ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 3 за 2022 г.

ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

А.В. Колесниченко

Роль черного излучения в модификации критериев неустойчивости Джинса для экзопланетного пылевого плазменного диска при учете магнитной вязкости и лучевого теплообмена

Статья доступна по лицензии
Creative Commons Attribution 4.0 International

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Колесниченко А.В. Роль черного излучения в модификации критериев неустойчивости Джинса для экзопланетного пылевого плазменного диска при учете магнитной вязкости и лучевого теплообмена // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2022. № 3. 35 с. https://doi.org/10.20948/prepr-2022-3
https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2022-3

О р д е н а Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Р о с с и й с к о й а к а д е м и и н а у к

А.В. Колесниченко

Роль черного излучения в модификации критериев неустойчивости Джинса для экзопланетного пылевого плазменного диска при учете магнитной вязкости и лучевого теплообмена

Москва — 2022

Колесниченко А. В.

Роль черного излучения в модификации критериев неустойчивости Джинса для экзопланетного пылевого плазменного диска при учете магнитной вязкости и лучевого теплообмена.

Аннотация. В рамках проблемы моделирования эволюции экзопланетного диска обсуждается влияние черного излучения и взвешенных пылевых частиц на джинсовскую магнито-гравитационную неустойчивость для самогравитирующего намагниченного плазменного диска, с учетом эффектов воздействия вращения, крупномасштабного магнитного поля, диссипативных процессов магнитной вязкости и лучевого теплопереноса. Используя анализ нормального режима, выведено общее дисперсионное соотношение. На его основе получены модифицированные критерии джинсовской неустойчивости для ряда частных случаев, связанных с различными относительными ориентациями магнитного поля, оси вращения и вектора распространения волны возмущения. Устойчивость среды обсуждается с помощью критерия Рауса–Гурвица. Как в случае продольного, так и в поперечном направлении распространения малоамплитудной волны возмущения критерии нестабильности Джинса модифицируются за счет лучевых теплопотерь и стоксовой коррекции. Полученные результаты позволяют лучше понять проблему, связанную с эволюцией звездных экзопланетных дисков.

Ключевые слова*:* гравитационный критерий Джинса, экзопланетные плазменные диски, чернотельное излучение, неизоэнтропические эффекты лучистой теплопередачи.

Aleksandr Vladimirovich Kolesnichenko

The role of black radiation in the modification of the Jeans instability criteria for exoplanetary dusty plasma disk with allowance for magnetic viscosity and radiative heat transfer.

Annotation. Within the framework of the problem of modeling the evolution of an exoplanetary disk, the influence of blackbody radiation on the Jeans magneto-gravitational instability for a self-gravitating plasma disk is discussed, taking into account the influence on the critical length of the disturbing wave of rotation, magnetic field, dissipative processes of viscosity and thermal conductivity, as well as radiation pressure and radiation heat loss. Using the analysis of the normal mode, the general dispersion relation is derived. On its basis, modified criteria for the Jeans instability were obtained for a number of special cases associated with different relative orientations of the magnetic field, the axis of rotation, and the propagation vector of the disturbance wave. The stability of the environment is discussed using the Hurwitz criterion. Both in the case of longitudinal and transverse directions of propagation of the disturbance wave, the Jeans instability criterion is modified due to the presence of radiation heat losses and Stokes correction. The results obtained allow us to better understand the problem associated with the evolution of stellar exoplanetary disks.

Key words: Jeans gravitational criterion, exoplanetary plasma disks, blackbody radiation, nonisentropic effects of radiant heat transfer.

ВВЕДЕНИЕ

Критерии гидродинамической неустойчивости во вращающемся горячем газе (плазме) имеют ключевое значение в понимании процессов образования многих астрофизических объектов. При этом гравитационная неустойчивость Джинса является фундаментальным процессом фрагментации самогравитирующего астрофизического вещества. В частности, экзопланеты формируются из самогравитирующих звездных дисков в результате потери ими гравитационной устойчивости. Однако полной ясности в том, какие физико-механические процессы доминируют при их формировании, до сих пор нет. Большинство обнаруженных на сегодня экзопланетных дисков вокруг галактических звезд сильно отличаются от протопланетного диска Солнца. По этой причине теория, которая используется для описания эволюции Солнечной системы, является, по-видимому, одной из многих, и для адекватного моделирования эволюции звездных экзопланетных дисков она должна быть частично видоизменена и дополнена.

Классическая теория гравитационной неустойчивости Джинса предполагает, что среда однородна и изотропна и характеризуется баротропным уравнением состояния (Jeans, 1902). Существенное усовершенствование этой теории при учете различных предположений о вращении и магнитном поле было выполнено Чандрасекхаром (Chandrasekhar, 1961). В дальнейшем многочисленные исследователи обсуждали гравитационную неустойчивость вращающихся газа и плазмы в разных аспектах относительной ориентации магнитного поля, оси вращения и вектора распространения волны возмущения, а также с учетом влияния разнообразных физических процессов и явлений (см., например, Bhatia, 1967; Aggarwal, Talwar, 1969; Sharma, 1974; Михайловский, 1977; Sharma, Singh. 1988; Bora, Nayyar, 1991; Bora, Talwar, 1993; Jacobs, Shukla, 2005; Borah, Sen, 2007; Shaikh и др., 2007, 2008; Prajapati и др., 2010; Dhiman, Dadwal, 2010, 2011, 2012; Kaothekar, Chhajlani, 2012; Prajapati и др., 2012; Argal и др., 2014; Jain и др., 2015; Kaothekar, 2016; Joshi, Pensia, 2017; Kumar и др., 2017; Pensia и др., 2018; Колесниченко, 2020).

Существует также относительно небольшое число работ, в которых при различных предположениях относительно направления магнитного поля и режимов распространения волны возмущения было исследовано влияние взвешенных частиц и тепловой проводимости на магнито-гравитационную нестабильность вращающейся плазмы (см., например, Chhajlani, Vaghela, 1987; Tsintsadze и др., 2008; Prajapati, Chhajlani, 2011; Prajapati, Bhakta,

2015; Sharma, Patidar, 2017; Kumar и др., 2018; Dolai, Prajapati, 2018). Во всех публикациях подобного рода показано, что критерий неустойчивости Джинса сохраняется с некоторыми модификациями, связанными с учетом различных параметров.

Вместе с тем в литературе на сегодняшний день имеется совсем немного работ, в которых исследуется влияние черного излучения на эволюцию самогравитирующих астрофизических объектов (см., например, Vranješ, Čadež. 1990; Vranješ, 1990; Vaghela, Shrivastava,1994; Prajapati, Chhajlani, 2011; Kumar и др., 2017; Kolesnichenko, 2020, 2021). Кроме того, почти во всех приведенных работах рассматривались только изоэнтропические волновые возмущения, при которых энтропия каждого элемента массы на всем его пути сохраняется. В этом случае малые эйлеровы вариации давления P'/P, плотности ρ'/ρ и температуры T'/T в линеаризованном уравнении сохранения энергии определялись, как правило, с учетом известных адиабатических соотношений Эддингтона–Чандрасекхара (см. Тассуль, 1982). И, хотя для большинства астрофизических приложений эти соотношения представляют собой достаточно разумное предположение, во многих более реалистических ситуациях существенную роль может играть отклонение от изоэнтропичности, при которой элементы массы приобретают или теряют тепло (например, в звездах верхней части главной последовательности, в которых лучистое давление преобладает над газовым). Если учитывается отклонение от изоэнтропичности, то относительно простые адиабатические соотношения Эддингтона–Чандрасекхара (Eddington, 1959) более не применимы и следует использовать другие соотношения (Cox, Giuli, 1968; Ch 9), усложненные за счет учета вектора потока энергии, обусловленного всеми возможными механизмами переноса (излучение, теплопроводность, конвекция, нейтринные потери, потеря массы и т.п.). Вопрос о неустойчивости самогравитирующего плазменного облака, с учетом лучевого давления и радиационной теплопроводности, в неизоэнтропическом случае почти не обсуждался в литературе. Насколько известно автору, только в двух публикациях (Kaneko и др., 2005; Kaneko, Morita, 2006) методом радиационной акустики Уитхема (см. Cogley, Vincent, 1969), было исследовано распространение одномерных малоамплитудных возмущений в излучающей и рассеивающей серой среде идеального газа с учетом лучевых теплопотерь.

В связи с этим представляется вполне оправданным появление работ, целью которых является всестороннее исследование того, как классический критерий гравитационной неустойчивости Джинса для пылевой плазмы мо-

дифицируется для вращающихся астрофизических оптически тонких [1)] намагниченных плазменных объектов в случае неизоэнтропичности возмущений совокупных параметров вещества и черного излучения при наличии динамически значимого лучевого давления, лучистой вязкости и теплопередачи, а также крупномасштабных магнитных полей и турбулентности.

1. БАЗИСНАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ НАМАГНИЧЕННОЙ ИЗЛУЧАЮЩЕЙ ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЫ

Рассмотрим в упрощенной постановке проблему влияния силы Кориолиса, однородного магнитного поля и чернотельного изотропного излучения на динамическую неустойчивость звездного экзопланетного облака, вещество которого, являющееся смесью пылевой плазмы и черного излучения, вращается вокруг фиксированной в пространстве оси с некоторой заданной угловой скоростью $\mathbf{\Omega}$. Будем предполагать, что пылевая фаза в каждом элементарном объеме присутствует в виде сферических включений одинакового радиуса r, причем объемная концентрация дисперсной фазы $\alpha = (4/3)\pi r^3 n$ не очень велика. По этой причине можно пренебречь непосредственным взаимодействием и столкновениями между пылевыми частицами. Будем также предполагать, что экзопланетное облако (оптически тонкий диск) в значительной мере обладает осевой симметрией, что является следствием его вращения вокруг центральной звезды. Исходные уравнения звездной гидродинамики для химически однородной облачной среды, записанные при отсутствии некоторых диссипативных эффектов, состоят в этом случае из следующих уравнений Навье–Стокса, уравнения Пуассона и уравнения магнитной индукции:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \tag{1}$$

$$\rho \left\{ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} \right\} = -\nabla P + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_{\Sigma} + \mathbf{j} \times \mathbf{H} + \rho \nabla \Phi + \rho_{\mathrm{d}} \nu_{\mathrm{c}} (\mathbf{u}_{\mathrm{d}} - \mathbf{u}), \tag{2}$$

[1)] Диски с преобладанием излучения преимущественно оптически тонкие. Температура оптически тонких дисков определяется балансом между радиационным нагревом и вязкостным нагревом с одной стороны, и радиационным охлаждением с другой (см. Фридман, Хоперсков, 2011).

$$\rho_{\mathrm{d}}\left(\frac{\partial \mathbf{u}_{\mathrm{d}}}{\partial t}+(\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u}_{\mathrm{d}}\right)=\rho_{\mathrm{d}}\nu_{\mathrm{c}}(\mathbf{u}-\mathbf{u}_{\mathrm{d}}), \qquad = \qquad (3)$$

$$\rho\left\{\frac{\partial E}{\partial t}+\mathbf{u}\cdot\nabla E\right\}+P\nabla\cdot\mathbf{u}=-\nabla\cdot(\mathbf{J}_g+\mathbf{J}_r), \qquad (4)$$

$$\partial\mathbf{H}/\partial t=\nabla\times(\mathbf{u}\times\mathbf{H}), \quad \nabla\cdot\mathbf{H}=0, \qquad (5)$$

$$\nabla^2\Phi=-4\pi G\rho. \qquad (6)$$

Здесь

$$P(\rho,T):=P_g+P_r\equiv P_g+aT^4/3, \qquad (7)$$

$$E(\rho,T)=e_g+e_r\equiv e_g+aT^4/\rho \qquad (8)$$

− соответственно полное давление и полная внутренняя энергия (на единицу массы) плазмы и чернотельного излучения; $T(\mathbf{r},t)$ − абсолютная температура; a − постоянная давления излучения; $\mathbf{J}_g(\mathbf{r},t)+\mathbf{J}_r(\mathbf{r},t)$ − сумма потоков тепла, обусловленных теплопроводностью и лучевым теплопереносом; $e_g(\mathbf{r},t)=C_{Vg}T=(3/2)P_g/\rho$ − удельная внутренняя энергия (на единицу массы) вещества плазменного облака; $e_r(\mathbf{r},t)=aT^4/\rho$ − удельная энергия чернотельного излучения; $P_g(\mathbf{r},t)=(\mathcal{R}/\bar{\mu})\rho T=(2/3)\rho e_g$ − тепловое давление плазменного вещества (аналог закона состояния в кинетической теории идеальных газов); $P_r(\mathbf{r},t)=aT^4/3$ − лучевое давление (заметим, что в типичных случаях газовое давление преобладает над лучевым давлением по всему экзопланетному облаку, за исключением самых внутренних областей с высокой температурой); $\Phi(\mathbf{r})$ − ньютоновский гравитационный потенциал, являющийся решением уравнения Пуассона (6); G − гравитационная постоянная; $\mathbf{j}(\mathbf{r},t)=(1/4\pi)\nabla\times\mathbf{H}$ – плотность тока; ρ_{d} $(\rho\gg\rho_{\mathrm{d}})$ – плотность нейтральной компоненты вещества (пыли); $\nu_{\mathrm{c}}=6\pi\rho r\nu$ – частота столкновений между частицами пыли и плазмы (ν – кинематическая вязкость несущей фазы); $\mathbf{H}$ – напряженность внешнего магнитного поля (далее все электромагнитные величины измеряются в единицах СГСМ); $C_{Vg}=(3/2)\mathcal{R}/\bar{\mu}$ − удельная изохорная теплоёмкость плаз-

менной составляющей облака, $\mathcal{R}$ – универсальная газовая постоянная; $\bar{\mu}$ – средняя атомная масса; $\gamma = C_{Pg} / C_{Vg} = 5/3$ – показатель адиабаты для идеальной плазмы; $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{H}}$ – не зависящий от столкновений частиц аналог тензора вязких напряжений плазмы, для которой ларморовский радиус играет роль обычной длины свободного пробега; $\boldsymbol{\tau}_r$ – тензор лучистых напряжений, который по структуре также похож на тензор вязких напряжений для вещества); полный тензор вязких напряжений для плазмы с темным излучением $\boldsymbol{\tau}_{\Sigma} = \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{H}} + \boldsymbol{\tau}_r$ имеет компоненты

$$\tau_{\Sigma ij} = \mu_{\Sigma} (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i - (2/3)\delta_{ij} \nabla \cdot \mathbf{u}),$$

где $\mu_{\Sigma} := \mu_g + \mu_r$ – полный коэффициент сдвиговой вязкости. Остальные символы имеют обычный смысл.

Дивергенция $\nabla \cdot (\mathbf{J}_g + \mathbf{J}_r)$ в уравнении (4) описывает приток тепла от соседних элементов плазменного облака. Далее считается, что $\mathbf{J}_g = -\lambda_g \nabla T$, где λ_g – коэффициент теплопроводности, являющийся мерой необратимого переноса тепловой энергии между частицами плазмы от областей облака, температура которых выше, к областям с низкой температурой. Если исключить из рассмотрения внешние области плазменного облака, близкие к поверхности, то вектор потока излучения также может быть записан в виде:

$$\mathbf{J}_r = -\lambda_r \nabla T, \quad \lambda_r = \tfrac{4}{3}(ac/\kappa\rho) T^3, \tag{9}$$

где λ_r – коэффициент лучистой теплопроводности, обусловленный радиационной передачей тепла. Здесь c – скорость света; κ – коэффициент поглощения фотонов в газовой среде (непрозрачность Крамерса), зависящий от параметров ρ, T и химического состава, $\kappa \propto \rho^n T^s$ (см., например, Шапиро, Тьюколски, 1985). Заметим, что для многих плазменных астрофизических объектов (исключая вырожденные звезды) обычно полностью пренебрегают теплопроводностью ($\lambda_g \ll \lambda_r$).

При написании системы уравнений (1)-(6) были сделаны часто используемые в астрофизической литературе предположения. В частности, не учитывались токи смещения и предполагалось, что магнитная проницаемость плазменного вещества равна единице. В уравнении магнитной индукции (6) не учитывалась диффузия магнитного поля, поскольку для больших астро-

физических масс крупномасштабное магнитное поле очень медленно просачивается сквозь вещество (т.е. далее рассматривается идеально проводящая среда с нулевой магнитной вязкостью, $\nu_{\mathrm{H}} = 0$). По этой же причине в законе сохранения тепловой энергии (4) опущен член уравнения $(\nu_{\mathrm{H}} / 4\pi)\left|\nabla \times \mathbf{H}\right|^2$. Кроме этого, в энергетическом уравнении (4) не учитывался внутренний нагрев плазменного облака, описываемый так называемой диссипативной функцией $\Phi_v := \tau_{ij}\tau_{ij} / 2\mu_\Sigma$, которая пропорциональна полному коэффициенту сдвиговой вязкости

$$\mu_\Sigma := \mu_g + \mu_r = \tfrac{2}{5} m^{1/2} (\mathrm{k_B} T)^{5/2} / (e^4 \ln \Lambda) + \tfrac{4}{15} a T^4 / (c\kappa\rho) \quad , \tag{10}$$

где $\mu_r = 4aT^4 / (15c\kappa\rho)$ – коэффициент лучистой вязкости; m – масса протона, e – заряд электрона в единицах СГСЭ, а $\mathrm{k_B}$ – постоянная Больцмана; величина Λ равна $\Lambda = \frac{3}{2} e^{-3} (m \mathrm{k_B^3} T^3 / \pi\rho)^{1/2}$ и пропорциональна расстоянию обрезания столкновений, которое принимается равным дебаевскому радиусу. Формула (10) справедлива для чисто водородной плазмы, что вполне приемлемо для наших целей. Коэффициенты сдвиговой вязкости μ_g и μ_r описывают перенос импульса соответственно за счет аналога столкновений в плазме и излучения при наличии градиента скорости.

Изоэнтропические процессы в среде, содержащей газ и радиацию

Уравнение баланса полной внутренней энергии радиационной плазмы (4) удобно переписать, используя уравнение неразрывности (1), в форме первого начала термодинамики (тождества Гиббса)[2)]

$$dE / dt + P d(1/\rho) / dt = dQ / dt = T dS / dt \quad , \qquad \left(d/dt := \partial / \partial t + \mathbf{u} \cdot \nabla \right), \tag{11}$$

где $\rho dQ / dt := -\nabla \cdot (\mathbf{J}_g + \mathbf{J}_r)$ – полная скорость выделения тепла за счет энергии, уносимой теплопроводностью и излучением из элемента среды при

[2)] Следует отметить, что тождество Гиббса (11) для энтропии $S(\mathbf{r}, t)$ (на единицу массы системы) является совершенно таким же, как в случае неэлектропроводящей жидкости (см. де Гроот, Мазур, 1964).

его движении.

В случае адиабатического (изоэнтропического) движения дивергенция $\nabla\cdot(\mathbf{J}_g+\mathbf{J}_r)$ равна нулю во всех точках, т.е. теплота не течет через поверхность внутри жидкой среды. В этом случае уравнение притока тепла (11) принимает вид

$$\rho\, dE/dt-(P/\rho)\,d\rho/dt=0\,, \tag{12}$$

выражающий тот факт, что скорость изменения полной внутренней энергии движущегося элемента астрофизической среды равна работе по сжатию этого элемента, совершаемой окружающей средой. Для астрофизических целей часто удобно использовать вместо уравнения (12) следующие две эквивалентные между собой его формы (см., например, Тассуль, 1982):

$$\frac{d}{dt}\ln P=\Gamma_1\frac{d}{dt}\ln\rho\,,\quad \frac{d}{dt}\ln T=(\Gamma_3-1)\frac{d}{dt}\ln\rho\,, \tag{13}$$

где Γ_1 и Γ_3 – так называемые обобщенные показатели адиабаты для смеси вещества и чернотельного излучения, определяемые соотношениями

$$\Gamma_1:=\left(\frac{\partial\ln P}{\partial\ln\rho}\right)_{ad}=\beta+\frac{(4-3\beta)^2(\gamma-1)}{\beta+12(\gamma-1)(1-\beta)}\,,$$

$$\Gamma_3-1:=\left(\frac{\partial\ln T}{\partial\ln\rho}\right)_{ad}=\frac{(4-3\beta)(\gamma-1)}{\beta+12(\gamma-1)(1-\beta)}=\frac{\Gamma_1-\beta}{4-3\beta}\,. \tag{14}$$

Здесь $\beta:=P_g/(P_g+P_r)$ – коэффициент, характеризующий долю плазменного вещества в полном давлении системы.

Когда $\gamma=5/3$, то

$$\Gamma_1=\frac{32-3\beta(\beta+8)}{3(8-7\beta)},\quad \Gamma_3-1=\frac{8-6\beta}{3(8-7\beta)}.$$

Если $P_g\gg P_r$, то $\beta\simeq 1$ и все обобщенные показатели адиабаты для смеси «плазма + излучение» совпадают с показателем адиабаты идеального газа $\Gamma_1=\Gamma_3=\gamma$, а когда присутствует одно лишь излучение абсолютно черного тела ($P_g\ll P_r$), то они равны 4/3. Таким образом, для рассматриваемой

астрофизической системы обобщенные показатели адиабаты принимают промежуточные значения от 4/3 до 5/3.

Неизоэнтропические процессы в радиационной среде

Далее мы проанализируем вопрос о гравитационной неустойчивости стационарно вращающегося экзопланетного плазменного пылевого облака с учетом лучевого давления и крупномасштабного магнитного поля в более общем случае квазиадиабатических возмущений параметров состояния, связанных с лучевым переносом тепла (в диффузионном приближении) и магнитной вязкостью. В этом случае вместо уравнений (13) нужно использовать другие формы энергетического уравнения (4) (см., например, Cox, 1979)

$$\frac{d}{dt}\ln P=\begin{cases}\Gamma_1 d\ln\rho/dt+(\Gamma_3-1)P^{-1}\rho\dfrac{dQ}{dt}, & (a)\\ \Gamma_1 d\ln\rho/dt+(\chi_T/C_V T)\dfrac{dQ}{dt}, & (b)\end{cases} \tag{15}$$

$$\frac{d}{dt}\ln T=\begin{cases}(\Gamma_3-1)d\ln\rho/dt+(1/C_{V\Sigma}\rho T)\dfrac{dQ}{dt}, & (a)\\ \left[(\Gamma_3-1)/\Gamma_1\right]d\ln P/dt+(1/C_{P\Sigma}T)\dfrac{dQ}{dt}. & (b)\end{cases} \tag{16}$$

Здесь $C_{V\Sigma}=C_{Vg}\dfrac{(\gamma-1)(4-3\beta)^2}{\beta(\Gamma_1-\beta)}$, $C_{P\Sigma}=C_{V\Sigma}\dfrac{\Gamma_1}{\beta}$ – соответственно полные удельные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении для облака, содержащего вещество и радиацию, а коэффициент χ_T определяется как

$$\chi_T:=\left(\frac{\partial\ln P}{\partial\ln T}\right)_\rho=\frac{(\Gamma_3-1)\rho C_{V\Sigma}T}{P},\ \text{тогда}\ \chi_T/C_{V\Sigma}T=\rho(\Gamma_3-1)/P.$$

2. ЛИНЕАРИЗОВАННЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для изучения мелкомасштабных возмущений линеаризуем систему уравнений (1)-(6). Для этого представим магнито-гидродинамические пере-

менные в виде сумм невозмущенных ρ_0, T_0, P_0 $\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_{d0}$, $\mathbf{H}_0$, Φ_0 и возмущенных $\rho', T', P', \mathbf{u}', \mathbf{u}'_d, \mathbf{H}'$, Φ'[3)] величин. Невозмущенные величины описывают по предположению некоторое равновесное состояние плазменного диска, а возмущенные − суть малые возмущения параметров, слабо нарушающие невозмущенное состояние. При этом будем считать, что невозмущенное состояние соответствует равновесному состоянию однородного диска с $\mathbf{u}_0 = 0, \mathbf{u}_{d0} = 0$ $\mathbf{H}_0 = \mathrm{H}\,\mathbf{i}_z$ и используем так называемое «мошенничество» Джинса $\Phi_0 \cong 0$[4)], согласно которому уравнение Пуассона (6) применяется лишь к возмущениям плотности. Кроме этого, будем для простоты предполагать, что характерная длина волны возмущения мала по сравнению с характерным размером изменения параметров P_0, T_0, ρ_0 и с некоторыми другими характерными длинами задачи (т.е. ограничимся так называемым приближением коротковолновой акустики); тогда в линеаризованных уравнениях можно пренебречь пространственными производными для этих величин. Далее индекс «0» у невозмущенных величин будем опускать.

С учетом сделанных упрощающих предположений дифференциальные уравнения (1)-(6), при выполнении необходимых разложений и удержании только членов первого порядка относительно малых возмущений, принимают следующий линеаризованный вид (здесь энергетическое уравнение (3) записано в форме (15а)):

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u}' = 0, \tag{17}$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} = -\nabla P' + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}' + \frac{1}{4\pi}(\nabla \times \mathbf{H}') \times \mathbf{H} + \rho \nabla \Phi' + \rho_d \nu_c (\mathbf{u}'_d - \mathbf{u}'), \tag{18}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}'_d}{\partial t} = -\nu_c (\mathbf{u}'_d - \mathbf{u}'), \tag{19}$$

[3)] Здесь штрихом обозначены эйлеровы вариации, которые коммутативны с операторами градиента ∇ и производной $\partial / \partial t$.

[4)] Напомним, что при рассмотрении гравитационной неустойчивости Дж. Джинс рассматривал однородное состояние самогравитирующей среды в состоянии покоя, что не совсем корректно, так как такое состояние не является состоянием равновесия (Jeans, 1902). Тем не менее его вывод критерия неустойчивости можно рассматривать как первое приближение, которое в наиболее простых случаях дает правильный порядок нижней критической длины волны возмущения, ведущего к неустойчивости (см., например, Фридман, Хоперсков, 2011).

$$\frac{\partial P'}{\partial t} = \Gamma_1 \frac{P}{\rho}\frac{\partial \rho'}{\partial t} + (\Gamma_3 - 1)\lambda_\Sigma \nabla^2 T', \tag{20}$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u}' \times \mathbf{H}), \quad \nabla \cdot \mathbf{H}' = 0, \tag{21}$$

$$\nabla^2 \Phi' = -4\pi G \rho'. \tag{22}$$

С учетом выбранного направления внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_0 = \mathrm{H}\,\mathbf{i}_z$, компоненты $\tau'_{\Sigma ij}$ пульсирующего тензора вязких и лучистых напряжений принимают вид (Roberts, Taylor, 1962)

$$\tau'_{\Sigma xx} = -\mu_\Sigma \left(\frac{\partial u'_y}{\partial x} + \frac{\partial u'_x}{\partial y} \right), \quad \tau'_{\Sigma yy} = \mu_\Sigma \left(\frac{\partial u'_y}{\partial x} + \frac{\partial u'_x}{\partial y} \right),$$

$$\tau'_{\Sigma xy} = \tau'_{\Sigma yx} = \mu_\Sigma \left(\frac{\partial u'_x}{\partial x} - \frac{\partial u'_y}{\partial y} \right), \quad \tau'_{\Sigma xz} = \tau'_{\Sigma zx} = -2\mu_\Sigma \left(\frac{\partial u'_y}{\partial z} + \frac{\partial u'_z}{\partial y} \right),$$

$$\tau'_{\Sigma yz} = \tau'_{\Sigma zy} = 2\mu_\Sigma \left(\frac{\partial u'_z}{\partial x} + \frac{\partial u'_x}{\partial z} \right), \quad \tau'_{\Sigma zz} = 0. \tag{23}$$

К уравнениям (18)-(23) необходимо добавить линеаризованное уравнение состояния смеси (вещество + излучение). При использовании уравнения (7) и коэффициента

$$\beta := P_g / P = P_g / (P_g + P_r),$$

характеризующего долю вещества в полном давлении системы, эйлерову вариацию полного давления можно записать в виде

$$P' = (\mathcal{R}/\bar{\mu}) T \rho' + \left\{ (\mathcal{R}/\bar{\mu})\rho + \tfrac{4}{3} a T^3 \right\} T' = \beta P \left\{ \frac{\rho'}{\rho} + \frac{(4-3\beta)}{\beta}\frac{T'}{T} \right\}. \tag{24}$$

Уравнения (18)-(24), описывающие эволюцию малых квазиадиабатических возмущений параметров плазменной среды с черным излучением на фоне ее равновесного состояния, являются линейными однородными уравнениями в частных производных, следовательно, к ним применим метод нормальных колебаний (метод мод). Далее будем предполагать, что плоские мелко -амплитудные возмущения однородного невозмущенного фона эволюционируют во времени по закону $\sim \exp\left(\omega t + i\,\mathrm{k}_\perp x + i\,\mathrm{k}_\parallel z\right)$, где ω – ча-

стота гармонических колебаний, а $|\mathbf{k}| = \sqrt{\mathrm{k}_\perp^2 + \mathrm{k}_\parallel^2}$ – волновое число.

Комбинируя записанное для возмущений уравнение (20) и соотношение (24), получим ключевую для дальнейшего связь между пульсациями полного давления P' и плотности среды ρ':

$$P' = \left[\left(\omega\, c_{gr}^2 + \mathbf{A}\right) / \left(\omega + \mathbf{B}\right)\right]\rho'. \tag{25}$$

Здесь использованы следующие величины

$$\mathbf{A} := (\Gamma_3 - 1)\beta \frac{\lambda_\Sigma\, T}{\rho\,(4-3\beta)}\mathbf{k}^2, \quad \mathbf{B} := (\Gamma_3 - 1)\frac{\lambda_\Sigma\, T}{P\,(4-3\beta)}\mathbf{k}^2,$$

$$c_{gr} := \sqrt{\frac{\mathrm{P}}{\rho}\Gamma_1} = \sqrt{(\mathcal{R}/\bar{\mu})T\left[1 + \frac{(4-3\beta)^2(\gamma-1)}{\beta\left[\beta + 12(\gamma-1)(1-\beta)\right]}\right]} \tag{26}$$

– невозмущенная адиабатическая скорость звука в плазме с черным излучением. Заметим, что в частном случае, когда параметр $\beta = 1$, эта величина совпадает с классическим выражением для адиабатической скоростью звука газа (плазмы), $c_{gr}\big|_{\beta=1} = c_g = \sqrt{\gamma P_g / \rho}$.

Соотношения для возмущений магнитного поля получим, используя уравнения (21); в результате будем иметь

$$\omega\,\mathrm{H}'_x - i\,\mathrm{H}\,\mathrm{k}_\parallel u'_x = 0, \quad \omega\mathrm{H}'_y - i\,\mathrm{H}\,\mathrm{k}_\parallel u'_y = 0,$$

$$\omega\mathrm{H}'_z - i\,\mathrm{H}\,\mathrm{k}_\perp u'_x = 0. \quad \mathrm{H}'_x\,\mathrm{k}_\perp + \mathrm{H}'_z\,\mathrm{k}_\parallel = 0. \tag{27}$$

Из уравнений (17) и (21) следуют еще два уравнения для возмущений скорости и плотности

$$\omega\rho' + i\rho(\mathrm{k}_\perp u'_x + \mathrm{k}_\parallel u'_y) = 0, \quad \mathbf{k}^2\Phi' = 4\pi G\rho'. \tag{28}$$

Используя выражения (22), (24)-(27) при преобразовании уравнения (18) для пульсаций скорости $\mathbf{u}'$, в результате получим:

$$\left(\mathbf{C} + \frac{\mathbf{k}^2 c_\mathrm{A}^2}{\omega}\right)u'_x + \left[\nu_\Sigma\left(\mathbf{k}^2 + \mathrm{k}_\parallel^2\right) - 2\Omega_\parallel\right]u'_y + i\frac{\mathrm{k}_\perp}{\mathbf{k}^2}\Omega_\mathrm{T}^2\left(\frac{\rho'}{\rho}\right) = 0, \tag{29}$$

$$\left[2\Omega_{\|}-\nu_{\Sigma}\left(\mathbf{k}^{2}+\mathrm{k}_{\|}^{2}\right)\right]u_{x}'+\left(\mathbf{C}+\frac{\mathrm{k}_{\|}^{2}c_{\mathrm{A}}^{2}}{\omega}\right)u_{y}'-2\left(\nu_{\Sigma}\,\mathrm{k}_{\perp}\,\mathrm{k}_{\|}+\Omega_{\perp}\right)u_{z}'=0, \quad (30)$$

$$2\left(\nu_{\Sigma}\,\mathrm{k}_{\perp}\,\mathrm{k}_{\|}+\Omega_{\perp}\right)u_{y}'+\mathbf{C}u_{z}'+i\,\frac{\mathrm{k}_{\|}}{\mathbf{k}^{2}}\Omega_{\mathrm{T}}^{2}\left(\frac{\rho'}{\rho}\right)=0. \quad (31)$$

Наконец, взяв дивергенцию от уравнения (19) и учитывая (25) и (28), получим еще одно соотношение для возмущений скорости и плотности

$$i\,\frac{c_{\mathrm{A}}^{2}\,\mathrm{k}_{\perp}\mathbf{k}^{2}}{\omega}u_{x}'+i\left[\nu_{\Sigma}\,\mathrm{k}_{\perp}\left(\mathbf{k}^{2}+3\mathrm{k}_{\|}^{2}\right)+2\left(\mathrm{k}_{\|}\,\Omega_{\perp}-\mathrm{k}_{\perp}\,\Omega_{\|}\right)\right]u_{y}'-$$

$$\left(\omega\mathbf{C}+\Omega_{\mathrm{T}}^{2}\right)\left(\frac{\rho'}{\rho}\right)=0. \quad (32)$$

При написании алгебраических уравнений (29)-(32) были использованы следующие величины:

$$\Omega_{\mathrm{T}}^{2}:=\frac{\Omega_{\mathrm{I}}^{2}+\omega\Omega_{\mathrm{J}}^{2}}{\omega+\mathbf{B}},\ \ \mathbf{C}:=\omega\left(1+\frac{\nu_{\mathrm{c}}}{\omega+\nu_{\mathrm{c}}}\mathrm{x}_{\mathrm{d}}\right),$$

$$\Omega_{\mathrm{I}}^{2}:=\mathrm{k}^{2}\mathbf{A}-4\pi G\rho\mathbf{B},\ \ \Omega_{\mathrm{J}}^{2}:=\mathbf{k}^{2}c_{gr}^{2}-4\pi G\rho, \quad (33)$$

$\mathrm{x}_{\mathrm{d}}:=\rho_{\mathrm{d}}/\rho$ –массовая концентрация пылевых частиц; $\mu_{\Sigma}/\rho\equiv\nu_{\Sigma}$ – полный коэффициент кинематической вязкости; $c_{\mathrm{A}}:=\sqrt{\mathrm{H}^{2}/4\pi\rho}$ – альфвеновская скорость распространения возмущения в плазме (скорость распространения магнитогидродинамической волны).

Система уравнений (29)-(32) для пульсаций скорости и плотности является исходной для дальнейшего анализа динамики малых возмущений в модели вращающегося плазменного облака с чернотельной радиацией.

3. ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ В НЕИЗОЭНТРОПИЧЕСКОМ ПЛАЗМЕННОМ ОБЛАКЕ

Вводя для удобства параметры

$$R_{1}:=\left[\nu_{\Sigma}\left(\mathrm{k}_{\perp}^{2}+2\,\mathrm{k}_{\|}^{2}\right)-2\Omega_{\|}\right],\quad R_{2}:=-2\left(\nu_{\Sigma}\,\mathrm{k}_{\perp}\,\mathrm{k}_{\|}+\Omega_{\perp}\right),$$

$$R_3 := \left[\nu_\Sigma \, \mathrm{k}_\perp \left(\mathrm{k}_\perp^2 + 4\mathrm{k}_\parallel^2 \right) + 2\left(\mathrm{k}_\parallel \Omega_\perp - \mathrm{k}_\perp \Omega_\parallel \right) \right] = R_1 \, \mathrm{k}_\perp - R_2 \mathrm{k}_\parallel, \qquad (34)$$

запишем систему алгебраических уравнений (29)-(32) в матричной форме

$$\begin{pmatrix} \mathbf{C} + \dfrac{c_\mathrm{A}^2 \mathbf{k}^2}{\omega} & R_1 & 0 & i\dfrac{\mathrm{k}_\parallel}{\mathbf{k}^2}\Omega_\mathrm{T}^2 \\ -R_1 & \mathbf{C} + \dfrac{c_\mathrm{A}^2 \mathrm{k}_\perp^2}{\omega} & R_2 & 0 \\ 0 & -R_2 & \mathbf{C} & i\dfrac{\mathrm{k}_\perp}{\mathbf{k}^2}\Omega_\mathrm{T}^2 \\ i\dfrac{c_\mathrm{A}^2 \mathrm{k}_\parallel \mathbf{k}^2}{\omega} & iR_3 & 0 & -\left(\omega \mathbf{C} + \Omega_\mathrm{T}^2\right) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u'_x \\ u'_y \\ u'_z \\ \dfrac{\rho'}{\rho} \end{pmatrix} = 0. \qquad (35)$$

Система однородных линейных уравнений (35) имеет решение, отличное от тривиального, только в том случае, когда определитель системы равен нулю. Опуская несложные выкладки, сразу запишем основное дисперсионное уравнение, которое в общем случае неадиабатических возмущений имеет вид:

$$\mathbf{C}\left\| \omega \left[\mathbf{C} \left\{ \left(\mathbf{C} + \frac{c_\mathrm{A}^2 \mathbf{k}^2}{\omega} \right) \left(\mathbf{C} + \frac{c_\mathrm{A}^2 \mathrm{k}_\parallel^2}{\omega} \right) + R_2^2 + R_1^2 \right\} + R_2^2 \frac{c_\mathrm{A}^2 \mathbf{k}^2}{\omega} \right] + \right.$$

$$\left. + \Omega_T^2 \left\{ \left(\mathbf{C} + \frac{c_\mathrm{A}^2 \mathrm{k}_\parallel^2}{\omega} \right)^2 + R_2^2 + R_1^2 - \frac{1}{\mathbf{k}^2} R_3^2 \right\} \right\| = 0 \ . \qquad (36)$$

Решая этого дисперсионного уравнения, можно получить целый ряд модифицированных критериев джинсовской гравитационной неустойчивости, отвечающих неизоэнтропическим плоским возмущениям магнитогидродинамических параметров пылевой плазмы с чернотельной радиацией. Вид подобного рода критериев связан с учетом совместного влияния на эволюцию самогравитирующего намагниченного плазменного пылевого вещества таких особенностей моделирования астрофизической системы, как пространственные ориентации магнитного поля и оси вращения, наличие (или отсутствие) диссипативных процессов вязкости и теплопроводности, а

также лучистого теплопотока. Заметим, что громоздкое дисперсионное соотношение (36) обобщает на случай присутствия взвешенных пылевых частиц и черного излучения целый ряд более ранних исследований (см., например, Bhatia, 1967; Aggarwal, Talwar, 1969; Sharma, 1974; Chhajlan, Vaghela, 1987; Vyas, Chhajlan, 1989: Borah, Sen, 2007; Dhiman, Dadwal, 2010, 2011; Prajapati и др., 2011; Kaothekar, Chhajlani, 2012).

Найдем теперь на основе дисперсионного соотношения (36) различные модифицированные критерии джинсовской гравитационной неустойчивости для ряда специальных случаев, связанных с разными относительными ориентациями магнитного поля, оси вращения и вектора распространения волны возмущения.

Соотношение (36) состоит из двух сомножителей, приравнивание каждого из которых к нулю приводит к двум независимым режимам распространения волны возмущения. С равенством

$$\mathbf{C} = \omega\left(1 + \frac{\nu_c}{\omega + \nu_c}\frac{\rho_d}{\rho}\right) = 0 \tag{37}$$

соотносится дисперсионное алгебраическое уравнение второго порядка

$$\omega^2 + \omega\nu_c(1 + x_d) = 0. \tag{38}$$

Первый корень этого уравнения $\omega_1 = 0$ связан с минимально устойчивым режимом распространения волны возмущения, а второй отрицательный корень

$$\omega_2 = -\nu_c(1 + x_d) \tag{39}$$

соответствует устойчивой затухающей волне возмущения, модифицируемой силой Стокса, действующей на пылевые частицы со стороны несущей жидкости. Он не зависит от самогравитации системы и эффектов, связанных с диссипативными процессами и магнитным полем.

Второй сомножитель уравнения (36) приводит к дисперсионному соотношению

$$\omega\left[\mathbf{C}\left\{\left(\mathbf{C} + \frac{c_A^2\mathbf{k}^2}{\omega}\right)\left(\mathbf{C} + \frac{c_A^2\,k_\parallel^2}{\omega}\right) + R_2^2 + R_1^2\right\} + R_2^2\,\frac{c_A^2\mathbf{k}^2}{\omega}\right] +$$

$$+\Omega_T^2\left\{\left(\mathbf{C}+\frac{c_A^2\,k_\parallel^2}{\omega}\right)^2+R_2^2+R_1^2-\frac{1}{\mathbf{k}^2}R_3^2\right\}=0\ . \qquad (40)$$

которое и будет исследовано в последующих разделах.

4. ПОПЕРЕЧНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНЫ ВОЗМУЩЕНИЯ

В случае поперечного распространения мелкомасштабной волны возмущения, когда $k_\perp = k$, $k_\parallel = 0$, а параметры R_i равны

$$R_1=\left(\nu_\Sigma\,k^2-2\Omega_\parallel\right),\quad R_2:=-2\Omega_\perp,\quad R_3=k\left(\nu_\Sigma\,k^2-2\Omega_\parallel\right), \qquad (41)$$

дисперсионное соотношение (40) принимает более простой вид

$$\omega\left[\mathbf{C}\left\{\left(\mathbf{C}+\frac{c_A^2\,k^2}{\omega}\right)\mathbf{C}+4\Omega_\perp^2+\left(\nu_\Sigma\,k^2-2\Omega_\parallel\right)^2\right\}+4\Omega_\perp^2\frac{c_A^2\,k^2}{\omega}\right]+$$
$$+\Omega_T^2\left(\mathbf{C}^2+4\Omega_\perp^2\right)=0. \qquad (42)$$

Проанализируем это соотношение для двух расположений оси вращения облачной системы – вдоль и поперек магнитного поля.

Ось вращения параллельна магнитному полю, $\mathbf{\Omega}\parallel\mathbf{H}$

Подставляя $\Omega_\perp=0$ в уравнение (42), в результате получим следующее алгебраическое уравнение

$$\mathbf{C}\left\{\omega\left[\mathbf{C}\left(\mathbf{C}+\frac{c_A^2\,k^2}{\omega}\right)+\left(\nu_\Sigma\,k^2-2\Omega\right)^2\right]+\Omega_T^2\mathbf{C}\right\}=0, \qquad (43)$$

которое, в свою очередь, приводит к двум альтернативным дисперсионным соотношениям. Первое соотношение

$$\mathbf{C}=\omega\left(1+\frac{\nu_c}{\omega+\nu_c}x_d\right)=0 \qquad (44)$$

аналогично уже рассмотренному уравнению (38).

Второе соотношение приводит к алгебраическому уравнению 5-й степени

$$\left(\omega+\frac{\omega\nu_c}{\omega+\nu_c}x_d\right)\left[\omega\left(\omega+\frac{\omega\nu_c}{\omega+\nu_c}x_d+\frac{c_A^2k^2}{\omega}\right)+\frac{\Omega_I^2+\omega\Omega_J^2}{\omega+\mathbf{B}}\right]+$$

$$+\omega\left(\nu_\Sigma k^2-2\Omega\right)^2=0. \qquad (45)$$

Прежде чем проанализировать уравнение (45), рассмотрим сначала его частный случай, когда в плазменном облаке отсутствует пылевая компонента, $\nu_c=0$. Полученное в этом случае уравнение

$$\omega^3\left\{\omega\left(\omega+\frac{k^2}{\omega}c_A^2\right)+\left(\nu_\Sigma k^2-2\Omega\right)^2+\frac{\Omega_I^2+\omega\Omega_J^2}{\omega+\mathbf{B}}\right\}=0. \qquad (46)$$

описывает комбинированное влияние на джинсовскую неустойчивость намагниченной плазмы различных физических явлений, связанных с вращением, с крупномасштабным магнитным полем, с черным излучением и с диссипативными процессами вязкости и лучевой теплопроводности. Заметим, что похожее по структуре дисперсионное соотношение (без влияния черного излучения) ранее изучалось в литературе (см., например, Aggrawal, Talwar, 1969; Bora, Talwar, 1993; Prajapati и др., 2010).

Решение $\omega=0$ уравнения (46) описывает минимально устойчивый режим распространения волны возмущения. Другие его корни являются решениями следующего кубического (по параметру стабильности ω) алгебраического уравнения:

$$\omega^3+\mathbf{B}\omega^2+\left[\left(2\Omega-\nu_\Sigma k^2\right)^2+\left(k^2c_{gr}^2+k^2c_A^2-4\pi G\rho\right)\right]\omega+$$

$$+k^2\mathbf{A}+\left[\left(k^2c_A^2-4\pi G\rho\right)+\left(2\Omega-\nu_\Sigma k^2\right)^2\right]\mathbf{B}=0. \qquad (47)$$

Заметим, что свободный член уравнения (47) зависит от всех параметров задачи, включенных в рассмотрение в данном случае.

Пренебрегая далее для простоты анализа вязкими эффектами ($\nu_\Sigma=0$), запишем соотношение (47) в виде

$$\omega^3+\mathbf{B}\,\omega^2+\left[4\Omega^2+k^2c_A^2+\left(k^2c_{gr}^2-4\pi G\rho\right)\right]\omega+$$

$$+\mathbf{A}\,\mathrm{k}^2+\mathbf{B}\left[4\Omega^2+\left(\mathrm{k}^2c_{\mathrm{A}}^2-4\pi G\rho\right)\right]=0\,. \qquad (48)$$

Точные решения этого алгебраического кубического уравнения могут быть получены методом Кардана. Однако эти решения, к сожалению, не приводят к наглядным формулам для различных показателей роста. Вместе с тем уравнение (48), будучи нечетной степени, должно иметь в случае справедливости неравенства

$$\mathrm{k}^2>\frac{4\pi G\rho}{c_{gr}^2}=4\pi G\rho\left\{c_g'^2\left[1+\frac{(4-3\beta)^2(\gamma-1)}{\beta\left[\beta+12(\gamma-1)(1-\beta)\right]}\right]\right\}^{-1}$$

по крайней мере один положительный действительный корень, когда свободный член меньше нуля [5]). Это обстоятельство позволяет записать условие существования положительного действительного корня уравнения (48), соответствующего неустойчивости самогравитирующей системы, в виде неравенства:

$$\mathrm{k}^2\,\mathbf{A}+\mathbf{B}\left[4\Omega^2+\left(\mathrm{k}^2c_{\mathrm{A}}^2-4\pi G\rho\right)\right]\le 0\,. \qquad (49)$$

Отсюда, при использовании формулы $\mathbf{A}/\mathbf{B}=\beta P/\rho=c_g'^2$, вытекает модифицированный критерий гравитационной неустойчивости Джинса

$$\frac{4\pi G\rho}{c_{gr}^2}<\mathrm{k}^2\le 4\frac{\pi G\rho-\Omega^2}{c_g'^2+c_{\mathrm{A}}^2}=\mathrm{k}_{\mathrm{J}}^2\,\frac{1-\Omega^2/\pi G\rho}{\gamma^{-1}+c_{\mathrm{A}}^2/c_g^2}\,. \qquad (50)$$

Здесь $c_g'=\sqrt{(\mathcal{R}/\bar{\mu})T}=\sqrt{P_g/\rho}$ – изотермическая скорость звука плазменной составляющей астрофизической системы; k_{J} – классическое волновое

---

[5]) Напомним, что для неустойчивых волн возмущения частота $\omega>0$, тогда как устойчивость соответствует условию $\omega<0$. Эти два класса разделяет случай нейтральной устойчивости $\omega=0$, что соответствует модам с критической длиной волны возмущения. Критическая длина волны возмущения $\lambda_{cr}=2\pi/\mathrm{k}_{cr}$ (для идеального газа: $\mathrm{k}_{cr}^2=\omega_{cr}^2/c_g^2$, $\omega_{cr}^2=4\pi G\rho$) является размером мельчайших «капель» рассматриваемой среды, которые могут удерживаться вместе собственным гравитационным притяжением.

число Джинса, $\mathrm{k}_\mathrm{J}^2 := 4\pi G\rho / c_g^2$; $c_g = \sqrt{\gamma(\mathcal{R}/\bar{\mu})T} = \sqrt{\gamma P_g / \rho} = \sqrt{\gamma(\beta P/\rho)}$ – адиабатическая скорость звука в идеальной плазме.

Из неравенства (50), представляющего собой модификацию критерия Джинса, можно сделать вывод, что в случае поперечного распространения волны возмущения, направленной перпендикулярно к оси вращения плазменного облака ($\mathbf{k} \perp \mathbf{\Omega}$), и при условии $\nu_\Sigma = 0$ вращение и магнитное поле стабилизируют гравитационную неустойчивость; при этом лучистая теплопроводность влияет на стандартный критерий Джинса в радиационной плазменной среде, приводя к замене адиабатической скорости на изотермическую.

Покажем теперь, что если выполняется неравенство

$$\mathrm{k}^2 \mathbf{A} + \mathbf{B}\left[4\Omega^2 + \left(\mathrm{k}^2 c_\mathrm{A}^2 - 4\pi G\rho\right)\right] > 0, \tag{51}$$

т.е. когда все коэффициенты уравнения (48) положительны, то режим распространения волны возмущения будет устойчивым. Для этого должен выполняться критерий устойчивости Рауса–Гурвица (см. Приложение), согласно которому все главные диагональные миноры определителя Гурвица также должны быть больше нуля. Миноры определителя Гурвица для уравнения (48), имеют вид:

$$\Delta_1 = \mathbf{B} > 0,$$

$$\Delta_2 = \mathbf{B}\left[4\Omega^2 + \left(\mathrm{k}^2 c_\mathrm{A}^2 - 4\pi G\rho\right) + \mathrm{k}^2 c_{gr}^2\right] - \mathbf{A}\,\mathrm{k}^2 - \mathbf{B}\left[4\Omega^2 + \left(\mathrm{k}^2 c_\mathrm{A}^2 - 4\pi G\rho\right)\right] =$$

$$= \left(c_{gr}^2 \mathbf{B} - \mathbf{A}\right)\mathrm{k}^2 = \mathrm{k}^2 \mathbf{B}\left(c_{gr}^2 - c_g'^2\right) = \left[\!\left[\mathrm{k}^2 \mathbf{B} c_g'^2 \frac{(4-3\beta)^2(\gamma-1)}{\beta\left[\beta + 12(\gamma-1)(1-\beta)\right]}\right]\!\right] > 0,$$

$$\Delta_3 = \left[\!\left[\Delta_2 \left\{\mathbf{A}\,\mathrm{k}^2 + \mathbf{B}\left[4\Omega^2 + \left(\mathrm{k}^2 c_\mathrm{A}^2 - 4\pi G\rho\right)\right]\right\}\right]\!\right] > 0.$$

Отсюда следует, что критерий (50) является необходимым и достаточным условием неустойчивости системы по Гурвицу.

Обратимся теперь к полному уравнению (45), которое запишем в развернутом виде:

$$\omega^5 + \mathcal{L}_1\omega^4 + \ldots + \mathcal{L}_4\omega + \mathcal{L}_5 = 0, \tag{52}$$

где коэффициенты

$$\mathcal{L}_1 := \left[\!\left[\mathbf{B} + 2\nu_{\mathrm{c}}\chi_{\mathrm{d}} \right]\!\right] > 0,$$

$$\mathcal{L}_2 := \left[\!\left[\nu_{\mathrm{c}}^2 \chi_{\mathrm{d}}{}^2 + 2\nu_{\mathrm{c}}\chi_{\mathrm{d}}\mathbf{B} + \Omega_{\mathrm{J}}^2 + c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2 + 2\left(2\Omega - \nu_{\Sigma}\,\mathrm{k}^2\right)^2 \right]\!\right] > 0,$$

$$\mathcal{L}_3 := \left[\!\left[\nu_{\mathrm{c}}\chi_{\mathrm{d}}\left(\nu_{\mathrm{c}}\,\chi_{\mathrm{d}}\mathbf{B} + \Omega_{\mathrm{J}}^2 + c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\right) + \nu_{\mathrm{c}}\left[\Omega_{\mathrm{J}}^2 + c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2 + 2\left(2\Omega - \nu_{\Sigma}\,\mathrm{k}^2\right)^2\right] \right]\!\right] > 0$$

$$\mathcal{L}_4 := \left[\!\left[\nu_{\mathrm{c}}^2\left(2\Omega - \nu_{\Sigma}\,\mathrm{k}^2\right)^2 + \chi_{\mathrm{d}}\left[\nu_{\mathrm{c}}^2\left(\Omega_{\mathrm{J}}^2 + c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\right) + \nu_{\mathrm{c}}\left(\Omega_{\mathrm{I}}^2 + c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\right)\mathbf{B}\right] + \right.$$

$$\left. + \nu_{\mathrm{c}}^2\mathbf{B}\left[\left(\Omega_{\mathrm{I}}^2 + c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\right) + 2\left(2\Omega - \nu_{\Sigma}\,\mathrm{k}^2\right)^2\right] \right]\!\right] > 0,$$

$$\mathcal{L}_5 := \left[\!\left[\chi_{\mathrm{d}}\nu_{\mathrm{c}}^2\mathbf{B}\left(\Omega_{\mathrm{I}}^2 + c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\right) \right]\!\right] > 0.$$

Здесь и далее везде использовано обозначение $\chi_{\mathrm{d}} := 1 + \mathrm{x}_{\mathrm{d}}$.

Уравнение (52) является уравнением пятой степени по параметру ω и, следовательно, имеет пять корней. Когда свободный член $\mathcal{L}_5$ уравнения (52) отрицателен, т.е. когда $\Omega_{\mathrm{I}}^2 + c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2 < 0$, то один из корней этого равнения будет положительным действительным числом или комплексным числом с положительной действительной частью. В этом случае система, представленная уравнением (52), будет нестабильной. Следовательно, условие неустойчивости имеет вид

$$\mathbf{A} < 4\pi G\rho\mathbf{B}\,\mathrm{k}^{-2} - c_{\mathrm{A}}^2. \tag{53}$$

Отсюда следует модифицированный критерий неустойчивости Джинса

$$\mathrm{k}^2 < \gamma\,\mathrm{k}_{\mathrm{J}}^2\left(1 - c_{\mathrm{A}}^2\,\frac{C_{V\Sigma}}{\lambda_{\Sigma}4\pi G}\right) = \gamma\,\mathrm{k}_{\mathrm{J}}^2\left(1 - c_{\mathrm{A}}^2\,\frac{C_{V\Sigma}}{\lambda_{\Sigma}4\pi G}\right). \tag{54}$$

Здесь $C_{V\Sigma} = C_{Vg}\,\dfrac{(\gamma-1)(4-3\beta)^2}{\beta(\Gamma_1 - \beta)}$ – полная удельная теплоемкости смеси (плазма плюс излучение) при постоянном объеме. При написании неравенства (54) учитывались выражения

$$\mathbf{B} := \frac{(\Gamma_3 - 1)\lambda_{\Sigma}\,T}{(4-3\beta)}\,\frac{\mathrm{k}^2}{P} = \frac{C_{Vg}}{C_{V\Sigma}}(\gamma-1)\,\frac{\lambda_{\Sigma}\,\mathrm{k}^2}{\left(\mathcal{R}/\bar{\mu}\right)\rho} = \frac{\lambda_{\Sigma}\,\mathrm{k}^2}{\rho C_{V\Sigma}} = \frac{\Gamma_1}{\beta}\,\frac{\lambda_{\Sigma}\,\mathrm{k}^2}{\rho C_{P\Sigma}}, \tag{55}$$

$$\mathbf{A} := \frac{(\Gamma_3 - 1)}{(4-3\beta)}\beta\frac{\lambda_\Sigma\, T}{\rho}\mathrm{k}^2 = \frac{1}{C_{V\Sigma}}\frac{\lambda_\Sigma\, P_g}{\rho\rho}\mathrm{k}^2 = \frac{\Gamma_1}{\beta}\frac{\lambda_\Sigma\, \mathrm{c}_g'^2}{\rho C_{P\Sigma}}\mathrm{k}^2 = \mathbf{B}\,\mathrm{c}_g'^2\,, \tag{56}$$

выведенные с использованием соотношений (14), (16) и (26).

Таким образом, из неравенства (54) можно сделать вывод, что в случае поперечного распространения волны возмущения перпендикулярного к оси вращения плазменного облака ($\mathbf{k} \perp \mathbf{\Omega}$) магнитное поле и лучевая теплопроводность также модифицируют критерий неустойчивости Джинса, увеличивая размер $\lambda_{cr} = 2\pi / \mathrm{k}_{cr}$ мельчайших «капель» рассматриваемой среды, которые могут удерживаться вместе собственным гравитационным притяжением.

Ось вращения перпендикулярна к магнитному полю, $\mathbf{\Omega} \perp \mathbf{H}$

Подставляя в уравнение (42) коэффициенты $R_1 := \nu_\Sigma\, \mathrm{k}_\perp^2$, $R_2 := -2\Omega_\perp$ и $R_3 = R_1\ \mathrm{k}_\perp$, в результате получим следующее дисперсионное соотношение

$$\omega\left[\mathbf{C}\left\{\left(\mathbf{C} + \frac{c_\mathrm{A}^2\,\mathrm{k}^2}{\omega}\right)\mathbf{C} + 4\Omega^2 + \nu_\Sigma^2\,\mathrm{k}^4\right\} + 4\Omega^2\frac{c_\mathrm{A}^2\,\mathrm{k}^2}{\omega}\right] + \Omega_T^2\left(\mathbf{C}^2 + 4\Omega^2\right) = 0\,, \tag{57}$$

или в развернутом виде

$$\omega^8 + \mathcal{L}_1\omega^7 + \ldots + \mathcal{L}_7\omega + \mathcal{L}_8 = 0, \tag{58}$$

где

$$\mathcal{L}_1 := \left[\!\left[3\chi_\mathrm{d}\nu_\mathrm{c} + \mathbf{B} \right]\!\right],$$

$$\mathcal{L}_2 := \left[\!\left[\chi_\mathrm{d}\nu_\mathrm{c}\mathbf{B} + \left(c_\mathrm{A}^2\,\mathrm{k}^2 + \Omega_\mathrm{J}^2\right)\nu_\mathrm{c}^2 + 2\chi_\mathrm{d}\left(\chi_\mathrm{d}\nu_\mathrm{c}^2 + \mathbf{B}\right) + \chi_\mathrm{d}^2\nu_\mathrm{c}^2 + 4\Omega^2 + c_\mathrm{A}^4\,\mathrm{k}^4 \right]\!\right],$$

$$\mathcal{L}_3 := \left[\!\left[c_\mathrm{A}^2\,\mathrm{k}^2\left(\nu_\mathrm{c} + \mathbf{B}\right) + \nu_\mathrm{c}^2\left(\Omega_\mathrm{I}^2\mathbf{B} + \nu_\mathrm{c}\Omega_\mathrm{J}^2\right) + 2\nu_\mathrm{c}^2\chi_\mathrm{d}^2\mathbf{B} + \nu_\mathrm{c}^2\left(c_\mathrm{A}^2\,\mathrm{k}^2 + \Omega_\mathrm{J}^2\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left.\left(\chi_\mathrm{d}\nu_\mathrm{c} + \mathbf{B}\right)\times\left(\chi_\mathrm{d}^2\nu_\mathrm{c} + 4\Omega^2\right) + 8\nu_\mathrm{c}\Omega^2 + \nu_\Sigma^2\,\mathrm{k}^4\left[\left(2 + \chi_\mathrm{d}\right)\nu_\mathrm{c} + \mathbf{B}\right]\right]\!\right],$$

$$\mathcal{L}_4 := \Big[\!\Big[\left(\Omega_{\mathrm{I}}^2 + c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2 + \chi_{\mathrm{d}}\nu_{\mathrm{c}}^2\right)\nu_{\mathrm{c}}\mathbf{B} + 2\chi_{\mathrm{d}}\nu_{\mathrm{c}}\left[c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\left(\nu_{\mathrm{c}} + \mathbf{B}\right) + \Omega_{\mathrm{J}}^2 + \Omega_{\mathrm{I}}^2\mathbf{B}\right] +$$
$$+\left(\Omega_{\mathrm{J}}^2 + c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\right)\left(\chi_{\mathrm{d}}^2\nu_{\mathrm{c}}^2 + 4\Omega^2\right) + 8\Omega^2\nu_{\mathrm{c}}\left(\chi_{\mathrm{d}}\nu_{\mathrm{c}} + \mathbf{B}\right) +$$
$$+4\Omega^2\nu_{\mathrm{c}}^2 + \nu_{\Sigma}^2\,\mathrm{k}^4\,\nu_{\mathrm{c}}\left[\nu_{\mathrm{c}} + 2\mathbf{B} + \chi_{\mathrm{d}}\left(2\nu_{\mathrm{c}} + \mathbf{B}\right)\right]\Big]\!\Big],$$

$$\mathcal{L}_5 := \Big[\!\Big[\left[2\left(\Omega_{\mathrm{I}}^2 + c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\right)\mathbf{B} + \nu_{\mathrm{c}}\chi_{\mathrm{d}}\right]\chi_{\mathrm{d}}\nu_{\mathrm{c}}^2 +$$
$$+4\Omega^2\left(c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\nu_{\mathrm{c}} + \Omega_{\mathrm{I}}^2\mathbf{B} + \Omega_{\mathrm{J}}^2\right) + 2\nu_{\mathrm{c}}4\Omega^2\left[\chi_{\mathrm{d}}\nu_{\mathrm{c}}\mathbf{B} + \left(\Omega_{\mathrm{J}}^2 + c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\right)\right] +$$
$$+4\Omega^2\nu_{\mathrm{c}}^2\left[\chi_{\mathrm{d}}\nu_{\mathrm{c}} + \mathbf{B}\right] + \nu_{\Sigma}^2\,\mathrm{k}^4\,\nu_{\mathrm{c}}^2\left[\nu_{\mathrm{c}}\mathbf{B} + \chi_{\mathrm{d}}\left(\nu_{\mathrm{c}} + 2\mathbf{B}\right)\right]\Big]\!\Big],$$

$$\mathcal{L}_6 := \Big[\!\Big[\left(\chi_{\mathrm{d}} + \Omega_{\mathrm{I}}^2\right)\left(\chi_{\mathrm{d}}^2\nu_{\mathrm{c}}^3 + 4\Omega^2\right)\mathbf{B} + 4\nu_{\mathrm{c}}\Omega^2 + \left[c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\left(1 + \nu_{\mathrm{c}}\right) + \nu_{\mathrm{c}}\Omega_{\mathrm{J}}^2 + \Omega_{\mathrm{I}}^2\mathbf{B}\right] +$$
$$+4\Omega^2\nu_{\mathrm{c}}^3\left(\chi_{\mathrm{d}}\mathbf{B} + c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2 + \Omega_{\mathrm{J}}^2\right) + \chi_{\mathrm{d}}\nu_{\mathrm{c}}^3\mathbf{B}\Big]\!\Big],$$

$$\mathcal{L}_7 := \Big[\!\Big[4\Omega^2\left(\Omega_{\mathrm{I}}^2 + c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\right)\nu_{\mathrm{c}}^2\mathbf{B} + 4\Omega^2 c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\left[\nu_{\mathrm{c}}\left(1 + \Omega_{\mathrm{J}}^2\right) + \mathbf{B}\left(1 + \Omega_{\mathrm{I}}^2\right)\right]\nu_{\mathrm{c}}^2\Big]\!\Big],$$

$$\mathcal{L}_8 := \Big[\!\Big[4\Omega^2\left(\Omega_{\mathrm{I}}^2 + c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\right)\mathbf{B}\Big]\!\Big].$$

Если $\mathcal{L}_8 < 0$, то условие неустойчивости определяется свободным членом уравнения (58). При отрицательном свободном члене уравнение (58) будет допускать по крайней мере один положительный действительный корень (или комплексный корень, действительная часть которого положительна). Следовательно, хотя бы один неустойчивый режим возможен при условии

$$\mathrm{k}^2\mathbf{A} - 4\pi G\rho\mathbf{B} + c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2 < 0, \tag{59}$$

которое, с учетом формул (55) и (56), приводит к следующему модифицированному критерию неустойчивости Джинса

$$\mathrm{k}^2 < \mathrm{k}_{\mathrm{J}}^2\,\gamma\left(1 - \frac{c_{\mathrm{A}}^2}{4\pi G\lambda_{\Sigma}}C_{Vg}\,\frac{(\gamma-1)(4-3\beta)^2}{\beta(\Gamma_1-\beta)}\right). \tag{60}$$

Таким образом, наличие взвешенных пылевых частиц не оказывает влияния на критерий неустойчивости Джинса, который в этом случае зависит от магнитного поля и наличия чернотельного излучения и коэффициента лучи-

стой теплопроводности.

Когда одновременно справедливы неравенства $\Omega_{\mathrm{I}}^2 > 0$ и $\Omega_{\mathrm{J}}^2 > 0$, все коэффициенты уравнения (58) будут положительными. В этом случае выполняется необходимое условие устойчивости системы, но не достаточное. Следовательно, можно сделать вывод, что система, представленная уравнением (58), дает устойчивые режимы распространения волны возмущения только на основе указанных необходимых условий.

Заметим, что если пренебречь наличием пыли ($\nu_{\mathrm{c}} = 0$) и эффектами вязкости ($\nu_{\Sigma} = 0$) в уравнении (57), то оно приобретает более простой вид

$$\omega^3 + \mathbf{B}\,\omega^2 + \left[\mathrm{k}^2 c_{gr}^2 + \left(\mathrm{k}^2 c_{\mathrm{A}}^2 - 4\pi G\rho\right)\right]\omega + \left(\mathrm{k}^2 c_{\mathrm{A}}^2 - 4\pi G\rho\right)\mathbf{B} + \mathrm{k}^2\mathbf{A} = 0, \quad (61)$$

из которого можно получить следующий модифицированный критерий неустойчивости

$$\mathrm{k}^2\left(\mathbf{A} + c_{\mathrm{A}}^2\mathbf{B}\right) - 4\pi G\rho\mathbf{B} \le 0, \quad (62)$$

или

$$\mathrm{k}^2 \le \frac{4\pi G\rho}{\mathbf{A}/\mathbf{B} + c_{\mathrm{A}}^2} = \frac{4\pi G\rho}{c_g'^2 + c_{\mathrm{A}}^2} = \mathrm{k}_{\mathrm{J}}^2\,\gamma\,\frac{1}{1 + c_{\mathrm{A}}^2 / c_g'^2}, \quad (63)$$

справедливый для поперечной волны возмущений, направленной вдоль оси вращения системы, $(\mathbf{k} \parallel \mathbf{\Omega})$. Таким образом, в отличие от магнитного поля и чернотельного излучения, вращение системы не оказывает влияния на волну возмущений, распространяющуюся вдоль оси вращения.

5. ПРОДОЛЬНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНЫ ВОЗМУЩЕНИЯ

Если $\mathrm{k}_{\parallel} = \mathrm{k}$, $\mathrm{k}_{\perp} = 0$, то коэффициенты R_{i} равны $R_1 = 2\left(\nu_{\Sigma}\,\mathrm{k}_{\parallel}^2 - \Omega_{\parallel}\right)$, $R_2 := -2\Omega_{\perp}$ и $R_3 = -R_2\mathrm{k}_{\parallel} = 2\Omega_{\perp}\,\mathrm{k}_{\parallel}$; в этом случае дисперсионное соотношение (40) принимает вид

$$\omega\left[\mathbf{C}\left\{\left(\mathbf{C} + \frac{c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2}{\omega}\right)^2 + 4\Omega_{\perp}^2 + 4\left(\nu_{\Sigma}\,\mathrm{k}^2 - \Omega_{\parallel}\right)^2\right\} + 4\Omega_{\perp}^2\,\frac{c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2}{\omega}\right] +$$

$$+\Omega_T^2\left\{\left(\mathbf{C}+\frac{c_A^2\,k^2}{\omega}\right)^2+4\left(\nu_\Sigma\,k^2-\Omega_{||}\right)^2\right\}=0. \qquad (64)$$

Проанализируем это соотношение для двух расположений оси вращения системы – вдоль и поперек магнитного поля.

Ось вращения параллельна к магнитному полю, $\mathbf{\Omega}\,||\,\mathbf{H}$

Подставляя в (64) величины $\Omega_{||}=\Omega$ и $\Omega_\perp=0$, получим следующее уравнение

$$\left\{\left(\mathbf{C}+\frac{c_A^2\,k^2}{\omega}\right)^2+4\left(\nu_\Sigma\,k^2-\Omega\right)^2\right\}\left(\mathbf{C}\omega+\frac{\Omega_I^2+\omega\Omega_J^2}{\omega+\mathbf{B}}\right)=0, \qquad (65)$$

которое, в свою очередь, распадается на два дисперсионных соотношения

$$\left(1+\frac{\nu_c}{\omega+\nu_c}x_d\right)\omega^2+\frac{\Omega_I^2+\omega\Omega_J^2}{\omega+\mathbf{B}}=0 \qquad (66)$$

и

$$\left(\omega+\frac{\omega\nu_c}{\omega+\nu_c}x_d+\frac{c_A^2\,k^2}{\omega}\right)^2+4\left(\nu_\Sigma\,k^2-\Omega\right)^2=0. \qquad (67)$$

Дисперсионное соотношение (66) при разложении сводится к уравнению

$$\omega^4+\left(\nu_c\chi_d+\mathbf{B}\right)\omega^3+\left[\nu_c\chi_d\mathbf{B}+\Omega_J^2\right]\omega^2+$$

$$+\left(\nu_c\Omega_J^2+\Omega_I^2\right)\omega+\nu_c\Omega_I^2\mathbf{B}=0. \qquad (68)$$

Если справедливо неравенство $\Omega_J^2>0$, а величина Ω_I^2 отрицательна, то уравнение (68) допускает по крайней мере один положительный действительный корень (или комплексный корень, действительная часть которого положительна), и, таким образом, условие неустойчивости принимает вид $k^2\mathbf{A}-4\pi G\rho\mathbf{B}<0$. Отсюда следует модифицированный критерий Джинса

$$k^2<\frac{\mathbf{B}}{\mathbf{A}}=\frac{4\pi G\rho}{c_g'^2}=k_J^2\,\frac{c_g^2}{c_g'^2}=\gamma\,k_J^2. \qquad (69)$$

Из этого неравенства можно сделать следующий вывод: учет черного излучения приводит к изменению скорости в классическом критерии Джинса, когда адиабатическая скорость звука заменяется на изотермическую скорость. Итак, при $\mathbf{\Omega} \| \mathbf{H}$ и $(\mathbf{k} \| \mathbf{H})$ условием неустойчивости намагниченной пылевой плазмы является модифицированный критерий Джинса, который не зависит ни от вращения системы, ни от эффектов, связанных с присутствием взвешенных пылевых частиц.

В случае, когда величина Ω_{I}^2 положительна, то все коэффициенты уравнения (68) будут положительными. Это означает, что многочлен, заданный уравнением (68), будет иметь все корни с отрицательными вещественными частями (или комплексные корни с отрицательными действительными частями) тогда и только тогда, когда все главные диагональные миноры матрицы Гурвица будут также положительными. Для того чтобы убедиться в выполнении критерий Рауса–Гурвица, выпишем все главные миноры для многочлена, заданного уравнением (68):

$$\Delta_1 = \nu_c \chi_{\mathrm{d}} + \mathbf{B} > 0,$$

$$\Delta_2 = \left\| \left[\nu_{\mathrm{c}} + \mathbf{B} + \mathrm{x_d}(1 + \nu_{\mathrm{c}} + \chi_{\mathrm{d}} \nu_{\mathrm{c}}) \right] \mathbf{B} + \nu_{\mathrm{c}}^{-1} (\gamma - 1) \mathrm{k}^2 \mathbf{A} \right\| > 0$$

$$\Delta_3 = \Big\| (\gamma - 1) \mathrm{k}^2 \left(\nu_{\mathrm{c}} \chi_{\mathrm{d}} + \nu_{\mathrm{c}}^{-1} \right) \mathbf{A} +$$

$$+ \left(\Omega_{\mathrm{J}}^2 + \nu_{\mathrm{c}}^{-1} \Omega_{\mathrm{I}}^2 \mathbf{B} \right) \left(\mathrm{x_d} \Omega_{\mathrm{J}}^2 + \nu_{\mathrm{c}}^{-1} (\gamma - 1) \mathrm{k}^2 \mathbf{A} \right) +$$

$$+ \mathrm{x_d} \left(\nu_{\mathrm{c}} \mathrm{x_d} + \mathbf{B} \right) \Omega_{\mathrm{J}}^2 + \mathrm{x_d} \left(\nu_{\mathrm{c}} \mathrm{x_d} + 2\mathbf{B} \right) \Omega_{\mathrm{I}}^2 \mathbf{B} \Big\| > 0,$$

$$\Delta_4 = \left\| \Delta_3 \Omega_{\mathrm{I}}^2 \mathbf{B} \right\| > 0.$$

Поскольку все миноры положительны, то критерий Рауса–Гурвица удовлетворяется. А это означает, что система, представленная уравнением (68), будет всегда устойчивой.

Обратимся теперь к уравнению (67), которое при разложении принимает вид:

$$\omega^6 + 2\nu_{\mathrm{c}} \chi_{\mathrm{d}} \omega^5 + \left[\nu_{\mathrm{c}}^2 \chi_{\mathrm{d}} + 2c_{\mathrm{A}}^2 \mathrm{k}^2 + \left(\Omega - \nu_{\Sigma} \mathrm{k}^2 \right)^2 \right] \omega^4 +$$

$$+ 2\nu_{\mathrm{c}} \left[c_{\mathrm{A}}^2 \mathrm{k}^2 \left(1 + \chi_{\mathrm{d}} \right) + 4 \left(\Omega - \nu_{\Sigma} \mathrm{k}^2 \right)^2 \nu_{\mathrm{c}} \right] \omega^3 +$$

$$+\nu_c\left[c_A^2 k^2\left(1+2\nu_c\chi_d\right)+4\nu_c\left(\Omega-\nu_\Sigma k^2\right)^2\right]\omega^2+$$
$$+\left(2\nu_c c_A^4 k^4\right)\omega+\nu_c^2 c_A^4 k^4=0. \qquad (70)$$

Это уравнение не допускает действительных положительных корней или комплексных корней с положительной действительной частью, поскольку все его коэффициенты положительные. Следовательно, можно сказать, что система может быть только устойчивой.

Ось вращения перпендикулярна к магнитному полю, $\mathbf{\Omega}\perp\mathbf{H}$

Подставляя в уравнение (64) величины $\Omega_{||}=0$ и $\Omega_\perp=\Omega$, получим дисперсионное соотношение

$$\left\{\left(\mathbf{C}+\frac{c_A^2 k^2}{\omega}\right)^2+4\nu_\Sigma^2 k^4\right\}\left(\omega\mathbf{C}+\Omega_T^2\right)+4\Omega^2\omega\left(\mathbf{C}+\frac{c_A^2 k^2}{\omega}\right)=0, \qquad (71)$$

которое при разложении сводится к следующему алгебраическому уравнению 10-ой степени

$$\nu_c^{-7}\omega^{10}+\left[\!\left[\left(3\chi_d\nu_c+\mathbf{B}\right)\right]\!\right]\omega^9+$$

$$+\left[\!\left[\left(\chi_d\nu_c+\mathbf{B}\right)\left(\nu_c+2\chi_d\mathbf{B}\right)+\left(2+c_A^2 k^2+\chi_d\mathbf{B}\right)\nu_c+\left[\Omega_J^2+4\left(\Omega^2+\nu_\Sigma^2 k^4\right)\right]\right]\!\right]\omega^8+$$

$$+\left[\!\left[\left(2\chi_d c_A^2 k^2+2\mathbf{B}+8\nu_\Sigma^2 k^4\right)\nu_c+\left(\chi_d\nu_c+\mathbf{B}\right)\left(\chi_d^2\nu_c^2+2c_A^2 k^2+4\nu_\Sigma^2 k^4\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+2\chi_d\left(\chi_d\nu_c\mathbf{B}+\Omega_J^2\right)\nu_c+\left(\Omega_J^2\nu_c+\Omega_I^2\mathbf{B}\right)+\left[\left(\chi_d+2\right)\nu_c+\mathbf{B}\right]4\Omega^2\right]\!\right]\omega^7+$$

$$+\left[\!\left[\left[c_A^2 k^2\left(2\chi_d\nu_c+1\right)+4\nu_\Sigma^2 k^4\nu_c\right]\nu_c+2(\chi_d\nu_c+\mathbf{B})\left[c_A^2 k^2\left(1+\chi_d\right)+4\nu_\Sigma^2 k^4\right]\nu_c+\right.\right.$$

$$+\left(\chi_d\mathbf{B}+\Omega_J^2\right)\left(\chi_d^2\nu_c^2+2c_A^2 k^2+4\nu_\Sigma^2 k^4\right)\nu_c+2\chi_d\left(\Omega_J^2\nu_c+\Omega_I^2\mathbf{B}\right)\nu_c+$$

$$\left.\left.+\Omega_I^2\nu_c\mathbf{B}+\left[\left(1+2\chi_d\right)\nu_c^2+c_A^2 k^2+\left(2+\chi_d\right)\nu_c\mathbf{B}\right]4\Omega^2\right]\!\right]\omega^6+$$

$$+\Big[\!\Big[2c_{\mathrm{A}}^4\,\mathrm{k}^4+\chi_{\mathrm{d}}\Big[c_{\mathrm{A}}^4\,\mathrm{k}^4+2\Big(c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\,\chi_{\mathrm{d}}+2\nu_{\Sigma}^2\,\mathrm{k}^4\Big)\nu_{\mathrm{c}}^2\Big]+2\nu_{\mathrm{c}}\chi_{\mathrm{d}}\Omega_{\mathrm{I}}^2\mathbf{B}+$$

$$+2\Big(\chi_{\mathrm{d}}\nu_{\mathrm{c}}\mathbf{B}+\Omega_{\mathrm{J}}^2\Big)\Big[c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\,(1+\chi_{\mathrm{d}})+4\nu_{\Sigma}^2\,\mathrm{k}^4\Big]+$$

$$+\Big(\Omega_{\mathrm{J}}^2+\nu_{\mathrm{c}}^{-1}\Omega_{\mathrm{I}}^2\mathbf{B}\Big)\Big(\chi_{\mathrm{d}}^2\nu_{\mathrm{c}}^2+2c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2+4\nu_{\Sigma}^2\,\mathrm{k}^4\Big)+\chi_{\mathrm{d}}^2\nu_{\mathrm{c}}^2\nu_{\mathrm{c}}\Big]\!\Big]\omega^5+$$

$$+\Big[\!\Big[c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\Big[\nu_{\mathrm{c}}+2\Big(\nu_{\mathrm{c}}\chi_{\mathrm{d}}+\mathbf{B}\Big)c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\Big]+$$

$$+\Big(\chi_{\mathrm{d}}\mathbf{B}+\Omega_{\mathrm{J}}^2\Big)\Big[c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\Big(2\chi_{\mathrm{d}}\nu_{\mathrm{c}}^2+c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\Big)+4\nu_{\Sigma}^2\mathrm{k}^4\nu_{\mathrm{c}}^2\Big]+$$

$$+2\Big(\Omega_{\mathrm{J}}^2\nu_{\mathrm{c}}+\Omega_{\mathrm{I}}^2\mathbf{B}\Big)\Big[c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\,(1+\chi_{\mathrm{d}})+4\nu_{\Sigma}^2\,\mathrm{k}^4\Big]+$$

$$+\Big(\chi_{\mathrm{d}}^2\nu_{\mathrm{c}}^2+2\nu_{\mathrm{c}}c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2+4\nu_{\Sigma}^2\,\mathrm{k}^4\Big)\Omega_{\mathrm{I}}^2\mathbf{B}+12c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\,\Omega^2\nu_{\mathrm{c}}\Big]\!\Big]\omega^4+$$

$$+\Big[\!\Big[\Big(\chi_{\mathrm{d}}\nu_{\mathrm{c}}+\mathbf{B}\Big)c_{\mathrm{A}}^4\mathrm{k}^4\,\nu_{\mathrm{c}}+2\Big(\chi_{\mathrm{d}}\nu_{\mathrm{c}}\mathbf{B}+\Omega_{\mathrm{J}}^2\Big)c_{\mathrm{A}}^4\mathrm{k}^4+c_{\mathrm{A}}^2\mathrm{k}^2\,4\Omega^2\nu_{\mathrm{c}}+$$

$$+\Big(\Omega_{\mathrm{J}}^2\nu_{\mathrm{c}}+\Omega_{\mathrm{I}}^2\mathbf{B}\Big)\Big[c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\Big(2\chi_{\mathrm{d}}+c_{\mathrm{A}}^2\mathrm{k}^2\,\nu_{\mathrm{c}}^{-2}\Big)+4\nu_{\Sigma}^2\,\mathrm{k}^4\Big]\nu_{\mathrm{c}}+$$

$$+2\Big[c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\,(1+\chi_{\mathrm{d}})+4\nu_{\Sigma}^2\,\mathrm{k}^4\Big]\Omega_{\mathrm{I}}^2\mathbf{B}\nu_{\mathrm{c}}^2\Big]\!\Big]\omega^3+$$

$$+\Big[\!\Big[\Big(\chi_{\mathrm{d}}\nu_{\mathrm{c}}\mathbf{B}+\Omega_{\mathrm{J}}^2\Big)c_{\mathrm{A}}^2\mathrm{k}^2\,\nu_{\mathrm{c}}+2\Big(\Omega_{\mathrm{J}}^2\nu_{\mathrm{c}}+\Omega_{\mathrm{I}}^2\mathbf{B}\Big)c_{\mathrm{A}}^4\mathrm{k}^4+\Big(c_{\mathrm{A}}^2\mathrm{k}^2\nu_{\mathrm{c}}^2\Big)4\Omega^2\mathbf{B}+$$

$$+\Big(2c_{\mathrm{A}}^2\mathrm{k}^2\chi_{\mathrm{d}}\nu_{\mathrm{c}}^2+c_{\mathrm{A}}^4\,\mathrm{k}^4+4\nu_{\Sigma}^2\,\mathrm{k}^4\,\nu_{\mathrm{c}}^2\Big)\Omega_{\mathrm{I}}^2\mathbf{B}+c_{\mathrm{A}}^2\,\mathrm{k}^2\,\mathbf{B}\nu_{\mathrm{c}}^3\Big]\!\Big]\omega^2+$$

$$+\Big[\!\Big[\Big(\Omega_{\mathrm{J}}^2\nu_{\mathrm{c}}+\Omega_{\mathrm{I}}^2\mathbf{B}\Big)c_{\mathrm{A}}^4\,\mathrm{k}^4+2c_{\mathrm{A}}^4\,\mathrm{k}^4\,\Omega_{\mathrm{I}}^2\mathbf{B}\nu_{\mathrm{c}}^2\Big]\!\Big]\omega+\Big[\!\Big[c_{\mathrm{A}}^4\,\mathrm{k}^4\,\Omega_{\mathrm{I}}^2\nu_{\mathrm{c}}^3\mathbf{B}\Big]\!\Big]=0. \qquad (72)$$

Уравнение (72) может описывать неустойчивый режим распространения волны возмущения только тогда, когда $\Omega_{\mathrm{I}}^2<0$. Это приводит к модифицированному критерию неустойчивости Джинса, аналогичному условию (69).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках проблемы моделирования эволюции звездного самогравитирующего облака обсуждается влияние черного излучения на неустойчивость Джинса для намагниченной вращающейся пылевой плазмы с учетом влияния на критическую длину плоской волны возмущения диссипативных процессов магнитной вязкости и лучистой теплопроводности. Вращение систе-

мы принимается параллельным и перпендикулярным к магнитному полю как для продольного, так и для поперечного режима распространения волны возмущения. На основе выведенного полного дисперсионного соотношения получены модифицированные критерии джинсовой неустойчивости для ряда специальных случаев, связанных с различными относительными ориентациями магнитного поля, оси вращения и вектора распространения возмущающей волны. Устойчивость облачной среды обсуждается с помощью критерия Рауса–Гурвица.

Важно отметить, что эффект от совместного влияния черного излучения, магнитного поля, вращения, вязкости и лучистой теплопередачи на неустойчивость Джинса самогравитирующей намагниченной сжимаемой плазмы в литературе все еще недостаточно изучен. Учитывая значимость подобного рассмотрения в астрофизическом контексте, в работе было проведено исследование неустойчивости самогравитирующего бесконечно расширяющегося однородного намагниченного плазменного пылевого облака с учетом неизоэнтропичности распространения волны возмущения. Было показано, что во всех случаях критерий неустойчивости Джинса остается справедливым, но с небольшими модификациями, вызванными включением различных параметров. Вместе с тем найденные в работе модифицированные критерии нестабильности Джинса существенно отличаются от некоторых ранее полученных в литературе критериев. В частности, было показано, что черное тепловое излучение за счет лучевой теплопроводности подавляет флуктуации температуры в волне возмущения (вследствие чего волна затухает), сделав режим ее распространения изотермическим вместо адиабатического. Было также показано, что для продольного распространения волны возмущения, в случае когда ось вращения плазменного облака перпендикулярна к магнитному полю, эффекты, связанные с вращением системы и наличием взвешенных пылевых частиц, не влияют на критерий Джинса в присутствии магнитного поля. Для поперечного режима распространения волны возмущения, когда ось вращения параллельна магнитному полю, было установлено, что вращение системы и магнитное поле стабилизируют гравитационную неустойчивость, причем стабилизирующий эффект вращения сравнительно более эффективен.

Результаты проведенного исследования позволяют лучше понять проблемы, связанные с эволюцией экзопланетных плазменных дисков и с образованием экзопланет в результате потери дисковой устойчивости.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Критерий устойчивости Гурвица – один из способов анализа линейной стационарной динамической **системы** на **устойчивость**, разработанный немецким математиком Адольфом Гурвицом.

Для характеристического уравнения

$$\omega^n + \mathcal{L}_1\omega^{n-1} + \mathcal{L}_2\omega^{n-2} + ... + \mathcal{L}_{n-2}\omega^2 + \mathcal{L}_{n-1}\omega + \mathcal{L}_n = 0$$

составим квадратную матрицу коэффициентов, содержащую n строк и n столбцов (матрицу Гурвица)

$$\begin{pmatrix} \mathcal{L}_1 & \mathcal{L}_3 & \mathcal{L}_5 & ... & 0 & 0 \\ 1 & \mathcal{L}_2 & \mathcal{L}_4 & ... & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{L}_1 & \mathcal{L}_3 & ... & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \mathcal{L}_2 & ... & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & ... & \mathcal{L}_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ... & \mathcal{L}_{n-2} & \mathcal{L}_n \end{pmatrix}$$

Главные диагональные миноры матрицы Гурвица имеют вид:

$$\Delta_1 = \mathcal{L}_1, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} \mathcal{L}_1 & \mathcal{L}_3 \\ 1 & \mathcal{L}_2 \end{vmatrix}, \qquad \Delta_3 = \begin{vmatrix} \mathcal{L}_1 & \mathcal{L}_3 & \mathcal{L}_5 \\ 1 & \mathcal{L}_2 & \mathcal{L}_4 \\ 0 & \mathcal{L}_1 & \mathcal{L}_3 \end{vmatrix}, \qquad \Delta_n = \mathcal{L}_n\Delta_{n-1}.$$

Формулировка критерия устойчивости Гурвица обычно дается в следующем виде: для устойчивости характеристического уравнения необходимо и достаточно, чтобы при $\mathcal{L}_0 > 0$ все главные диагональные миноры матрицы Гурвица были бы больше нуля, $\Delta_j > 0, \quad (j = 1, 2, ..., n)$ (см. Гантмахер, 2010).

Условие нахождения системы на границе устойчивости можно получить, приравняв нулю последний минор $\Delta_n = \mathcal{L}_n\Delta_{n-1} = 0$ при положительности всех остальных главных диагональных миноров. Это условие распадается на два условия: $\mathcal{L}_n = 0$ и $\Delta_{n-1} = 0$. Первое условие свидетельствует о том, что характеристическое уравнение имеет один нулевой корень, это соответствует границе устойчивости апериодического типа, а второе гово-

рит о наличии пары чисто мнимых корней и существовании колебательной границы устойчивости.

Главные диагональные миноры для уравнения 5-й степени имеют вид:

$$\Delta_1 = \mathcal{L}_1, \quad \Delta_2 = \mathcal{L}_1\mathcal{L}_2 - \mathcal{L}_3, \quad \Delta_3 = \mathcal{L}_1\left(\mathcal{L}_2\mathcal{L}_3 - \mathcal{L}_1\mathcal{L}_4\right) - \left(\mathcal{L}_3^2 - \mathcal{L}_1\mathcal{L}_5\right),$$

$$\Delta_4 = \mathcal{L}_1\mathcal{L}_2\mathcal{L}_3\mathcal{L}_4 + 2\mathcal{L}_1\mathcal{L}_4\mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_2\mathcal{L}_3\mathcal{L}_5 - \left(\mathcal{L}_1^2\mathcal{L}_3^2 + \mathcal{L}_1\mathcal{L}_2^2\mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_3^2\mathcal{L}_4 + \mathcal{L}_5^2\right),$$

$$\Delta_5 = \mathcal{L}_5\Delta_4 .$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Физматлит, 2010. 463 с.

де Гроот С., Мазур П. Неравновесная термодинамика. М.: Мир.1964. 456 с.

Колесниченко А.В. Вывод в рамках неэкстенсивной кинетики критерия гравитационной неустойчивости Джинса для допланетного вращающегося облака с учетом радиации и магнитного поля // Mathematica Montisnigri. 2020. V. XLVII. P. 176-200.

Михайловский А.Б. Теория плазменных неустойивостей. Т.2. неустойчивости неоднородной плазмы. М.: Атомиздат. 1977. 360 с..

Тассуль Ж:Л. Теория вращающихся звезд. М.: Мир. 1982. 472 с.

Шапиро С., Тьюколски С. Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды. физика компактных объектов (в двух частях). М.: Мир. 1985. 635 с.

Фридман А.М., Хоперсков Ф.И. Физика галактических дисков. М.: Физматлит. 2011. 640 с.

Aggrawal M., Talwar S.P. Magnetothermal instability in a rotating gravitating fluid, Mon. Not. R. Astron. Soc. 1969. V. 146. P. 235-242.

Argal S., Tiwari A., Sharma P.K. Jeans instability of a rotating self-gravitating viscoelastic fluid // Europhys. Lett. 2014. V. 108, P. 35003.

Bhatia P.K. Gravitational Instability of a Rotating Anisotropic Plasma // Physics of Fluids 1967. V. 10. № 8. P. 1652-1653.

Bora M.P., Talwar, S.P. Magnetothermal instability with generalized Ohm's law // Phys. Fluids B. 1993. V. 5. P. 950-955.

Bora M.P., Nayyar N.K. Gravitational instability of a heat-conducting plasma // Astrophys Space Sci.1991. V. 179. P. 313-320.

Borah A.C., Sen A. K. Gravitational instability of partially ionized molecular clouds // Journal of Plasma Physics. 2007. V. 73. № 6. P. 831-838.

Chandrasekhar S. Hydrodynamics and Hydromagnetic Stability. Oxford: Clarendon Press. 1961. 588 p.

Chhajlani R.K., Vaghela D.S. Gravitational stability of finitely conducting two-component plasma through porous medium // Astrophysics and Space Science, 1987. V. 139. P. 337-352.

Cogley A.C., Vincent W.G. Application to radiative acoustics of Whitham's method for the analysis of non-equilibrium wave phenomena // J. Fluid Mech. 1969. V. 39. № 4. P. 641-866.

Cox J. P. Theory of stellar pulsation. Princeton University Press. Princeton. New Jersey. 1979. 378 p.

Cox J. P., Giuli R.T. Principles of Stellar Structure. Gordon and Dreach. New York. 1968.

Dhiman J. S., Dadwal R. On the gravitational instability of a medium in non-uniform rotation and magnetic field // Astrophysics and Space Science. 2010. V. 325. № 2. P. 195-200.

Dhiman J.S., Dadwal R. The gravitational instability of a non-uniformly rotating heat conducting medium in the presence of non-uniform magnetic field // Astrophysics and Space Science. 2011. V. 332. № 2. P. 373-378.

Dhiman J.S., Dadwal R. On the Jeans Criterion of a Stratified Heat Conducting Gaseous Medium in the Presence of Non-Uniform Rotation and Magnetic Field // J. Astrophys. Astr. (Indian Academy of Sciences). 2012. V. 33. P. 363-373.

Dolai B., Prajapati R.P. The rotating Rayleigh-Taylor instability in a strongly coupled dusty plasma //. Physics of Plasmas. 2018. V. 25. № 8. P. 083708.

Eddington A.S. The Internal Constitution of the Stars. Dover, New York. 1959.

Jacobs G., Shukla P.K. Stability of molecular clouds in partially ionized self-gravitating space plasmas // Journal of plasma physics. 2005. V. 71. № 04**.** P. 487-493.

Jain S., Sharma P., Chhajlani R.K. Jeans instability of magnetized quantum plasma: effect of viscosity, rotation and finite Larmor radius corrections // AIP Conf. Proc. 2015. V. 1670. P. 030013.

Jeans J.H. The stability of spherical nebulae // Philosophical Transactions of the Royal Society. 1902. V. 199. P. 1-53.

Joshi H., Pensia, R.K. Effect of rotation on Jeans instability of magnetized radiative quantum plasma // Physics of Plasmas. 2017. V. 24. № 3. P. 032113.

Kaneko N, Morita K., Satoh T., Hayasaki K. Small-Amplitude Disturbances in a Radiating and Scattering Grey Medium II. Solutions of Given Real-wave Number k //Astrophysics and Space Science. 2005. V. 299. P. 263-306.

Kaneko N., Morita K. Small-Amplitude Disturbances in a Radiating and Scattering Grey Medium III. Gravitational Effects on the Solutions of Given Real Wave Number k // Astrophys Space Sci. 2006. V. 305. P. 349-376.

Kaothekar S. Star formation through thermal instability of radiative plasma with finite electron inertia and finite Larmor radius corrections // Aip Advances. 2016. V.6. P. 085020 (1-14)

Kaothekar S., Chhajlani R.K. Effect of Radiative Heat-Loss Function and Finite Larmor Radius Corrections on Jeans Instability of Viscous Thermally Conducting Self-Gravitating Astrophysical Plasma // ISRN Astronomy and Astrophysics. 2012. V. 2012. P. 420938 (1-14).

Kolesnichenko A.V. Jeans Instability of a Protoplanetary Gas Cloud with Radiation in Nonextensive Tsallis Kinetics // Solar System Research. 2020. V. 54. № 2, P. 137-149.

Kolesnichenko A.V. Jeans Instability of a Protoplanetary Circular Disk Taking into Account the Magnetic Field and Radiation in Nonextensive Tsallis Kinetics // Solar System Research. 2021. V. 55. № 2. P. 132-149.

Kumar A., Sutar D.L., Pensia R.K., Sharma S. Effect of fine dust particles and finite electron inertia of rotating magnetized plasma // AIP Conf. Proc. 2018. V.1953. № 1. P. 060036 (1-4).

Kumar A., Sutar D. L., Pensia R K. Jeans instability of a monatomic gas in the presence of thermal radiation // Journal of Physics: Conf. Series. 2017. V. 836. P. 012012 (1-3)

Pensia R.K., Sutar D.L., Sharma S. Analysis of Jeans instability of optically thick quantum plasma under the effect of modified Ohms law // AIP Conf. Proc. 2018. V. 1953. № 1. P. 060044(1-4).

Prajapati R.P., Chhajlani R. K. Gravitational Instability of Dusty Plasma with Radiative Process // Dusty / Complex Plasma: Fundamental and Interdisciplinary Proceedings, Volume 1397. AIP Conference Proceedings. 2011. V. 1397. P. 267-268.

Prajapati R.P., Pensia R.K., Kaothekar S., Chhajlani R.K. Self-gravitational instability of rotating viscous Hall plasma with arbitrary radiative

heat-loss functions and electron inertia // Astrophys. Space Sci. 2010. V. 327. P. 139-154.

Prajapati R.P., Sharma P.K., Sanghvi R.K., Chhajlani R.K. Jeans instability of self-gravitating magnetized strongly coupled plasm // Journal of Physics: Conference Series. 2012. V. 365, P. 012040 (1-4).

Prajapati R.P., Bhakta S. Influence of dust charge fluctuation and polarization force on radiative condensation instability of magnetized gravitating dusty plasma // Physics Letters A. 2015. V. 379. № 42. P. 2723-2729.

Roberts K.V., Taylor J.B. Magnetohydrodynamic equations for finite larmor radius // Physical Review Letters. 1962. V. 8. № 5. P. 197-198.

Shaikh S., Khan A., Bhatia P.K. Jeans' gravitational instability of a thermally conducting plasma. // Physics Letters A. 2008. V. 372. № 9. P. 1451-1457.

Shaikh S., Khan A., Bhatia P.K. Stability of thermally conducting plasma in a variable magnetic field // Astrophys Space Sci. 2007. V. 312: P. 35-40.

Sharma R.C. Gravitational instability of a rotating plasma // Astrophysics and Space Science. 1974. V. 29. P. L1-L4.

Sharma R.C., Patidar A. Effect of ion radiative cooling on Jeans instability of partially ionized dusty plasma with dust charge fluctuation // Physics of plasmas. 2017. V. 24. P. 013705 (1-13).

Sharma R.C., Singh B. Gravitational instability of a rotating and partially-ionized plasma in the presence of variable magnetic field // Astrophys. Space Sci. 1988. V. 143. P.233-239.

Tsintsadze N.L., Chaudhary R., Shah H.A., Murtaza G. Jeans instability in a magneto-radiative dusty plasma // Journal of Plasma Physics. 2008. V. 74 № 06. P. 847-853.

Vaghela D.S., Shrivastava H.S.P. Magnetogravitational instability of a rotating homogeneous gas cloud with radiation // Czechoslovak Journal of Physics. 1994. V. 44. № 10. P. 905-911.

Vranješ J. Gravitational instability of a quasi-homogeneous plasma cloud with radiation // Astrophysics and Space Science. 1990. V. 173. № 2. P. 293-298.

Vranješ J., Čadež, V. Gravitational instability of a homogeneous gas cloud with radiation // Astrophysics and Space Science. 1990. V. 164. № 2. P. 329-331.

Vyas M.K., Chhajlani R.K. On the Gravitational Instability of an Ionized Magnetized Rotating Plasma Flowing Through a Porous Medium with other Transport Processes and the Suspended Particles // Contrib. Plasma Phys. 1989. V. 29. № 2. P. 135-151.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 3
1. Базисная система уравнений для намагниченной излучающей пылевой плазмы 5
2. Линеаризованные уравнения 10
3. Дисперсионные соотношения в неизоэнтропическом плазменном облаке 14
4. Поперечное распространение волны возмущения 17
5. Продольное распространение волны возмущения 24
Заключение 28
Приложение 30
Список литературы 31