ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

М.П. Галанин, А.С. Родин

Моделирование контактного
взаимодействия элементов
электромагнитного
ускорителя с помощью
метода декомпозиции
области

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Галанин М.П., Родин А.С. Моделирование контактного взаимодействия элементов электромагнитного ускорителя с помощью метода декомпозиции области // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2020. № 82. 20 с.
<https://doi.org/10.20948/prepr-2020-82>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2020-82>

О р д е н а Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Р о с с и й с к о й а к а д е м и и н а у к

М.П. Галанин, А.С.Родин

**Моделирование контактного взаимодействия
элементов электромагнитного ускорителя
с помощью метода декомпозиции области**

Москва — 2020

Галанин М.П., Родин А.С.

Моделирование контактного взаимодействия элементов электромагнитного ускорителя с помощью метода декомпозиции области

Рассмотрена задача о контактном взаимодействии элементов ствола электромагнитного ускорителя. Использовано двумерное упругое приближение. Расчетная область включает в себя рельс, изолятор и силовую оболочку. Считается, что они выполнены из изотропных материалов, которые существенно отличаются по своим свойствам. Для решения задачи применен двухуровневый аддитивный метод Шварца, с помощью которого задача во всей области сведена к решению ряда локальных контактных задач во введенных подобластях. Представлены результаты расчетов для двух вариантов контактных условий: условий прилипания и условий скольжения без трения. Проведен сравнительный анализ напряженно-деформированного состояния ствола ускорителя для каждого случая.

Ключевые слова: метод декомпозиции области, двухуровневый аддитивный метод Шварца, метод Нейман-Дирихле, контактное взаимодействие, электромагнитный ускоритель

Mikhail Pavlovich Galanin, Aleksandr Sergeevich Rodin

Simulation of contact interaction of electromagnetic accelerator elements using domain decomposition method

The problem of contact interaction of elements of the electromagnetic accelerator barrel is considered. Two-dimensional elastic approximation is used. Design area includes rail, insulator and overwrap. It is believed that they are made of isotropic materials that differ significantly in their properties. To solve the problem, a two-level Schwarz additive method is used, using which the problem in the entire domain is reduced to solving a number of local contact problems in the entered sub-domains. The results of calculations for two versions of contact conditions are presented: adhesion conditions and sliding conditions without friction. Comparative analysis of stress-strain state of accelerator barrel for each case was carried out.

Key words: domain decomposition method, two-level Schwarz additive method, Neumann-Dirichlet method, contact interaction, electromagnetic accelerator

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 18-31-20020, № 18-01-00252).

1. Постановка задачи

Рельсовые электромагнитные ускорители (ЭМУ) используются для метания тел различной массы. В [1, 2] подробно рассмотрено механическое поведение ствола ЭМУ на примере конструкции, показанной на рис. 1. По своим геометрическим характеристикам такой ствол представляет собой длинный толстостенный полый двухслойный цилиндр. Внешняя поверхность цилиндра имеет овальное поперечное сечение, а внутренняя поверхность (канал) – прямоугольное сечение. Стволы ЭМУ имеют, как правило, достаточно сложную конструкцию, состоящую из токопроводящих рельсов, изоляторов и силовых оболочек.

Рис. 1. Ствол ЭМУ

В процессе работы на элементы конструкции ствола действует комплекс высокоинтенсивных динамических нагрузок. Эти нагрузки по характеру их воздействия можно разделить на объемные (электромагнитные силы, действующие в метаемом теле и рельсах) и поверхностные (контактные давления, которые возникают на площадках контакта рельсов с метаемым телом, а также на поверхностях контактов рельс/изолятор, изолятор/оболочка).

Для получения полной картины напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкции нужно решать трехмерную динамическую задачу для всего ускорителя с учетом анизотропных свойств материалов, пластического деформирования и частичного разрушения отдельных участков тел, что является очень сложной и вычислительно затратной задачей. Поэтому в [1, 2] сформулирована следующая система предположений, позволяющая, с одной

стороны, существенно упростить решаемую задачу, а с другой стороны – получить достаточно адекватные оценки требуемых величин.

1) При исследовании НДС можно рассматривать не всю конструкцию, а лишь четвертую часть поперечного сечения ствола.

2) Все материалы, из которых изготовлены элементы конструкции ствола, работают в пределах упругости.

3) Волокнистый композитный материал силовой оболочки ствола является интегрально ортотропным, причем оси ортотропии совпадают с нормальным, трансверсальным и осевым направлениями по отношению к слоям силовой оболочки.

4) На элементы конструкции ЭМУ действуют постоянные объемные и поверхностные силы, по своей величине равные пиковым значениям соответствующих динамических нагрузок.

Характерный вид поперечного сечения ствола ЭМУ показан на рис. 2. На рисунке указаны компоненты интегральных электромагнитных сил F_x и F_y , действующих на рельсы.

Рис. 2. Поперечное сечение ствола ЭМУ

В [1, 2] сформулированная задача решена для случая, когда вся расчетная область рассматривалась как единое тело с подобластями, выполненными из различных материалов. Такой подход соответствует решению задачи контактного взаимодействия элементов ствола ЭМУ с условиями прилипания

без учета выхода из контакта участков поверхностей, где возникли растягивающие нормальные усилия.

В данной работе представлено обобщение изложенной методики для случая решения полноценной мультиконтактной задачи с различными граничными условиями для оценки влияния выбранных условий на НДС ствола ускорителя.

2. Математическая и численная модели

Пусть в трехмерном пространстве $\mathbb{R}^3$ расположена группа из трех упругих тел (рельс, изолятор и силовая оболочка), занимающих область $G = \bigcup_{\alpha=1}^3 G_\alpha$ (α — индекс, обозначающий номер тела), ограниченную кусочно-гладкой границей ∂G . Математическая формулировка квазистатической задачи механики деформируемого твердого тела (МДТТ) в рассматриваемой постановке включает следующие соотношения [3]:

уравнение равновесия

$$L\mathbf{u} = -\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in G, \quad (1)$$

граничные условия (кинематические и силовые)

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \mathbf{x} \in \partial G_D, \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \mathbf{x} \in \partial G_N, \quad (3)$$

соотношение Коши для тензора деформации

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T), \quad (4)$$

определяющее уравнение (в данном случае закон Гука) для тензора напряжений

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}). \quad (5)$$

Здесь $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ — вектор перемещения точки, определяемой радиус-вектором $\mathbf{x} = x_i \mathbf{e}_i$, $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = f_i(\mathbf{x}) \mathbf{e}_i$ — вектор объемных сил (отличается от нуля только в рельсе), ∂G_D — участок границы, на котором заданы кинематические условия (условия Дирихле) для нормальной компоненты вектора перемещения, ∂G_N — участок границы, на котором заданы силовые условия (условия Неймана), $\mathbf{C}$ — тензор коэффициентов упругости.

Считаем, что вдоль оси Z все переменные распределены однородно. Будем использовать предположение о плоско-деформированном состоянии системы [3], поэтому верны соотношения:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = (u_x, u_y, 0)^T,$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zz} = 0.$$

Кроме граничных условий (2)-(3) нужно задать граничные условия на контактных поверхностях. Рассмотрим пару потенциально контактных

поверхностей, относящихся к телам с номерами α_1 и α_2 . Для упрощения записи будем использовать индекс «1» вместо « α_1 » и «2» вместо « α_2 ».

Дополнительные условия на поверхности S_k^1 для случая контакта с прилипанием выглядят следующим образом (для поверхности S_k^2 условия записываются аналогичным образом) [4, 5]:

$$\sigma_{1\tau}(\mathbf{x}_1) = \sigma_{2\tau}(\bar{\mathbf{x}}_2), \quad (6)$$

$$\sigma_{1n}(\mathbf{x}_1) = \sigma_{2n}(\bar{\mathbf{x}}_2) \leq 0, \quad (7)$$

$$u_{1n}(\mathbf{x}_1) + u_{2n}(\bar{\mathbf{x}}_2) \leq \delta_{0n}(\mathbf{x}_1), \quad (8)$$

$$\sigma_{1\tau}(\mathbf{x}_1)[u_{1\tau}(\mathbf{x}_1) + u_{2\tau}(\bar{\mathbf{x}}_2) - \delta_{0\tau}(\mathbf{x}_1)] + \sigma_{1n}(\mathbf{x}_1)(u_{1n}(\mathbf{x}_1) + u_{2n}(\bar{\mathbf{x}}_2) - \delta_{0n}(\mathbf{x}_1)) = 0. \quad (9)$$

Дополнительные условия на поверхности S_k^1 для случая контакта без трения выглядят следующим образом (для поверхности S_k^2 условия записываются аналогичным образом) [4, 5]:

$$\sigma_{1\tau}(\mathbf{x}_1) = 0, \quad \mathbf{x}_1 \in S_k^1; \quad (10)$$

$$\sigma_{1n}(\mathbf{x}_1) = \sigma_{2n}(\bar{\mathbf{x}}_2) \leq 0, \quad \mathbf{x}_1 \in S_k^1, \quad \bar{\mathbf{x}}_2 \in S_k^2; \quad (11)$$

$$u_{1n}(\mathbf{x}_1) + u_{2n}(\bar{\mathbf{x}}_2) \leq \delta_{0n}(\mathbf{x}_1), \quad \mathbf{x}_1 \in S_k^1, \quad \bar{\mathbf{x}}_2 \in S_k^2; \quad (12)$$

$$\sigma_{1n}(\mathbf{x}_1)(u_{1n}(\mathbf{x}_1) + u_{2n}(\bar{\mathbf{x}}_2) - \delta_{0n}(\mathbf{x}_1)) = 0, \quad \mathbf{x}_1 \in S_k^1, \quad \bar{\mathbf{x}}_2 \in S_k^2. \quad (13)$$

Здесь $\mathbf{x}_1$ — некоторая точка, лежащая на поверхности S_k^1 , а $\bar{\mathbf{x}}_2$ — сходственная точка, находящаяся напротив нее на поверхности S_k^2 , $\delta_{0n}(\mathbf{x}_1) \geq 0$ — функция, задающая начальный зазор (участки поверхности в начальный момент могли не соприкасаться друг с другом), $\mathbf{n}_\alpha$ — вектор внешней нормали, $\boldsymbol{\tau}_\alpha$ — касательный вектор к поверхности тела с номером α , $u_{\alpha n} = \mathbf{u}_\alpha \cdot \mathbf{n}_\alpha$, $\sigma_{\alpha\tau} = (\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_\alpha) \cdot \mathbf{n}_\alpha) \cdot \boldsymbol{\tau}_\alpha$, $\sigma_{\alpha n} = (\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_\alpha) \cdot \mathbf{n}_\alpha) \cdot \mathbf{n}_\alpha$.

В рассматриваемой задаче в качестве пар контактных поверхностей (S_k^1, S_k^2) выступают следующие контактные пары: рельс/изолятор и изолятор/силовая оболочка.

Для учета контактного взаимодействия тел чаще всего используют метод множителей Лагранжа или метод штрафных функций [4]. В качестве альтернативы могут выступать различные варианты метода декомпозиции области (МДО) [6]. В уравнениях данных методов присутствуют итерационные параметры, которые оказывают сильное влияние как на сам факт сходимости метода, так и на скорость сходимости. Для мультиконтактной задачи со сложной геометрией выбор подходящих значений итерационных параметров часто является нетривиальной задачей. Поэтому в работе применен подход, предложенный в [7], который заключается в комбинации двухуровневого аддитивного метода Шварца (вариант МДО с перекрытием подобластей) для разбиения большой контактной задачи на ряд локальных задач и метода Нейман-Дирихле (вариант МДО без перекрытия подобластей) для решения более простых контактных задач.

Представим область G в виде объединения $G = \bigcup_{i=1}^M \Omega_i$ конечного числа своих подобластей $\Omega_1, \dots, \Omega_M$ с границами $\partial\Omega_1, \dots, \partial\Omega_M$ ($\bar{\Omega}_i = \Omega_i \cup \partial\Omega_i$). Подобласти $\Omega_1, \dots, \Omega_M$ могут пересекаться. Введем дополнительные обозначения $\partial\Omega_{N,i} = \partial G_N \cap \partial\Omega_i$.

Аддитивный вариант метода Шварца для задачи МДТТ (1)-(5) можно сформулировать следующим образом: выберем некоторую функцию $\mathbf{u}^0$, удовлетворяющую граничному условию (2), а затем построим последовательность функций $\{\mathbf{u}^m\}$. На итерации с номером $m+1$ (данные итерации будем называть внешними) сначала решаются локальные задачи в каждой подобласти Ω_i ($i=1, \dots, M$), причем решения могут выполняться как последовательным, так и параллельным способом [6]:

$$\begin{aligned} L\mathbf{u}_i^{m+1} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega_i, \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_i^{m+1}) \cdot \mathbf{n} &= 0, \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega_{N,i}, \\ \mathbf{u}_i^{m+1}(\mathbf{x}) &= \mathbf{u}^m(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \bar{G} \setminus (\Omega_i \cup \partial\Omega_{N,i}). \end{aligned} \quad (14)$$

Итоговое решение в конце каждой итерации определяется по формуле

$$\mathbf{u}^{m+1} = \mathbf{u}^m + \alpha \sum_{i=1}^M (\mathbf{u}_i^{m+1} - \mathbf{u}^m),$$

где α – некоторый итерационный параметр.

Локальные контактные задачи являются нелинейными, для них проводится свой итерационный процесс (соответствующие итерации будем называть внутренними). Метод Нейман-Дирихле заключается в том, что на каждой итерации сначала решаются задачи для одной группы тел, для которых на контактных поверхностях заданы условия Неймана, а затем решаются задачи для второй группы тел, для которых на контактных поверхностях заданы условия Дирихле. В конце внутренней итерации происходит вычисление новых приближений для контактных давлений с использованием итерационных параметров θ_k (для каждой контактной пары свой параметр). Более подробно данный метод изложен в [5, 7].

Для дискретизации задачи использован метод конечных элементов. После применения стандартных процедур решение каждой локальной задачи (14) сводится к решению системы линейных уравнений вида [8]:

$$[K_i]\{U_i\} = \{R_i\},$$

где $[K_i]$ – матрица жесткости, $\{U_i\}$ – вектор узловых перемещений, $\{R_i\}$ – вектор узловых сил.

Для двухуровневого варианта метода Шварца итоговый вектор узловых перемещений в конце каждой итерации рассчитывается по формуле [6]

$$\{U\}^{m+1} = \{U\}^m + \alpha \sum_{i=1}^M (\{U_i\}^{m+1} - \{U\}^m) + \alpha \{\Delta U_0\}^{m+1},$$

где ΔU_0 – решение, полученное на грубой сетке, которая дополнительно вводится в расчетной области.

В проведенных расчетах внешний итерационный процесс продолжался до тех пор, пока не выполнялось соотношение

$$error u = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^{Np} s_k \frac{\|u_k^{m+1} - u_k^m\|^2}{\|u_k^{m+1}\|^2} \right) / \left(\sum_{k=1}^{Np} s_k \right)} \leq \varepsilon_0,$$

где s_k – суммарная площадь элементов сетки, в которые входит k -й узел, разделенная на количество узлов в элементе, Np – количество узлов в сетке.

Выбирались следующие значения входных параметров: $\{u^0\} = 0$, $\varepsilon_0 = 10^{-5}$, $\alpha = 0.4$.

В таблице 1 приведены данные о сходимости итерационного процесса в двух расчетах. Из таблицы видно, что для расчета с прилипанием сходимость медленнее, чем для расчета со скольжением.

Таблица 1

Количество внешних итераций в проведенных расчетах

	<i>error u</i>			
	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
расчет с прилипанием	22	64	116	170
расчет со скольжением	23	58	93	128

3. Результаты численного моделирования

В силу симметрии поперечного сечения рельсотрона (см. рис. 2) расчетная область соответствовала одной четвертой части всего сечения (рис.3.а) и включала в себя 3 тела. Рельс (тело 1) представляет собой пятиугольник ABCDE, врезанный в изолятор (тело 2), границы оболочки (тело 3) являются участками эллипсов. На рис.3.б показана расчетная треугольная сетка со следующими шагами в различных телах $h_1 = 1.75$, $h_2 = h_3 = 1.5$. В расчетах использованы конечные элементы 1 порядка [8].

В [1, 2] приведены реалистичные физико-механические характеристики материалов: рельс выполнен из стали (модуль Юнга равен 206 ГПа), изолятор – из стеклотекстолита (ортотропный материал с модулями Юнга в двух направлениях 20.5 ГПа и 16.5 ГПа), оболочка – из композитного материала, который можно считать ортотропным (с модулями Юнга в двух направлениях 96 ГПа и 2.7 ГПа). В проведенных расчетах применено изотропное

приближение, поэтому для изолятора использован эффективный материал с модулем Юнга 20.5 ГПа, а для оболочки – эффективный материал с модулем Юнга 96 ГПа. Коэффициент Пуассона для всех материалов в расчетах равен 0.3.

Рис. 3. а – расчетная область; б – сетка в области

В расчетной области можно выделить 2 пары контактных поверхностей: контакт рельса и изолятора по ломаной линии ABCDE и контакт изолятора с оболочкой по участку эллипса FG. Отметим, что дополнительную сложность представляет существенное различие характеристик материалов контактирующих тел: для 1-й контактной пары модули Юнга отличаются в 10 раз, для 2-й контактной пары – почти в 5 раз.

На границах изолятора и оболочки, расположенных на координатных осях, поставлено условие закрепления по нормальной компоненте вектора перемещения, на рельс действуют равномерно распределенные объемные силы $F_x = -4200$, $F_y = 6100$.

Для использования метода Шварца расчетная область разбита на 6 подобластей с захлестом, которые показаны на рис. 4.а.

Для выбранного разбиения одна подобласть включает в себя только оболочку, 3 подобласти включают в себя 2 тела (изолятор и рельс) и 2 подобласти включают в себя все 3 тела. Благодаря условиям Дирихле, которые ставятся на всех внутренних границах подобластей, локальные контактные задачи решаются существенно проще, чем исходная глобальная задача. В

расчетах использован метод Нейман-Дирихле, при этом на контактных поверхностях рельса и оболочки всегда ставилось условие Неймана, а на контактных поверхностях изолятора – условие Дирихле (коэффициент $\theta = 0.125$). Количество внутренних итераций для решения локальных задач не превышало 5.

Рис. 4. а – разбиение области на 6 подобластей; б – грубая сетка

Для грубой треугольной сетки, показанной на рис. 4.б, решалась линейная задача упругости, значения модуля Юнга эффективного материала в каждой ячейке определялись путем усреднения значений модуля Юнга в элементах основной сетки, которые попадали в рассматриваемую ячейку грубой сетки.

Проведены 2 расчета: 1-й расчет с условиями прилипания на контактных поверхностях и 2-й расчет с условиями скольжения без трения.

Далее на рис. 5-8 в двух колонках сопоставлены двумерные распределения величин, полученные в данных расчетах.

На рис. 5 показаны итоговые конфигурации контактных поверхностей: красным цветом помечены участки, которые остаются в контакте.

Рис. 5. Конфигурация контактной поверхности:
а – прилипание; б – скольжение

Для расчета с прилипанием во второй контактной паре из контакта выходят нижние участки поверхностей изолятора и оболочки. Для расчета со скольжением в первой контактной паре из контакта выходят верхние части поверхностей, расположенных на отрезке DE, а также расположенные напротив них участки поверхностей изолятора и оболочки во второй контактной паре.

На рис. 6 показаны распределения компонент вектора перемещения u_x и u_y . На рис. 6.а и 6.в, которые соответствуют расчету с условием прилипания, видно, что кроме участков границы, которые вышли из контакта, перемещения переходят через границы разных тел непрерывным образом. На рис. 6.б и 6.г, которые соответствуют расчету с условием скольжения, непрерывный переход происходит только у нормальной компоненты вектора перемещения, поэтому, в частности, на криволинейной границе изолятор/оболочка наблюдается разрыв в перемещениях u_x и u_y . Максимальные вертикальные перемещения в расчете со скольжением в полтора раза больше, чем в расчете с прилипанием.

Рис. 6. Распределение компонент вектора перемещений:
а, в – прилипание; б, г – скольжение

На рис. 7 показаны распределения компонент тензора напряжений σ_{xx} и σ_{yy} : рис. 7.а и 7.в соответствуют расчету с условием прилипания, а рис. 7.б и 7.г – расчету с условием скольжения.

Рис. 7. Распределение компонент тензора напряжений:
а, в – прилипание; б, г – скольжение

Полученные НДС конструкции значительно отличаются друг от друга. Например, в расчете с прилипанием у рельса в окрестности точки Е, а также в нижней части внутренней поверхности изолятора расположены зоны растягивающих вертикальных напряжений. В расчете со скольжением в этих зонах действуют сжимающие напряжения.

На рис. 8 показаны распределения интенсивности напряжений. Данная величина играет важную роль в большей части критериев разрушения

материалов. На рис. 8.а видно, что максимальные напряжения в расчете с прилипанием возникают в углах рельса А и Е, а в расчете со скольжением наиболее нагруженным местом конструкции является участок изолятора, расположенный между скошенным углом рельса CD и оболочкой. При этом в целом изолятор во второй случае является менее нагруженным, чем в первом. Наиболее нагруженным участком оболочки в обоих случаях является нижняя часть ее внутренней поверхности.

Рис. 8. Распределение интенсивности напряжений:
а – прилипание; б – скольжение

Показанные двумерные распределения величин не позволяют в достаточной степени оценить аккуратность решения контактной задачи, поэтому далее приведены одномерные графики распределения нормальных перемещений и контактных давлений вдоль контактных поверхностей.

На рис. 9 показаны данные величины, относящиеся к 1-й контактной паре, для расчета с прилипанием. Графики с маркером соответствуют поверхности рельса, графики без маркера – поверхности изолятора.

Вдоль оси абсцисс отложена протяженность контактной поверхности с началом отчета в точке А. Для большего удобства внизу рисунка отмечены положения вершин пятиугольника, который задает форму рельса. На графиках давления видно, что во всех углах возникают концентраторы напряжения.

На рис. 10 показаны аналогичные величины, относящиеся ко 2-й контактной паре, для расчета с прилипанием. Графики с маркером соответствуют поверхности изолятора, графики без маркера – поверхности оболочки.

Рис. 9. Распределение величин для 1-й контактной пары (прилипание):
а – нормальные перемещения; б – контактные давления

Рис. 10. Распределение величин для 2-й контактной пары (прилипание):
а – нормальные перемещения; б – контактные давления

На рис. 10 хорошо видно, что на участке, на котором произошел выход из контакта, контактные давления равны нулю, а нормальные перемещения значительно отличаются. На тех участках поверхностей, которые остаются в контакте, графики нормальных перемещений и контактных давлений для поверхностей двух тел визуальны практически неотличимы.

На рис. 11 показаны аналогичные величины, относящиеся к 1-й контактной паре, для расчета с условием скольжения. Графики с маркером соответствуют поверхности рельса, графики без маркера – поверхности

изолятора. На рис. 11.б виден участок с нулевым контактным давлением, где происходит выход из контакта. Для этого участка на рис. 11.а наблюдаются расхождения в перемещениях. На графиках давления видно, что в точках, соответствующих углам рельса, возникают концентраторы напряжения.

Рис. 11. Распределение величин для 1-й контактной пары (скольжение):
а – нормальные перемещения; б – контактные давления

На рис. 12 показаны аналогичные величины, относящиеся ко 2-й контактной паре, для расчета с условием скольжения. Графики с маркером соответствуют поверхности изолятора, графики без маркера – поверхности оболочки.

Рис. 12. Распределение величин для 2-й контактной пары (скольжение):
а – нормальные перемещения; б – контактные давления

На рис. 13 показаны графики нормальных перемещений и контактных давлений, относящиеся к контактной поверхности рельса, для расчета с условием прилипания (график без маркера) и с условием скольжения (график с маркером). Из сравнения графиков видно, что во втором расчете значения перемещений и давлений на большей части поверхности больше, чем значения величин, полученных в первом расчете. Для отдельных участков значения давлений отличаются в несколько раз.

Рис. 13. Сравнение результатов для разных условий (1-я контактная пара):
а – нормальные перемещения; б – контактные давления

На рис. 14 показаны графики аналогичных величин, относящиеся к внешней контактной поверхности изолятора, для расчета с условием прилипания (график без маркера) и с условием скольжения (график с маркером).

Рис. 14. Сравнение результатов для разных условий (2-я контактная пара):
а – нормальные перемещения; б – контактные давления

Из сравнения графиков видно, что нормальные перемещения достаточно близки в нижней части поверхности и значительно расходятся в верхней части. Пиковые значения давлений в расчете со скольжением в несколько раз больше, чем в расчете с прилипанием.

Заключение

В работе рассмотрена задача определения НДС ствола электромагнитного ускорителя. Для решения задачи использованы следующие упрощающие предположения: расчетная область соответствовала одной четвертой части поперечного сечения ускорителя; для описания элементов конструкции применена модель упругого изотропного тела; в качестве силовой нагрузки выбрано равномерное распределение объемных сил в рельсе. Для учета контактного взаимодействия различных элементов ускорителя (рельс, изолятор и оболочка) использована комбинация двухуровневого аддитивного метода Шварца для разбиения большой контактной задачи на ряд локальных задач и метода Нейман-Дирихле для решения более простых контактных задач. Проведены расчеты, в которых область разбивалась на 6 подобластей, а на контактных поверхностях ставились либо условия прилипания, либо условия скольжения без трения. Анализ расчетных результатов позволил сделать вывод, что в обоих случаях граничные условия на контактных поверхностях выполнены достаточно аккуратно. Это свидетельствует о корректности использованного метода. В зависимости от выбора варианта граничных условий картина НДС в ускорителе меняется существенным образом: для разных вариантов получены разные конфигурации поверхностей, находящихся в контакте, и разные наиболее нагруженные участки тел. Данное наблюдение подчеркивает важность адекватного учета контактного взаимодействия тел в подобных задачах.

Авторы выражают глубокую благодарность Александру Валентиновичу Плеханову и безвременно ушедшему Анатолию Николаевичу Терещенко за помощь в постановке задачи.

Список литературы

- [1] Терещенко А.Н., Лукин В.В., Головкин К.Д., Плеханов А.В., Галанин М.П., Родин А.С. Оценка прочности и жесткости электромагнитного ускорителя с силовым корпусом из полимерного волокнистого композиционного материала // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2015. № 51. 23 с.
- [2] Vladimir V. Lukin; Alexander V. Plekhanov; Alexander S. Rodin; Konstantin D. Golovkin ; Evgeniy S. Yushkov. Durability and Stiffness Estimation for the Composite Overwrap Electromagnetic Rail Launcher Barrel // IEEE Transactions on Plasma Science. 2018. Volume 46, Issue: 4. P. 967 – 971.
- [3] Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Математические модели механики и электродинамики сплошной среды. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008.
- [4] Wriggers P. Computational Contact Mechanics. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag. 2006. 520 p.
- [5] Eck C., Wohlmuth B. Convergence of a contact- Neumann iteration for the solution of two-body contact problems // Mathematical models methods application science. 2003. V. 13. P. 1103-1118.
- [6] Toselli A., Widlund O. Domain Decomposition methods – Algorithms and Theory. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag. 2005. 450 p.
- [7] Галанин М.П., Родин А.С. Применение метода декомпозиции области для решения контактного взаимодействия осесимметричных тел // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2020. № 41. 31 с.
- [8] Бате К.-Ю. Методы конечных элементов. М.: Физматлит. 2010. 1024 с.

Оглавление

1. Постановка задачи	3
2. Математическая и численная модели	5
3. Результаты численного моделирования.....	8
Заключение.....	18