Luiza Rodrigues Matos
UNESP - Universidade Estadual
Paulista “Júlio de Mesquita
Filho”
ms.luiza.matos@ieee.org

Daisy Paes Silva
UNESP - Universidade Estadual
Paulista “Júlio de Mesquita
Filho”
daisy.silva@feb.unesp.br

Edilaine Martins Soler
UNESP - Universidade Estadual
Paulista “Júlio de Mesquita
Filho”
edilaine@fc.unesp.br

Uma análise do método *Outer Approximation* na resolução do problema de fluxo de potência ótimo com variáveis de controle discretas

Analysis of the Outer Approximation method for solving the optimal power flow problem with discrete control variables

Resumo

O propósito de um problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) é determinar o estado de um sistema de transmissão de energia elétrica que otimize um dado desempenho deste sistema e satisfaça suas restrições físicas e operacionais. O problema de FPO pode ser modelado matematicamente como um problema de Programação Não Linear (PNL) com variáveis discretas e contínuas. Neste trabalho, investiga-se a eficiência do método *Outer Approximation* na resolução do problema de FPO considerando suas variáveis contínuas e discretas. Testes com os sistemas elétricos IEEE 14, 30, 118 e 300 barras são apresentados.

Palavras-chave: Otimização. Fluxo de Potência Ótimo. BONMIN. Método *Outer Approximation*.

Abstract

The purpose of an Optimal Power Flow (OPF) problem is to determine the state of an electric power transmission system that optimizes a given system performance and satisfies its physical and operational constraints. The OPF problem can be mathematically modeled as a Nonlinear Programming (NLP) problem with discrete and continuous variables. In this paper, we investigate the efficiency of the Outer Approximation method in solving the FPO problem considering its continuous and discrete variables. Tests with the IEEE 14, 30, 118 and 300 buses are presented.

Keywords: Optimization. Optimal Power Flow. BONMIN. Outer Approximation Method.

1 Introdução

Os Sistemas Elétricos de Potência (SEP) são considerados um dos sistemas mais complexos feitos pelo homem (ALRASHIDI; EL-HAWARY, 2007), devido à sua grandeza, função e controle. A energia elétrica é uma das formas de energia mais utilizada no mundo, além de ser indispensável no dia a dia de toda a população, é essencial para o desenvolvimento econômico de um país. Um modo eficiente de se determinar um ponto de operação para o sistema que forneça energia elétrica de qualidade é através da resolução do problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO).

O propósito do problema de FPO é determinar um ponto de operação de um SEP através do ajuste dos controles que otimize um determinado desempenho do sistema e respeite suas restrições físicas e operacionais (SOLER; ASSADA; COSTA, 2013).

Este problema teve sua origem na década de 60 (CARPENTIER, 1962), desde então, várias abordagens, métodos e algoritmos de solução vêm sendo desenvolvidos com o objetivo de se obter boas soluções para estes problemas com bom desempenho computacional (LIMA, 2000).

O problema de FPO é um termo genérico que representa um amplo conjunto de subproblemas e que pode ser basicamente subdividido em Fluxo de Potência Ótimo Ativo (FPOA), conhecido como Despacho Econômico, e Fluxo de Potência Ótimo Reativo (FPOR) (PAPALEXOPOULOS; IMPARATO; WU, 1989).

O problema abordado neste trabalho é o problema de FPOR, em que os controles associados à potência ativa são fixados e as variáveis relacionadas à potência reativa são ajustadas para minimizar as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão de energia elétrica. Este problema é modelado como um problema de programação não-linear com variáveis discretas e contínuas.

Devido à dificuldade de solução imposta pelas variáveis discretas, a maioria das abordagens da literatura ignora a natureza discreta destas variáveis e considera todas as variáveis do problema como contínuas. Estas formulações não são realistas, pois alguns controles somente podem ser ajustados através de passos discretos.

Este trabalho investiga a eficiência do método *Outer Approximation* na resolução do problema de FPOR. Para isso, foi utilizado o algoritmo B-OA baseado no algoritmo *Outer Approximation* disponível no *solver* gratuito *Basic Open Nonlinear Mixed Integer* (BONMIN) (BONAMI et al., 2008). Testes numéricos com os sistemas elétricos IEEE 14, 30, 118 e 300 barras foram realizados e demonstram que o *solver* é eficiente na resolução de problemas de FPOR com variáveis de controle discretas e contínuas.

Este trabalho está organizado como segue: na Seção 2 é apresentada a formulação matemática do problema de FPOR com variáveis discretas e contínuas, na Seção 3 é apresentado o método *Outer Approximation*, na Seção 4 é apresentado o *solver* BONMIN, na Seção 5 são apresentados os resultados numéricos para a resolução do problema de FPOR.

2 Formulação matemática do problema de fluxo de potência ótimo reativo

O cálculo de fluxo de potência é de extrema importância nos estudos de planejamento e operação dos sistemas elétricos de potência. A modelagem do sistema é estática, assim a rede elétrica pode ser representada por um conjunto de equações e inequações algébricas.

Na formulação adotada neste trabalho, o problema de FPOR é modelado como um problema de otimização estático, não-convexo, com função objetivo não-linear, com um conjunto de

restrições de igualdade e desigualdade não-lineares e com variáveis discretas e contínuas (SILVA, 2016). As restrições de igualdade do problema de FPOR são obtidas impondo-se a primeira lei de Kirchhoff, no tocante à conservação das potências ativa e reativa em cada barra da rede, isto é, a potência líquida injetada em uma barra deve ser igual à soma das potências que fluem pelos componentes conectados a esta barra. A segunda lei de Kirchhoff é utilizada para expressar os fluxos de potência nos ramos como função das suas tensões terminais. As restrições de desigualdade representam restrições funcionais. A formulação matemática do problema de FPOR adotada neste trabalho objetiva minimizar as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão de energia elétrica e é dada por:

$$\begin{aligned}
 &\text{minimizar} && f(V, \theta) \\
 &\text{sujeito a:} && \Delta P_k(V, \theta, t) = 0, \forall k \in BCCR; \\
 & && \Delta Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) = 0, \forall k \in BC; \\
 & && \underline{Q}_k \leq Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) \leq \overline{Q}_k, \forall k \in BCR; \\
 & && \underline{V}_k \leq V_k \leq \overline{V}_k, \forall k \in BS; \\
 & && t_{(k,m)} \in \{\underline{t}_{(k,m)}, \underline{t}_{(k,m)} + p, \underline{t}_{(k,m)} + 2p, \dots, \underline{t}_{(k,m)} + np\}, \quad \forall (k,m) \in T, n \in \mathbb{N}; \\
 & && b_k^{sh} \in D_{b_k^{sh}}, \forall k \in BSS.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Em que:

- V_k representa o módulo da tensão na barra k ;
- θ_k representa o ângulo de tensão da barra k ;
- $t_{(k,m)}$ representa o *tap* do transformador da linha (k,m) ;
- b_k^{sh} representa os bancos de capacitores e de reatores *shunt* da barra k ;
- $f(V, \theta)$ representa as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão;
- $\Delta P_k(V, \theta, t) = 0$ representa o balanço de potência ativa para a barra k ;
- $\Delta Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) = 0$ representa o balanço de potência reativa para a barra k ;
- $Q_k(V, \theta, t, b^{sh})$ representa a geração de potência reativa injetada na barra k ;
- $D_{b_k^{sh}}$ representa valores discretos que os bancos de capacitores ou de reatores *shunt* k podem assumir;
- $\{\underline{t}_{(k,m)}, \underline{t}_{(k,m)} + p, \underline{t}_{(k,m)} + 2p, \dots, \underline{t}_{(k,m)} + np\}$ representa o conjunto de valores discretos que os *taps* dos transformadores podem assumir, e p representa o passo discreto;
- $BCCR$ representa o conjunto de barras de carga e controle de reativo;
- BC representa o conjunto de barras de carga;
- BCR representa o conjunto de barras de controle de reativo;

- BS representa o conjunto de barras do sistema;
- T representa o conjunto de transformadores com controle *tap*;
- BSS representa o conjunto de barras com bancos de capacitores e de reatores *shunt* variável.
- $\underline{V}_k$ e $\overline{V}_k$ representam os limites inferior e superior da magnitude de tensão na barra k , respectivamente;
- $\underline{Q}_k$ e $\overline{Q}_k$ representam os limites inferior e superior de geração de potência reativa na barra k , respectivamente.

Variáveis Contínuas:

- $V = (V_1, V_2, \dots, V_B)^T$: magnitudes de tensão das barras $1, 2, \dots, B$;
- $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_B)^T$: ângulo de tensão das barras $1, 2, \dots, B$;

Variáveis Discretas:

- $t = (t_{l_1}, t_{l_2}, \dots, t_{l_{(T)}})^T$: *taps* dos transformadores das linhas $l_1, l_2, \dots, l_{(T)}$;
- $b^{sh} = (b_{q1}^{sh}, b_{q2}^{sh}, \dots, b_{qBS}^{sh})^T$: banco de capacitores e reatores *shunt* das barras $1, 2, \dots, B$;

Na próxima seção é apresentado o método *Outer Approximation* utilizado no algoritmo BOA implementado no *solver* BONMIN e utilizado neste trabalho para a resolução do problema de FPOR.

3 O método *Outer Approximation*

O Método *Outer Approximation* foi proposto por Duran e Grossmann (1986). Neste método a função objetivo e as restrições do problema original são linearizadas. Sucessivos problemas de programação não-linear (com variáveis contínuas somente) são resolvidos e definem um problema linear, com variáveis contínuas e discretas, cuja solução é equivalente à solução do problema original. O método *Outer Approximation* é aplicado na resolução de Problemas de Programação Não Linear com Variáveis Discretas e Contínuas (PPNLDC) cuja relaxação contínua é convexa. Considere o PPNLDC dado por (2):

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar} && f(x, y) \\
 &\text{Sujeito a:} && g(x, y) \leq 0 \\
 & && \underline{x} \leq x \leq \bar{x} \\
 & && y_i \in D_{y_i}, i = 1, 2, \dots, n_y
 \end{aligned} \tag{2}$$

em que $f(x, y)$ e $g(x, y) = (g_1(x, y), g_2(x, y), \dots, g_p(x, y))$ são funções não lineares convexas e continuamente diferenciáveis.

Descreveremos o método *Outer Approximation* para problemas da forma de (2). Para isso considere o subproblema $\text{PNL}(y^j)$ dado em (3), obtido ao fixar um valor para o vetor $y = y^j$ no problema (2).

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar} && f(x, y^j) \\ &\text{Sujeito a:} && g(x, y^j) \leq 0 \\ &&& \underline{x} \leq x \leq \bar{x} \end{aligned} \quad (3)$$

E considere o Problema Mestre PLDC^K , um problema linear com variáveis contínuas e discretas dado por (4).

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar} && \eta \\ &\text{Sujeito a:} && \eta \geq f^k + (\nabla f^k)^t \begin{pmatrix} x - x^k \\ y - y^k \end{pmatrix} \\ &&& 0 \geq g^k + (\nabla g^k)^t \begin{pmatrix} x - x^k \\ y - y^k \end{pmatrix} \quad k = 1, 2, \dots, K \\ &&& \underline{x} \leq x \leq \bar{x} \\ &&& y_i \in D_{y_i}, i = 1, 2, \dots, n_y \end{aligned} \quad (4)$$

onde x^k e y^k são valores fixos para x e y , $f^k = f(x^k, y^k)$ e $g^k = g(x^k, y^k)$.

O método *Outer Approximation* se baseia na acumulação crescente de linearizações a fim de delimitar a função objetivo e a região factível do problema (2). O método inicia resolvendo o $\text{PNL}(y^0)$ onde y^0 é o valor inicial fixado para o vetor y . Seja x^0 a solução desse problema. Ao linearizar a função objetivo e as restrições ativas desse problema no ponto (x^0, y^0) , obtém-se o problema PLDC^0 , que é uma relaxação linear do problema (2). Resolve-se o problema PLDC^0 e seja $(x_{\text{PLDC}^0}^0, y_{\text{PLDC}^0}^0)$ a solução. Resolve-se então o problema $\text{PNL}(y^1)$ com $y^1 = y_{\text{PLDC}^0}^0$, dado por (3). Seja x^1 a solução desse problema, adicionam-se as linearizações da função objetivo e das restrições ativas desse problema no ponto (x^1, y^1) no problema PLDC^0 e obtém-se o problema PLDC^1 . Resolvendo este problema obtém-se o ponto y^2 , e então o processo é repetido.

Os subproblemas $\text{PNL}(y^K)$ fornecem limitantes superiores para a solução do PPNLDC (2) e os subproblemas PLDC^K fornecem limitantes inferiores. O algoritmo converge quando estes limitantes são iguais (considerando uma tolerância).

No caso de haver funções não convexas no problema (2) o problema PLDC^K não será uma relaxação do problema (2), pois as linearizações podem eliminar partes da região factível do problema (2), como pode ser observado na Figura 1. Heurísticas são associadas a este método para tratar as não convexidades das funções envolvidas, no entanto, não há garantias de que o ótimo global seja encontrado.

Figura 1: Linearização de uma região não convexa

Neste trabalho, testes foram realizados com o *solver* gratuito BONMIN, a fim de avaliar a eficiência do método *Outer Approximation* na resolução do problema de FPOR.

Na próxima seção é apresentado o *solver* BONMIN utilizado para a resolução do problema de FPOR.

4 O *solver* BONMIN

O BONMIN é um pacote *open-source* desenvolvido em C++ para resolver problemas PNLIM. O código tem sido desenvolvido por colaboradores da Universidade de Carnegie Mellon e da IBM Research. Este pacote é distribuído gratuitamente sobre a Licença Pública Comum pela Fundação COIN-OR.

O BONMIN é capaz de resolver modelos de PNLIM cujas funções possuam derivadas de segunda ordem contínua. Este pacote tem disponível seis algoritmos diferentes para resolver PNLIMs:

- B-OA: algoritmo baseado no método *Outer Approximation*;
- B-BB: algoritmo baseado no método *Branch-and-Bound*;
- B-QG: algoritmo baseado no método *Branch-and-Cut* e no método *Outer-Approximation*;
- B-Hyb: algoritmo híbrido de B-BB e B-QG;
- B-ECP: algoritmo baseado no método *Branch-and-Cut* e no método *Outer-Approximation*;
- B-iFP: algoritmo *pump*.

Os algoritmos são exatos quando o problema é convexo, caso contrário eles são heurísticos. Para os PNLIMs convexos, experimentos em um conjunto de testes razoavelmente grandes mostraram que B-Hyb teve um bom desempenho. No entanto, há casos em que B-OA, especialmente quando usado com o CPLEX como solucionador de subproblemas de programação inteira mista, é muito mais rápido do que B-Hyb. Em outros casos, B-BB é mais interessante. B-QG e B-ECP correspondem principalmente a um ajuste de parâmetro específico de B-Hyb, mas podem ser mais rápidos em alguns casos. B-iFP é adaptado para encontrar rapidamente boas soluções para PNLIMs convexos muito difíceis.

O algoritmo B-OA, por ser baseado no método *Outer Approximation*, foi o escolhido para os testes realizados neste trabalho com o objetivo de analisar o desempenho deste método na resolução do problema de FPOR.

Na próxima seção são apresentados os resultados numéricos obtidos através de testes numéricos para a resolução do problema de FPOR.

5 Resultados numéricos

Foram realizados testes numéricos com os sistemas elétricos IEEE 14, 30, 118 e 300 barras com o algoritmo B-OA disponível no *solver* BONMIN, a fim de avaliar o desempenho do método *Outer Approximation* na resolução do problema de FPOR. Neste algoritmo, os problemas de PIM (4) são resolvidos pelo método *Branch-and-Bound*, assim foram testadas diferentes opções de estratégias para escolha dos nós e das variáveis para a ramificação disponíveis no *solver* BONMIN.

5.1 Sistema elétrico IEEE 14 barras

O sistema elétrico IEEE 14 barras tem os seguintes elementos:

- 1 barra de geração (barra *slack*);
- 4 barras de controle de reativo;
- 9 barras de carga;
- 20 linhas de transmissão;
- 3 transformadores com *tap* variável;
- 1 banco de capacitor e de reator *shunt* variável.

O modelo matemático para o problema de FPOR para o sistema elétrico IEEE 14 barras possui as seguintes características:

- 22 restrições de igualdade, que representam os balanços de potência ativa e reativa das barras do sistema;
- 36 restrições de desigualdade, que representam os limites mínimos e máximos da geração de potência reativa injetada nas barras de controle reativo e a canalização das variáveis magnitudes de tensão nas barras;

- 27 variáveis contínuas, que representam as magnitudes e os ângulos de tensão nas barras;
- 4 variáveis de controle discretas, que representam os *taps* dos transformadores entre as linhas (4,7), (4,9) e (5,6) e um banco de capacitor e de reator *shunt* na barra 9.

Na modelagem considerou-se que a magnitude de tensão nas barras tem como limites mínimos e máximos 0,95 e 1,05 *pu*, respectivamente. As variáveis de controle discretas *taps* dos transformadores devem pertencer ao conjunto discreto {0,95; 0,96; 0,97; 0,98; 0,99; 1; 1,01; 1,02; 1,03; 1,04; 1,05} *pu*, isto é, o tamanho do passo entre dois valores consecutivos dos *taps* dos transformadores deve ser de 0,01 *pu* (LAGE, 2013). Considerou-se que o banco de capacitores *shunt* é um regulador de tensão formado pela associação em paralelo de três capacitores: 5 MVar, 15 MVar e 19 MVar na tensão nominal. Desta forma, considerou-se que os valores discretos que o *shunt* pode assumir são dados por todas as combinações simples possíveis entre estes capacitores, ou seja:

$$b_9^{sh} \in \{0; 0,05; 0,15; 0,19; 0,2; 0,24; 0,34; 0,39\}pu.$$

Na tabela 1, seguem os resultados obtidos nos testes com o sistema elétrico IEEE 14 barras. Estão listadas as opções testadas no *solver* BONMIN para escolha de nós a serem explorados e escolha da variável para ramificação, os valores obtidos para a função objetivo, o tempo de resolução do *solver* e o número de nós explorados. Mais detalhes sobre cada uma das estratégias listadas podem ser obtidos em Bonami e Lee (2011).

Tabela 1: Resultados numéricos. Sistema elétrico IEEE 14 barras

Opções	Perdas (MW)	Tempo (s)	Nº de nós explorados
<i>best-bound</i>	13,62	0,725	0
<i>best-guess</i>	13,62	0,600	0
<i>breadth-first</i>	13,62	0,726	0
<i>depth-first</i>	13,62	0,732	0
<i>dynamic</i>	13,62	0,727	0
<i>dfs-dive</i>	13,62	0,607	0
<i>dfs-dive-dynamic</i>	13,62	0,747	0
<i>dive</i>	13,62	0,861	0
<i>probed-dive</i>	13,62	0,851	0
<i>top-node</i>	13,62	0,740	0

5.2 Sistema elétrico IEEE 30 barras

O sistema elétrico IEEE 30 barras tem os seguintes elementos:

- 1 barra de geração (barra *slack*);
- 5 barras de controle de reativo;
- 24 barras de carga;

- 41 linhas de transmissão;
- 4 transformadores com *tap* variável;
- 2 bancos de capacitores e de reatores *shunt* variáveis.

O modelo matemático para o problema de FPOR para o sistema elétrico IEEE 30 barras possui as seguintes características:

- 53 restrições de igualdade, que representam os balanços de potência ativa e reativa das barras do sistema;
- 70 restrições de desigualdade, que representam os limites mínimos e máximos da geração de potência reativa injetada nas barras de controle reativo e a canalização das variáveis magnitudes de tensão nas barras;
- 59 variáveis contínuas, que representam as magnitudes e os ângulos de tensão nas barras;
- 6 variáveis de controle discretas, que representam os *taps* dos transformadores entre as linhas (6,9), (6,10), (4,12) e (28,27) e os bancos de capacitores e de reatores *shunt* nas barras 10 e na 24.

Na modelagem considerou-se que a magnitude de tensão nas barras tem como limites mínimos e máximos 0,95 e 1,05 *pu*, respectivamente. As variáveis de controle discretas *taps* dos transformadores devem pertencer ao conjunto discreto $\{0,95; 0,96; 0,97; 0,98; 0,99; 1; 1,01; 1,02; 1,03; 1,04; 1,05\}$ *pu*, isto é, o tamanho do passo entre dois valores consecutivos dos *taps* dos transformadores deve ser de 0,01 *pu* (GHASEMI et al., 2015). Considerou-se que o banco de capacitores *shunt* da barra 10 é um regulador de tensão formado pela associação em paralelo de três capacitores: 5 MVar, 15 MVar e 19 MVar na tensão nominal e que o banco de capacitores *shunt* da barra 24 é um regulador de tensão formado pela associação em paralelo de dois capacitores: 4 MVar e 5 MVar na tensão nominal (LAGE, 2013). Desta forma, considerou-se que os valores discretos que os *shunts* podem assumir são dadas por todas as combinações simples possíveis entre estes capacitores, ou seja:

$$b_{10}^{sh} \in \{0; 0,05; 0,15; 0,19; 0,2; 0,24; 0,34; 0,39\}pu,$$
$$b_{24}^{sh} \in \{0; 0,04; 0,05; 0,09\}pu.$$

Na tabela 2, estão os resultados obtidos nos testes com o sistema elétrico IEEE 30 barras. Estão listadas as opções testadas no *solver* BONMIN para escolha de nós a serem explorados e escolha de variáveis para ramificação, os valores obtidos para a função objetivo, o tempo de resolução do *solver* e o número de nós explorados.

5.3 Sistema elétrico IEEE 118 barras

O sistema elétrico IEEE 118 barras tem os seguintes elementos:

- 1 barra de geração (barra *slack*);

Tabela 2: Resultados numéricos. Sistema elétrico IEEE 30 barras

Opções	Perdas (MW)	Tempo (s)	Nº de nós explorados
<i>best-bound</i>	17,89	0,859	0
<i>best-guess</i>	17,89	0,862	0
<i>breadth-first</i>	17,89	0,842	0
<i>depth-first</i>	17,89	0,879	0
<i>dynamic</i>	17,89	0,850	0
<i>dfs-dive</i>	17,89	0,851	0
<i>dfs-dive-dynamic</i>	17,89	0,860	0
<i>dive</i>	17,89	0,946	0
<i>probed-dive</i>	17,89	0,840	0
<i>top-node</i>	17,89	0,965	0

- 53 barras de controle de reativo;
- 64 barras de carga;
- 186 linhas de transmissão;
- 9 transformadores com *tap* variável;
- 14 bancos de capacitores e de reatores *shunt* variáveis.

O modelo matemático para o problema de FPOR para o sistema elétrico IEEE 118 barras possui as seguintes características:

- 182 restrições de igualdade, que representam os balanços de potência ativa e reativa das barras do sistema;
- 360 restrições de desigualdade, que representam os limites mínimos e máximos da geração de potência reativa injetada nas barras de controle reativo e a canalização das variáveis magnitudes de tensão nas barras;
- 235 variáveis contínuas, que representam as magnitudes e os ângulos de tensão nas barras;
- 23 variáveis de controle discretas, que representam os *taps* dos transformadores entre as linhas (8,5), (26,25), (30,17), (38,37), (63,59), (64,61), (65,66), (68,69) e (81,80) e os bancos de capacitores e de reatores *shunt* nas barras 5, 34, 37, 44, 45, 46, 48, 74, 79, 82, 83, 105, 107 e 110.

Na modelagem considerou-se que a magnitude de tensão nas barras tem como limites mínimos e máximos 0,95 e 1,05 *pu*, respectivamente. As variáveis de controle discretas *taps* dos transformadores devem pertencer ao conjunto discreto {0,95; 0,96; 0,97; 0,98; 0,99; 1; 1,1; 1,02; 1,03; 1,04; 1,05} *pu*, isto é, o tamanho do passo entre dois valores consecutivos dos *taps* dos transformadores deve ser de 0,01 *pu* (ZHAO; GUO; CAO, 2005). Considerou-se que os bancos de capacitores e de reatores *shunt* devem pertencer aos conjuntos:

$$\begin{aligned}
 b_5^{sh} &\in \{-0,40;0\}, \\
 b_k^{sh} &\in \{0;0,06;0,07;0,13;0,14;0,2\}, \forall k \in \{34,107,110\}, \\
 b_{37}^{sh} &\in \{-0,25;0\}, \\
 b_k^{sh} &\in \{0;0,01\}, \forall k \in \{44,45,46\}, \\
 b_{48}^{sh} &\in \{0;0,15\}, \\
 b_{74}^{sh} &\in \{0;0,08;0,12;0,2\}, \\
 b_k^{sh} &\in \{0;0,01;0,02\}, \forall k \in \{79,82,46,105\}.
 \end{aligned}$$

Na tabela 3, seguem os resultados obtidos nos testes com o sistema elétrico IEEE 118 barras. Estão listadas as opções testadas no *solver* BONMIN para escolha de nós a serem explorados e escolha de variáveis para ramificação, os valores obtidos para a função objetivo, o tempo de resolução do *solver* e o número de nós explorados.

Tabela 3: Resultados numéricos. Sistema elétrico IEEE 118 barras

Opções	Perdas (MW)	Tempo (s)	Nº de nós explorados
<i>best-bound</i>	122,67	1,191	0
<i>best-guess</i>	122,67	1,198	0
<i>breadth-first</i>	122,67	1,197	0
<i>depth-first</i>	122,67	1,229	0
<i>dynamic</i>	122,67	1,254	0
<i>dfs-dive</i>	122,67	1,186	0
<i>dfs-dive-dynamic</i>	122,67	1,127	0
<i>dive</i>	122,67	1,121	0
<i>probed-dive</i>	122,67	1,184	0
<i>top-node</i>	122,67	1,208	0

5.4 Sistema elétrico IEEE 300 barras

O sistema elétrico IEEE 300 barras tem os seguintes elementos:

- 1 barra de geração (barra *slack*);
- 68 barras de controle de reativo;
- 231 barras de carga;
- 409 linhas de transmissão;
- 50 transformadores com *tap* variável;
- 14 bancos de capacitores e de reatores *shunt* variáveis.

O modelo matemático para o problema de FPOR para o sistema elétrico IEEE 300 barras possui as seguintes características:

- 530 restrições de igualdade, que representam os balanços de potência ativa e reativa das barras do sistema;
- 836 restrições de desigualdade, que representam os limites mínimos e máximos da geração de potência reativa injetada nas barras de controle reativo e a canalização das variáveis magnitudes de tensão nas barras;
- 599 variáveis contínuas, que representam as magnitudes e os ângulos de tensão nas barras;
- 64 variáveis de controle discretas, que representam os *taps* dos transformadores entre as linhas (31,266), (266,271), (266,273), (270,293), (3,1), (3,2), (3,4), (7,5), (7,6), (10,11), (15,17), (16,15), (23,22), (30,29), (39,38), (39,40), (54,53), (55,56), (61,62), (68,73), (70,81), (71,83), (72,78), (93,186), (100,94), (101,136), (109, 110), (109,129), (120,153), (121,154), (122,123), (122,127), (124,159), (132,162), (138,96), (142,116), (143,134), (161,118), (168, 189), (172,175), (174,191), (179,227), (180,57), (181,190), (183,246), (190,191), (197,198), (202,203), (98,243) e (99,244) e os bancos de capacitores e de reatores *shunt* nas barras 96, 99, 133, 143, 145, 152, 158, 169, 210, 217, 219, 227, 268 e 283.

Na modelagem considerou-se que a magnitude de tensão nas barras tem como limites mínimos e máximos 0,9 e 1,1 *pu*, respectivamente. As variáveis de controle discretas *taps* dos transformadores devem pertencer ao conjunto discreto $\{0,90; 0,91; 0,92; 0,93; 0,94; 0,95; 0,96; 0,97; 0,98; 0,99; 1; 1,1; 1,02; 1,03; 1,04; 1,05; 1,06; 1,07; 1,08; 1,09; 1,1\}$ *pu*, isto é, o tamanho do passo entre dois valores consecutivos dos *taps* dos transformadores deve ser de 0,01 *pu* (ZHAO; GUO; CAO, 2005). Considerou-se que os bancos de capacitores e de reatores *shunt* devem pertencer aos conjuntos:

$$\begin{aligned} b_{96}^{sh} &\in \{0; 2; 3; 5; 4; 5\}, \\ b_k^{sh} &\in \{0; 0,25; 0,44; 0,59\}, \forall k \in \{99, 152, 158, 227\}, \\ b_{133}^{sh} &\in \{0; 0,19; 0,34; 0,39\}, \\ b_k^{sh} &\in \{-4,5; 0\}, \forall k \in \{143, 145, 210, 217\}, \\ b_{169}^{sh} &\in \{-2,5; 0\}, \\ b_{219}^{sh} &\in \{-1,5; 0\}, \\ b_k^{sh} &\in \{0; 0,15; 0,02\}, \forall k \in \{268, 283\}. \end{aligned}$$

Na tabela 4, seguem os resultados obtidos nos testes com o sistema elétrico IEEE 300 barras. Estão listadas as opções testadas no *solver* BONMIN para escolha de nós a serem explorados e escolha de variáveis para ramificação, os valores obtidos para a função objetivo, o tempo de resolução do *solver* e o número de nós explorados.

6 Considerações finais e perspectivas futuras

O problema de FPOR é considerado um problema de difícil resolução ao ser modelado como um problema de programação não-linear inteira mista (PNLIM). Neste trabalho, o problema de FPOR foi resolvido pelo método *Outer Approximation*, utilizando o algoritmo B-OA disponível no *solver* BONMIN para analisar a eficiência e competitividade deste método.

Tabela 4: Resultados numéricos. Sistema elétrico IEEE 300 barras

Opções	Perdas (MW)	Tempo (s)	Nº de nós explorados
<i>best-bound</i>	351,94	190,098	0
<i>best-guess</i>	351,94	187,865	0
<i>breadth-first</i>	351,94	186,459	0
<i>depth-first</i>	351,94	186,631	0
<i>dynamic</i>	351,94	191,079	0
<i>dfs-dive</i>	351,94	213,867	0
<i>dfs-dive-dynamic</i>	351,94	247,147	0
<i>dive</i>	351,94	295,319	0
<i>probed-dive</i>	351,94	253,327	0
<i>top-node</i>	351,94	245,727	0

Todas as opções testadas deste algoritmo se mostraram eficientes na resolução do problema de FPOR e convergiram para o mesmo resultado nos testes em cada sistema. A principal diferença entre as opções testadas diz respeito ao tempo de resolução. As diferenças significativas em relação ao tempo de resolução foram notadas nos testes com o sistema IEEE 300 barras, em que a diferença entre o maior tempo de resolução obtido e o menor tempo foi de 37%. O algoritmo B-OA apresentou alto tempo computacional em todos os testes realizados com o sistema IEEE 300 barras.

Foi realizada uma comparação entre os valores assumidos pela função objetivo do problema de FPOR quando as variáveis de controle deste problema são consideradas discretas e quando estas são consideradas contínuas. Observou-se que a diferença entre os dois casos foi de, aproximadamente, 0,07%, 0,22%, 0,57% e 2% para sistemas elétricos IEEE 14, 30, 118 e 300 barras, respectivamente, o que comprova a qualidade das soluções discretas obtidas.

A resolução do problema de FPOR com variáveis discretas fornece um nível de tensão do sistema real, garantindo melhor qualidade no fornecimento de energia elétrica aos consumidores.

7 Referências bibliográficas

ALRASHIDI, M. R.; EL-HAWARY, M. E. Hybrid particle swarm optimization approach for solving the discrete OPF problem considering the valve loading effects. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 22, n. 4, p. 2030-2038, 2007.

BONAMI, P. et al. An algorithmic framework for convex mixed integer nonlinear programs. **Discrete Optimization**, v. 5, n. 2, p. 186-204, 2008.

BONAMI, P.; LEE, J. **BONMIN users' manual: version 1.5**. [S.l.: s.n.]: 2011. Disponível em: https://projects.coin-or.org/Bonmin/browser/stable/1.5/Bonmin/doc/BONMIN_UsersManual.pdf?format=raw. Acesso em: 03 nov. 2017.

CARPENTIER, J. L. Contribution a l'étude du dispatching économique. **Bulletin de la Société Française des Electriciens**, v. 3, p. 431-447, 1962.

DURAN, M. A.; GROSSMANN, I. E. An outer-approximation algorithm for a class of mixed-integer nonlinear programs. **Mathematical Programming**, v. 36, n. 3, p. 307–339, 1986.

GHASEMI, M. et al. Solving optimal reactive power dispatch problem using a novel teaching–learning-based optimization algorithm. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 39, p. 100–108, 2015.

LAGE, G. G. **O fluxo de potência ótimo reativo com variáveis de controle discretas e restrições de atuação de dispositivos de controle de tensão**. 2013. 234 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – EESC/USP, São Carlos, 2013.

LIMA, F. G. M. **Fluxo de potência ótimo paramétrico**. 2000. 149 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – UNICAMP, Campinas, 2000.

MATOS, L. R.; SILVA, D. P.; SOLER, E. M. Uma análise do método Outer Approximation na resolução do problema de fluxo de potência ótimo com variáveis de controle discretas. In: ENCONTRO REGIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 4., 2017, Bauru. **Caderno de trabalhos completos e resumos**. Bauru: Unesp, Faculdade de Ciências, 2017, p. 562-564. Disponível em: <http://www.fc.unesp.br/#!/departamentos/matematica/eventos2341/ermac/cadesnos-de-trabalhos-completos-e-resumos/>. Acesso em: 03 nov. 2017.

PAPALEXOPOULOS, A. D.; IMPARATO, C. F.; WU, F. F. Large-scale optimal power flow: effects of initialization, decoupling and discretization. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 4, n. 2, p. 748-759, 1989.

SILVA, D. P. **Funções penalidade para o tratamento das variáveis discretas do problema de fluxo de potência ótimo reativo**. 2016. 114 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Unesp, Bauru, 2016.

SOLER, E. M.; ASSADA, E. N.; COSTA, G. R. M. DA. Penalty-based nonlinear solver for optimal reactive power dispatch with discrete controls. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 3, p. 2174-2182, 2013.

SOLER, E.M. **Resolução do problema de fluxo de potência ótimo com variáveis de controle discretas**. 2011. 108 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – EESC/USP, São Carlos, 2011.

ZHAO, B.; GUO, C. X.; CAO, Y. J. A multiagent-based particle swarm optimization approach for optimal reactive power dispatch. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 20, n. 2, p. 1070–1078, 2005.

Artigo recebido em jun. 2017 e aceito em nov. 2017.