ISSN 2316-9664
Volume 17, fev. 2020
Edição Ermac

Alfredo Bonini Neto

UNESP - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
alfredo.bonini@unesp.br

Jhonatan Cabrera Piazzentin

UNESP - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
professorpiazzentin@gmail.com

Leandro Souto de Oliveira

UNESP - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
leandrosouto182@hotmail.com

Parametrização matemática baseado na variável potência ativa da barra de referência: melhorias para o fluxo de carga continuado

Mathematical parameterization based on real power at slack bus variable: continuation power flow enhancements

Resumo

Este trabalho apresenta uma técnica de parametrização geométrica para o fluxo de carga continuado que possibilita o traçado completo das curvas P-V, e o cálculo do ponto de máximo carregamento de sistemas de potência, sem os problemas de mau-condicionamento da matriz Jacobiana (**J**). O objetivo é apresentar de uma forma clara e didática os passos envolvidos no desenvolvimento desta técnica que associa robustez com facilidade de compreensão. A singularidade da matriz Jacobiana é eliminada pela adição da equação de uma reta que passa por um ponto no plano formado pelas variáveis potência ativa da barra slack (P_{slack}) e o fator de carregamento (λ). Os resultados obtidos com essa metodologia para os sistemas testes do IEEE (14, 57 e 300 barras), mostram que as características do método convencional são melhoradas. A metodologia apresentou uma redução do número total de iterações em torno de 11,8%, quando comparado com outras metodologias.

Palavras-chave: Matemática aplicada. Fluxo de carga. Singularidade. Ponto de máximo carregamento.

Abstract

This work presents a geometrical parameterization technique for the continuation power flow that enables the complete plotting of P-V curves, and the calculation of the maximum loading point of power systems, without the problems of ill conditioning of Jacobian matrix (**J**). The objective is to present in a clear and didactic way the steps involved in the development of this technique that combines robustness with ease of comprehension. The singularity of the Jacobian matrix is eliminated by adding the equation of a line passing through a point on the plane formed by the variable slack bus real power (P_{slack}) and the loading factor (λ). The results obtained with this methodology for the IEEE test systems (14, 57 and 300 buses) show that the characteristics of the conventional method are improved. The methodology presented a reduction of the total number of iterations around 11,8%, when compared to other methodologies.

Keywords: Applied mathematics. Power flow. Singularity. Maximum loading point.

1 Introdução

A demanda de energia elétrica está aumentando dia a dia e a geração por sua vez é limitada. Mercados de eletricidade desregulamentados e o aumento na concorrência entre as empresas de energia devido a privatização das indústrias estatais são um dos principais fatores (ABBOTT, 2007), e é essencial manter uma energia confiável e de boa qualidade no fornecimento de eletricidade. Tudo isso resultou em grandes redes de energia interconectadas que são operadas sob condições de grande carga e estão frequentemente próximas de seus limites de estabilidade. Este atual cenário tem motivado maiores investimentos no setor elétrico, em especial no que diz respeito à geração e transmissão, visando um aumento do suprimento de energia de forma segura, porém a um custo reduzido. A instabilidade da tensão do sistema de energia é agora um dos problemas desafiadores enfrentados pelas concessionárias. Diante desses acontecimentos torna-se cada vez mais importante o desenvolvimento e aprimoramento das ferramentas de análise da estabilidade estática de tensão dos sistemas elétricos de potência, visando garantir condições de operação mais seguras (ABBOTT, 2007; LEE; LIU; CHU, 2014). O fluxo de carga continuado (FCC) é uma ferramenta fundamental para a análise da estabilidade de tensão estática, que é geralmente usada para traçar toda a curva P-V e estimar a margem de carregamento (MC). Para estudos de sistemas elétricos de potência, existem duas análises a serem consideradas, a dinâmicas e a estática. Segundo Dobson (1994), a análise de estabilidade estática de tensão, independentemente do comportamento dinâmico em sistemas de energia, ainda apresentam algumas vantagens particulares. Em particular, os modelos de carga dinâmica podem ser reduzidos a equações estáticas e simplificados sem afetar as margens de carregamento e suas sensibilidades. Assim, para se manter o sistema operando de forma segura e evitar-se o colapso de tensão, passou-se a monitorar a estabilidade estática de tensão durante a operação em tempo-real de um sistema elétrico de potência.

As técnicas de FCC foram introduzidas em sistemas de energia há décadas, e vários métodos foram propostos para melhorar seu desempenho (AJJARAPU; CHRISTY, 1992; IBA *et al*, 1991; SEYDEL, 1994). A diferença entre os métodos de FCC está no modo como o novo parâmetro é escolhido e em como a singularidade da matriz Jacobiana é eliminada (BONINI NETO; ALVES, 2010; BONINI NETO; MAGALHÃES; ALVES, 2018; DONG *et al*, 2018; GAN *et al*, 2015; JU *et al*, 2014; LEE; LIU; CHU, 2014; MOKHLIS *et al*, 2014). Muito embora diversas técnicas de parametrização tenham sido apresentadas na literatura, qualquer desenvolvimento adicional objetivando obter uma melhora nas características de convergência do processo de solução, bem como uma redução do tempo computacional necessário para o traçado da curva P-V, representa um campo de estudo muito atrativo (promissor).

O método de FCC baseado no método preditor corretor foi introduzido em Iba *et al*. (1991) e posteriormente em Ajjarapu e Chrity (1992), que pertence à técnica de parametrização local. Essa técnica consiste em obter a curva P-V por meio de quatro passos (preditor, controle do passo preditor, uma estratégia de parametrização e o passo corretor). Em Bonini Neto e Alves (2010) foi proposto um procedimento diferente de parametrização, onde se utiliza uma equação de reta como procedimento de parametrização no plano formado pelo fator de carregamento e a soma das magnitudes das tensões ou ângulo das tensões nodais, é uma técnica de parametrização global e não mais local. Depois, Ju *et al* (2014) aprimorou essa técnica que utiliza uma equação da reta para obtenção da curva P-V. O estudo se concentra em utilizar o segmento de reta próximo ao ponto crítico da curva P-V. Foi proposta uma nova técnica de parametrização geométrica local, que pode traçar a curva P-V com um comprimento de passo fixo e nenhuma troca de parâmetro é necessária.

Já em Bonini Neto, Magalhães e Alves (2018) é apresentada uma nova técnica de parametrização geométrica para FCC que atua com a adição de uma parábola que passa por três pon-

tos no plano formado pelas variáveis fator de carregamento e perda total de potência ativa. Essa técnica elimina a singularidade da matriz jacobiana no ponto de máximo carregamento, o que permite obter a trajetória da solução (curva P-V) sem a necessidade de alterar o parâmetro, procedimento muito comum nos FCC atualmente disponíveis. Em Mokhlis *et al* (2014) também apresenta estudos envolvendo equações quadráticas para melhorar o FCC, neste caso, melhorias no tamanho do passo do método de Newton Raphson em sistemas mal condicionados. Outro trabalho recente envolvendo o FCC é o proposto por Dong *et al* (2018), o estudo propõe um modelo aprimorado de FCC para calcular a margem de carregamento para a estabilidade de tensão. É apresentado um controle auto ajustável no tamanho do passo preditor que é baseado nas iterações do passo corretor e na reserva de potência reativa dos barramentos do gerador.

No entanto, até agora, tem sido um desafio evitar as falhas computacionais do FCC em aplicações em tempo real. Essas falhas podem ser classificadas em dois tipos, incluindo falhas no ponto crítico, ponto de máximo carregamento (PMC) e falhas em pontos diferentes do PMC. A razão para o primeiro tipo de falha é que a parametrização global tradicional não pode superar a singularidade da matriz jacobiana para alguns casos de instabilidade de tensão com fortes características locais. O segundo tipo de falha ocorre porque a matriz jacobiana estendida no procedimento corretor se torna singular devido a uma incorreta parametrização (BONINI NETO; ALVES, 2016; BONINI NETO; ALVES, 2017).

Neste sentido, este trabalho apresenta uma técnica de parametrização que foi iniciado em Bonini Neto, Piazzentin e Alves (2019) para o método da continuação que possibilita o traçado completo da curva P-V de um sistema de potência objetivando a obtenção do PMC e, subsequentemente, a avaliação da margem de estabilidade de tensão. O objetivo foi o de obter uma técnica de parametrização geométrica que associasse a robustez com a simplicidade e a facilidade de interpretação. Resultados obtidos com a metodologia para os sistemas teste do IEEE 14, 57 e 300 barras, mostram que as características de convergência do método de fluxo de carga (FC) são melhoradas na região do PMC, e que este ponto pode ser determinado com a precisão desejada. Foi feito uma comparação do método aqui apresentado em relação as técnicas parametrizadas por tensão e o ângulo da tensão da barra crítica o que não foi feito na versão publicada em Bonini Neto, Piazzentin e Alves (2019).

2 Fluxo de Carga Continuado e Técnica Proposta (FCCP)

O conjunto de equações de FC utilizado para representar o sistema elétrico de potência nos estudos de estabilidade estática de tensão é o seguinte:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}, \lambda) &= \mathbf{0} \quad \text{ou} \\ \mathbf{P}^{\text{esp}}(\lambda) - \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}^{\text{esp}}(\lambda) - \mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (1)$$

em que as equações não lineares de injeção de potência ativa e reativa na barra k são:

$$\begin{aligned} P_k(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) &= V_k \sum_{m \in K} V_m [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \\ Q_k(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) &= V_k \sum_{m \in K} V_m [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \end{aligned}$$

em que K é o conjunto de todas barras m adjacentes a barra k (maiores detalhes das equações podem ser vistos na página 14 em Monticelli (1983)), λ é o fator de carregamento, $\mathbf{V}$ é o vetor das magnitudes das tensões nodais e $\boldsymbol{\theta}$ é o vetor do ângulo das tensões nodais, $\mathbf{P}^{\text{esp}}(\lambda) = [\mathbf{P}_{\text{ger}}(\lambda) - \mathbf{P}_{\text{cons}}(\lambda)]$ é o vetor da diferença entre as potências ativas gerada e consumida para as barras de carga (PQ) e de geração (PV) e $\mathbf{Q}^{\text{esp}}(\lambda) = [\mathbf{Q}_{\text{ger}} - \mathbf{Q}_{\text{cons}}(\lambda)]$ é o vetor da diferença entre as potências reativas gerada e consumida para as barras de carga PQ .

Uma vez definido um padrão de variação da carga e uma estratégia de despacho da geração, é necessário saber o quanto a demanda poderá aumentar antes que o sistema entre em colapso, ou seja, qual é a margem de carregamento (MC) para as condições preestabelecidas. Para isso realiza-se o traçado da curva P-V por meio de sucessivas soluções de (1) utilizando um FC e considerando um crescimento da carga na direção predefinida. Nesse procedimento, a potência ativa ($\mathbf{P}$) e a potência reativa ($\mathbf{Q}$), são as variáveis independentes, enquanto que as magnitudes de tensão ($\mathbf{V}$) e os ângulos de fase ($\boldsymbol{\theta}$), excetuando os da barra referência, são as variáveis dependentes.

Com a inclusão de λ como variável em (1) o sistema resultará em n equações e $n + 1$ incógnitas. Assim, qualquer uma das $n + 1$ incógnitas pode ser definida como parâmetro. Quando λ é usado como parâmetro (1) passa a ter novamente n equações e n incógnitas. O seu valor é incrementando gradualmente, a partir do caso base ($\lambda=1$), até um valor para o qual não mais se obtenha solução (o processo iterativo do FC não converge). Nesse ponto realiza-se um controle de passo que consiste numa simples redução no incremento de λ e a solução de um novo FC a partir da última solução convergida. O PMC é considerado como sendo o último ponto convergido, após sucessivas repetições desse procedimento. Entretanto, conforme já comentado, a divergência do FC é consequência da singularidade da matriz $\mathbf{J}$ de (1) no PMC e, portanto, não será possível determiná-lo precisamente. Além da incerteza a respeito do ponto obtido ser realmente o PMC, as sucessivas reduções no passo (incremento do parâmetro λ) pode resultar num processo computacional lento e oneroso quando comparados aos métodos de FCC.

Diversos autores propuseram diferentes implementações dos conhecidos métodos da continuação para superar as dificuldades numéricas introduzidas pela singularidade da matriz $\mathbf{J}$ e possibilitar a determinação do PMC (AJJARAPU; CHRISTY, 1992; BONINI NETO; ALVES, 2010; BONINI NETO; MAGALHÃES; ALVES, 2018; DONG *et al*, 2018; GAN *et al*, 2015; IBA *et al*, 1991; JU *et al*, 2014; LEE; LIU; CHU, 2014; MOKHLIS *et al*, 2014; SEYDEL, 1994). Entre os muitos métodos descritos na literatura, o mais amplamente utilizado consiste de quatro elementos básicos: um procedimento de parametrização, um passo preditor, um controle de passo e um passo corretor.

A grande vantagem do uso da parametrização proposta em Alves, Silva e Castro (2000) é que para a maior parte dos sistemas analisados não há a necessidade de troca de parâmetro até pouco depois do PMC. Com o intuito de se eliminar a troca de parâmetro na obtenção de toda a curva P-V, no fluxo de carga continuado proposto (FCCP), a equação acrescentada ao sistema de equações (1) será:

$$W(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}, \lambda, \alpha) = \alpha(\lambda - \lambda^0) - (P_{\text{slack}} - P_{\text{slack}}^0) = 0 \quad (2)$$

onde o parâmetro α é o coeficiente angular da reta e o novo parâmetro. O índice zero na equação 2 representa as coordenadas do ponto “O” no plano $(\lambda, P_{\text{slack}})$. P_{slack} corresponde a potência ativa da barra de referência (*slack*) equivalente a:

$$P_{slack} = P_k(\theta, V) = V_k \sum_{j \in K} V_m (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)) \quad (3)$$

sendo que K é o conjunto de todas as barras diretamente conectadas à barra k (*slack*) incluindo a própria barra k , G (matriz condutância) e B (matriz susceptância) são sub-matrizes da matriz admitância nodal Y (maiores detalhes das equações podem ser vistos em Monticelli (1983)).

Com o ponto “P”(λ^1, P_{slack}^1), caso base obtido por meio de um fluxo de carga convencional, calcula-se o valor de α^1 a partir do ponto “O”(λ^0, P_{slack}^0) e do respectivo valor do ponto “P”(λ^1, P_{slack}^1).

$$\alpha^1 = (P_{slack}^1 - P_{slack}^0) / (\lambda^1 - \lambda^0) \quad (4)$$

Em seguida, o FCCP é utilizado para calcular as demais soluções através dos sucessivos incrementos ($\Delta\alpha$) no valor de α . Para $\alpha = \alpha^1 + \Delta\alpha$, a solução de (2) junto ao sistema (1) fornecerá o novo ponto de operação (P_{slack}^2, V^2 , e λ^2) correspondente a interseção da trajetória de soluções (curva λ - P_{slack}) com a reta cujo novo valor do coeficiente angular ($\alpha^1 + \Delta\alpha$) foi especificado. No processo de correção, a linearização do sistema formado pelas equações (1) e (2) em série de Taylor, incluindo somente os termos de primeira ordem resulta em:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_\theta & \mathbf{G}_V & G_\lambda \\ \frac{\partial W}{\partial \theta} & \frac{\partial W}{\partial V} & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \\ \Delta\lambda \end{bmatrix} = J_m \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \\ \Delta\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta W \end{bmatrix} \quad (5)$$

onde $\mathbf{G}_\theta$ e $\mathbf{G}_V$ é a matriz Jacobiana do FC, e G_λ corresponde à derivada de $\mathbf{G}$ em relação a λ . ΔP , ΔQ e ΔW representam os fatores de correção (*mismatches*) das respectivas funções em (1) e (2). No FCCP, a mudança do feixe de retas (do ponto “O” para o ponto médio “PM” para o ponto “Q”, ver Figura 2) do método é feito pela análise dos *mismatches*. Esta análise possibilita saber que o método irá divergir antes do número máximo de iterações estipulado, no caso 10. Nestes casos a evolução dos respectivos *mismatches* indicam a possibilidade de mau-condicionamento. Esse *mismatch* é definido como sendo a soma dos valores absolutos dos desbalanços de potência ativa e reativa.

2.1 Algoritmo da metodologia proposta

- Obter os valores do ponto P (λ^1, P_{slack}^1) correspondente ao caso base por meio de um fluxo de carga convencional ($\lambda = 1$) e do ponto O (λ^0, P_{slack}^0), $P_{slack}^1 = P_{slack}^0$;
- Obter α^1 ($\alpha^1 = 0$), em seguida, calcular as demais soluções através dos sucessivos incrementos ($\Delta\alpha = 0,3$) no valor de α . Para $\alpha = \alpha^1 + \Delta\alpha$, a solução de (5) fornecerá o novo ponto de operação até que não encontre mais solução (análise dos *mismatches*), considerando o último ponto obtido “b”;
- Calcule as coordenadas do novo centro de feixe de retas para o ponto médio situado entre os dois últimos pontos obtidos (pontos “a” e “b”), ou seja, $[(P_{slack\ a} + P_{slack\ b})/2, (\lambda_a + \lambda_b)/2]$, serão as coordenadas do novo centro de feixe de retas denominado ponto

médio (PM), ver detalhe na Figura 1(a). Agora considere a equação da reta que passa pelas coordenadas do centro de feixe de retas (PM) e pelo último ponto convergido (ponto “b”). O passo é mantido fixo, ou seja, passo $\Delta\alpha = 0,3$. Observe que o cálculo das coordenadas do centro do feixe de retas para o ponto médio é essencial para o sucesso do método, uma vez que ocorre uma redução automática no tamanho do passo com uma simples mudança do centro do feixe de retas;

- iv) Depois de 30 pontos calculados após contornado a parte mais alta da curva λ - P_{slack} , considera-se o último ponto obtido “c” e novamente troca-se o centro de feixe de retas para o ponto Q (λ^0 , P_{slack}^c) e com passo $\Delta\alpha = -0,3$ obtém-se os demais pontos da curva λ - P_{slack} que corresponde a parte de baixo da curva P-V.

3 Resultados

Para todos os testes realizados, a tolerância adotada para os *mismatches* foi de 10^{-4} p.u.. O primeiro ponto de cada curva é obtido com o método de FC convencional. Os limites superiores e inferiores adotados para os *tap*'s de transformadores foram 1,05 e 0,95 p.u.. O ajuste do *tap* nos transformadores OLTC (transformadores com comutação de *tap* sob carga) consiste da inclusão da posição do *tap* como variável dependente, ao passo que as magnitudes das tensões das barras controladas são consideradas variáveis independentes. Os limites de potência reativa (Q) nas barras PV's são os mesmos utilizados no método convencional de FC. Foi feita uma comparação do método aqui apresentado em relação as técnicas parametrizadas por tensão e o ângulo da tensão da barra crítica o que não foi feito na versão publicada em Bonini Neto, Piazzentin e Alves (2019). Também foi introduzido o sistema IEEE-57 barras aos resultados. Todos os testes foram feitos no Matlab® (MATHEMATICS, 2018). Os dados dos sistemas podem ser encontrados em: <http://www.ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders/index.html>.

3.1 Resultados para o sistema IEEE 14 barras

O sistema IEEE-14 barras é representado pelo diagrama unifilar na Figura 1. A Figura 2 apresenta o desempenho do método para o traçado da curva P-V. O número de iterações gastas pela análise da variação do *mismatch* total de potência para o cálculo do ponto médio foi de 6 iterações. Pode-se notar que com o uso da análise do *mismatch* teve-se um ganho de 4 iterações. A Figura 2(a) apresenta o traçado da curva λ - P_{slack} , utilizando o procedimento geral adotado. Observe que o FCCP apresenta um bom desempenho ao longo do traçado de toda a curva λ - P_{slack} . Ao utilizar o centro de feixe de retas situado no ponto médio dos pontos “a” e “b”, nota-se que houve um controle automático de passo. Isto se deve ao fato que o centro do feixe de retas está situado próximo ao PMC, obtendo assim vários pontos numa região de muita importância, pois é nesta região que define a estabilidade da instabilidade do sistema (ponto crítico da curva P-V, onde a parte de cima da curva representa a estabilidade do sistema elétrico e a parte de baixo da curva representa a instabilidade do sistema). A Figura 2(b) apresenta as curvas P-V da barra de geração 2 (V_2) e a barra crítica (V_{14}) do sistema IEEE-14 barras, obtidas com o uso do parâmetro α na curva λ - P_{slack} , Figura 2(a). Também é apresentado na Figura 2(b) os pontos da curva P-V da barra 2 e da barra crítica 14, onde para cada ponto da Figura 2(a) corresponde ao ponto da Figura 2(b) (pontos “a”, “b” e “c”). O número de iterações é apresentado na Figura 2(c).

Figura 1: Diagrama unifilar do sistema do IEEE-14 barramentos

Figura 2: Sistema IEEE-14 barras: (a) parâmetro α no plano λ - P_{slack} , (b) curvas P-V da barra de geração 2 e crítica 14 obtidas pelo parâmetro α no plano λ - P_{slack} , (c) número de iterações.

3.2 Resultados para o sistema IEEE 57 barras

Na Figura 2.1 é apresentado o diagrama unifilar do sistema IEEE-57 barras, com uma barra de referência (V0), seis barras de geração (PV) e cinquenta barras de carga (PQ).

Figura 2.1: Diagrama unifilar do sistema IEEE-57 barramentos.

A Figura 3(a) apresenta o desempenho do método para o traçado da curva P-V do sistema IEEE-57 barras. O valor do PMC encontrado foi de $(\lambda, V_{31}) = (1.7252, 0.4618)$ pelo método parametrizado por α no plano λ - P_{slack} .

A Figura 3(b) apresenta as curvas P-V da barra 19 e da barra crítica 31. Nota-se que toda a curva P-V foi obtida sem problema relacionados com a singularidade da matriz $\mathbf{J}_m$ do método proposto.

A Figura 3(c) apresenta o número de iterações para obtenção completa das curvas P-V do sistema IEEE-57 barras e na Figura 3(d) mostra o comportamento do determinante da matriz $\mathbf{J}_m$ do método proposto, mostrando que não ocorre singularidade no PMC do sistema estudado, ao contrário do determinante da matriz $\mathbf{J}$ do método convencional, que zera no PMC (representado pelo ponto “b”).

Figura 3: Sistema IEEE-57 barras: (a) parâmetro α no plano λ - P_{slack} , (b) curvas P-V da barra de carga 19 e crítica 31 obtidas pelo parâmetro α no plano λ - P_{slack} , (c) número de iterações, (d) determinante da matriz J e J_m em torno do PMC.

3.3 Resultados para o sistema IEEE 300 barras

A Figura 4 mostra que foram obtidos resultados similares aos anteriores para o sistema IEEE-300 barras. Não foi possível mostrar o diagrama unifilar por ser um sistema de grande porte. A Figura 4(a) apresenta a curva λ - P_{slack} obtidas com o uso do parâmetro α . Maiores detalhes da região em torno do PMC e do feixe de retas denominado PM podem ser vistos na Figura 4(b). O valor do PMC para a curva λ - P_{slack} foi de ($\lambda = 1.0553$, $P_{slack} = 5.3976$) e para a curva P-V da barra crítica 526 (a barra crítica é a barra 236 na sequência de 300 barras, mas sua numeração mundial é a 526) foi de ($\lambda = 1.0553$, $V_{526} = 0.7274$), Figura 4(c). O número de iterações utilizadas pela análise da variação do *mismatch* total de potência para o cálculo do ponto médio e uso do feixe de retas foi de 5 iterações.

Na Figura 4(d) apresenta-se o número de iterações necessárias para a obtenção de cada ponto da curva λ - P_{slack} . Outro aspecto importante que deve ser ressaltado é que a singularidade

de da matriz $\mathbf{J}$ do FCC foi eliminada, ou seja, o determinante não se anula no PMC. Isto se deve ao fato de que agora a matriz $\mathbf{J}$ contém uma linha e uma coluna a mais devido a variável λ que foi acrescentado ao sistema.

Figura 4: Sistema IEEE-300 barras: (a) curva λ - P_{slack} obtida com o parâmetro α , (b) região do PMC ampliada, (c) curva P-V da barra crítica 526 obtida pelo parâmetro α no plano λ - P_{slack} da Figura 2(a), (d) número de iterações utilizadas para obtenção da curva λ - P_{slack} .

3.4 Desempenho do método

A Figura 5 a seguir apresenta os gráficos de superfície dos valores das tensões e ângulo das tensões em função de todas as barras do sistema IEEE-14 e do fator de carregamento λ . Nota-se na Figura 5(a) que o menor valor da tensão ocorreu na barra crítica V_{14} (λ , V_{14}) = (1.7680, 0.6035), o círculo na Figura 5(a) apresenta o ponto de menor tensão. A mesma ideia apresentada na Figura 5(a) foi apresentado na Figura 5(b), mas com o ângulo das tensões em função das barras e do fator de carregamento λ .

Na Figura 6, é apresentado o número de iterações para cada ponto da curva P-V utilizando o método utilizado neste trabalho (potência da barra $slack$) e os métodos parametrizado pela tensão da barra crítica e pelo ângulo da tensão da barra crítica (V_{14}). Observa-se que o método utilizando a potência da barra $slack$ apresentou o menor número de iterações para obtenção da margem de carregamento e consequentemente de toda a curva P-V, cerca de 89 iterações contra 102 iterações pelo método parametrizado por V_{14} e 109 iterações pelo método parametrizado por θ_{14} , um ganho de 12,7% e 18,3% respectivamente em número de iterações.

Figura 5: Gráficos de superfície para o sistema IEEE 14 barras, (a) vista 3D e 2D da magnitude das tensões em função das barras e do fator de carregamento λ , (b) vista 3D e 2D do ângulo das tensões em função das barras e do fator de carregamento λ .

Figura 6: Comparação entre o número de iterações dos métodos proposto (potência ativa da barra *slack*), parametrizado pela tensão V_{14} e parametrizado pelo ângulo da tensão θ_{14} .

A Figura 7 apresenta resultados para o sistema IEEE 57 barras, na Figura 7(a) e (b) é apresentado os gráficos de superfície 3D e 2D para as tensões e ângulo das tensões em função das barras do sistema e do fator de carregamento λ . A barra crítica é a barra 31, o valor atingido no ponto de máximo carregamento PMC foi de $(\lambda, V_{31}) = (1.7252, 0.4618)$. A Figura 8 apresenta uma comparação entre os métodos proposto e os métodos parametrizado por V_{31} e θ_{31} . O método utilizando a potência da barra *slack* apresentou o menor número de iterações para obtenção de toda a curva P-V, cerca de 91 iterações contra 109 iterações pelo método parame-

trizado por V_{31} e 110 parametrizado por θ_{31} , um ganho em torno de 7,92% em número total de iterações.

Figura 7: Gráficos de superfície para o sistema IEEE 57 barras, (a) vista 3D e 2D da magnitude das tensões em função das barras e do fator de carregamento λ , (b) vista 3D e 2D do ângulo das tensões em função das barras e do fator de carregamento λ .

Figura 8: Comparação entre o número de iterações dos métodos proposto (potência ativa da barra *slack*), parametrizado pela tensão V_{31} e parametrizado pelo ângulo da tensão θ_{31} .

A Figura 9 apresenta resultados para o sistema IEEE 300 barras, na Figura 9(a) e (b) é apresentado os gráficos de superfície 3D e 2D para as tensões e ângulo das tensões em função das barras do sistema e do fator de carregamento λ . A barra crítica é a barra 236 na sequência de 300 barras, mas seu valor mundial é a 526, o valor atingido no ponto de máximo carrega-

mento PMC foi de $(\lambda, V_{526}) = (1.0553, 0.7316)$. Outra barra apresentou baixa tensão, a de número 55 (geração) e valor real 63 (V_{63}) com valor no PMC de $(\lambda, V_{63}) = (1.0553, 0.7927)$. A Figura 10 apresenta uma comparação entre os métodos proposto e os métodos parametrizado por V_{526} e θ_{526} . O método utilizando a potência da barra *slack* apresentou o menor número de iterações para obtenção de toda a curva P-V, cerca de 65 iterações contra 68 iterações pelo método parametrizado por V_{526} e θ_{526} , um ganho de 4,4% em número total de iterações.

Figura 9: Gráficos de superfície para o sistema IEEE 300 barras, (a) vista 3D e 2D da magnitude das tensões em função das barras e do fator de carregamento λ , (b) vista 3D e 2D do ângulo das tensões em função das barras e do fator de carregamento λ .

Figura 10: Comparação entre o número de iterações dos métodos proposto (potencia ativa da barra *slack*), parametrizado pela tensão $V_{236}=V_{526}$ e parametrizado pelo ângulo da tensão $\theta_{236}=\theta_{526}$.

4 Conclusão

Este trabalho apresenta uma técnica de parametrização que possibilita o traçado completo das curvas P-V, sem problemas de singularidade da matriz $\mathbf{J}$ e é baseado em simples modificações do método de Newton, preservando suas vantagens características. O método não só obtém êxito em encontrar, com a precisão desejada, as soluções na região do PMC e no próprio ponto, mas também permite a obtenção de soluções além deste (isto é, pontos da parte inferior da curva P-V) com um número baixo de iterações. Também mostra-se como uma opção muito atrativa e de fácil implementação computacional visto que seriam necessárias poucas alterações no programa de FC convencional, apenas a introdução de uma linha e uma coluna, correspondentes à nova variável λ .

É importante ressaltar também a inclusão da análise do comportamento do *mismatch* total de potência no critério adotado pelo método para o cálculo do feixe de retas, o qual anteriormente era baseado apenas no número máximo de iterações.

Em geral as parametrizações resultam numa convergência mais rápida, entretanto algumas vezes isso não ocorre. Nesses casos a evolução dos respectivos *mismatches* indicam a possibilidade de mau-condicionamento. Com o uso desta análise obteve-se uma redução das iterações, isto é, as mudanças sempre ocorreram antes de atingir-se o número máximo de iterações estipulado, mostrando-se assim, mais vantajoso para o traçado da curva P-V. Um aspecto importante com o uso do α como parâmetro e o plano λ - P_{slack} é que para todo o sistema a curva λ - P_{slack} é única, portanto se conseguir obtê-la, pode-se traçar todas as curvas P-Vs do sistema, ou seja, obter todos os dados do sistema. Em comparação com outros métodos, a metodologia a qual utiliza o α como parâmetro no plano λ - P_{slack} teve uma redução em média de 10,2% de iterações quando se compara com os métodos utilizando a magnitude da tensão e o ângulo da tensão da barra crítica como parâmetro.

5 Agradecimentos

Agradecemos a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) – processo 2018/12353-9 e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) – processo 408630/2018-3 pelo suporte financeiro.

6 Referências

- ABBOTT, M. Electricity reform and gains from the reallocation of resources. **The Electricity Journal**, v. 20, n. 7, p. 72-78, 2007.
- AJJARAPU, V.; CHRISTY, C. The continuation power flow: a tool for steady state voltage stability analysis. **IEEE Trans. on Power Systems**, v. 7, n. 1, p. 416-423, 1992.
- ALVES, D. A. *et al.* Continuation load flow method parameterized by power losses. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEM TECHNOLOGY, 2000, Perth. [Proceedings...]. Perth: IEEE, 2000. p. 763-768.

BONINI NETO, A.; ALVES, D. A. Improved geometric parameterisation techniques for continuation power flow. **IET Generation, Transmission & Distribution**, v. 4, n. 12, p. 1349-1359, 2010.

BONINI NETO, A.; ALVES, D. A. Singularities analysis of the jacobian matrix modified in the continuation power flow: performance evaluation. **IEEE Latin America Transactions**, v. 15, n. 11, p. 2137-2143, 2017.

BONINI NETO, A.; ALVES, D. A. Singularities analysis of the jacobian matrix modified in the continuation power flow: mathematical modeling. **IEEE Latin America Transactions**, v. 14, n. 12, p. 4750-4756, 2016.

BONINI NETO, A.; MAGALHÃES, E. M.; ALVES, D. A. Geometric parameterization technique for continuation power flow based on quadratic curve. **Electric Power Components and Systems**, v. 45, n. 17, p. 1905-1917, 2018.

BONINI NETO, A.; PIAZENTIN, J. C.; ALVES, D. A. Melhorias para o fluxo de carga continuado: parametrização matemática baseado na variável potência ativa da barra de referência. In: ENCONTRO REGIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 6., 2019, Bauru. **Caderno de trabalhos completos e resumos [...]** Bauru: Unesp, Faculdade de Ciências, 2019. p. 207-213. Disponível em: <https://www.fc.unesp.br/#!/departamentos/matematica/eventos2341/ermac-2019/caderno-de-trabalhos-e-resumos/>. Acesso em: 03 set. 2019.

DOBSON I. The irrelevance of load dynamics for the loading margin to voltage collapse and its sensitivities. In: BULK POWER SYSTEM VOLTAGE PHENOMENA III, VOLTAGE STABILITY, SECURITY & CONTROL, 1994, Davos. **Proceedings [...]**. Davos, Switzerland: [s. n.], 1994.

DONG, X. *et al.* Calculation of optimal load margin based on improved continuation power flow model. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, v. 94, p. 225-233, 2018.

GAN, R. *et al.* Static voltage stability analysis based on improved continuous power flow. In: TENCON 2015 - 2015 IEEE Region 10 Conference, 2015. Macao. **Proceedings [...]**. Macao, China: IEEE, 2015.

IBA, K. *et al.* Calculation of critical loading condition with nose curve using homotopy continuation method. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 6, n. 2, p. 584-593, 1991.

JU, Y. *et al.* Continuation power flow based on a novel local geometric parameterisation approach. **IET Generation, Transmission and Distribution**, v. 8, n. 5, p. 811-818, 2014.

LEE, S.-H.; LIU, J.-H.; CHU, C.-C. Modelling and locating unified power-flow controllers for static voltage stability enhancements. **International Transactions on Electrical Energy Systems**, v. 24, n. 11, p. 1524-1540, 2014.

MATHWORKS. MATLAB. 2018. Disponível em: <http://www.mathworks.com>. Acesso em: 07 set. 2018.

MOKHLIS, H. *et al.* Improved step size Newton Raphson method using quadratic equations properties in ill-conditioned power system. **International Transactions on Electrical Energy Systems** v. 24, n. 9, p. 1323–1342, 2014.

MONTICELLI, A. J. **Fluxo de carga em redes de energia elétrica**. São Paulo: Edgard Blucher, 1983.

SEYDEL, R. **Practical bifurcation and stability analysis: from equilibrium to chaos**. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1994.