ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Игнатов А.И., Сазонов В.В.

Оценка уровня
квазистатических
микроускорений на борту
искусственного спутника
Земли в режиме солнечной
ориентации

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Игнатов А.И., Сазонов В.В. Оценка уровня квазистатических микроускорений на борту искусственного спутника Земли в режиме солнечной ориентации // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2020. № 54. 28 с.
<http://doi.org/10.20948/prepr-2020-54>
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2020-54>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В.Келдыша

А.И. Игнатов, В.В. Сазонов

**ОЦЕНКА УРОВНЯ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ МИКРОУСКОРЕНИЙ
НА БОРТУ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ
В РЕЖИМЕ СОЛНЕЧНОЙ ОРИЕНТАЦИИ**

Москва – 2020

Игнатов А.И., Сазонов В.В.

**Оценка уровня квазистатических микроускорений на борту
искусственного спутника Земли в режиме солнечной ориентации**

Исследованы квазистатические микроускорения на борту искусственного спутника Земли, предназначенного для микрогравитационных исследований. Спутник находится на почти круговой орбите с высотой 550–580 км. Он имеет форму цилиндра с двумя панелями солнечных батарей, расположенными в одной плоскости симметрично относительно продольной оси цилиндра. Движение спутника относительно центра масс представляет собой режим солнечной ориентации: нормаль к плоскости солнечных батарей направлена на Солнце, угловая скорость спутника вокруг этой нормали мала. Режим реализуется с помощью четырех управляющих двигателей-маховиков (ДМ). Предложен вариант этого режима с ограниченным накоплением суммарного кинетического момента ДМ за счет управления углом поворота спутника вокруг нормали к плоскости солнечных батарей. Исследована комбинация режимов гравитационной и солнечной ориентации спутника.

Ключевые слова: микрогравитация, солнечная ориентация,
кинетический момент, двигатель-маховик

Ignatov A.I., Sazonov V.V.

**Estimation of residual accelerations on board a spacecraft
in the solar orientation mode**

We investigate quasi-steady accelerations arising on board an Earth artificial satellite that will be used for microgravity experiments. Its orbit is near circular with the altitude 550–580 km. The shape of the satellite is a cylinder with two fixed solar arrays. The arrays lie in the same plane and are located symmetrically, relative to the axis of the cylinder. The satellite attitude motion is a solar orientation mode: the normal to the plane of solar arrays is directed to the Sun and the satellite angular rate around the normal is small. The mode is realized by means of four reaction wheels (RW). We propose a variant of the solar orientation mode, in which accumulation of the angular momentum of the RW system is limited by controlling the angle of the satellite rotation around the normal to the plane of the solar arrays. A combination of the gravitational and solar orientation modes of the satellite has been investigated.

Key words: microgravity, solar orientation, angular momentum, reaction wheel

1. Введение. В данной работе рассчитываются квазистатические микроускорения на искусственном спутнике Земли типа спутников *Бион М-1* и *Фотон М-4* [1, 2]. Спутник находится на орбите с высотой около 550 км и поддерживает солнечную ориентацию. Его форма близка к цилиндру, на котором неподвижно закреплены две панели солнечных батарей, расположенные в одной плоскости симметрично относительно продольной оси спутника (рис. 1). В режиме солнечной ориентации нормаль к плоскости солнечных батарей направлена на Солнце, продольная ось спутника лежит вблизи плоскости орбиты, угловая скорость мала. Ориентация реализуется с помощью гиросистемы, образованной четырьмя двигателями-маховиками (ДМ). Указанный режим обеспечивает низкий уровень микроускорений и максимальный приток электроэнергии. Недостаток этого режима состоит в необходимости проведения разгрузок кинетического момента гиросистемы, ограничивающих время полета спутника без значительных возмущений. Ниже рассматривается вариант режима солнечной ориентации, при котором накопление кинетического момента ДМ ограничивается за счет управления углом поворота спутника вокруг нормали к плоскости солнечных батарей. Исследована возможность комбинации режимов гравитационной и солнечной ориентации спутника. С использованием достаточно детальной математической модели движения спутника рассчитаны квазистатические микроускорения, возникающие на борту спутника в указанных режимах.

2. Математическое моделирование микроускорений, возникающих на борту спутника. Квазистатические микроускорения на низкоорбитальном спутнике Земли вызываются четырьмя причинами: 1) движением спутника относительно центра масс как твердого тела, 2) градиентом гравитационного поля, 3) аэродинамическим торможением, 4) действием силы, создаваемой органами управления. Если спутник совершает неуправляемое движение или для управления им используется гиросистема, то последняя из перечисленных причин исчезает. В таком случае квазистатическое микроускорение в заданной фиксированной точке борта описывается простой формулой, причем, чтобы воспользоваться ею, достаточно знать только орбиту и вращательное движение спутника.

Пусть спутник представляет собой твердое тело и точка P жестко связана с его корпусом. Микроускорением $\mathbf{b}$ в точке P называется разность между напряженностью гравитационного поля в этой точке и абсолютным ускорением последней. Роль вектора $\mathbf{b}$ в орбитальных экспериментах аналогична роли ускорения свободного падения в экспериментах на поверхности Земли. В частности, если в точке P закрепить пробное тело с исчезающе малой массой m_p , то сила реакции, действующая на это тело со стороны спутника, равна $-m_p \mathbf{b}$. Формула для расчета микроускорений имеет вид [3]

$$\mathbf{b} = \mathbf{b}_r + \mathbf{b}_g + \mathbf{b}_a, \quad (1)$$

$$\mathbf{b}_r = \mathbf{p} \times \dot{\boldsymbol{\omega}} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{p}) \times \boldsymbol{\omega}, \quad \mathbf{b}_g = \frac{\mu_E}{r^3} \left(3 \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}{r^2} \mathbf{r} - \mathbf{p} \right), \quad \mathbf{b}_a = c \rho_a |\mathbf{v}| \mathbf{v}.$$

Здесь $\mathbf{p}$ – радиус-вектор точки P относительно центра масс спутника – точки O , $\boldsymbol{\omega}$ – абсолютная угловая скорость спутника, точка над буквой означает дифференцирование по времени t , μ_E – гравитационный параметр Земли, $\mathbf{r}$ – геоцентрический радиус-вектор точки O , $r = |\mathbf{r}|$, $\mathbf{v}$ – скорость точки O относительно поверхности Земли, ρ_a – плотность атмосферы в точке O , c – баллистический коэффициент спутника. Слагаемые в правой части формулы (1) отвечают первым трем указанным выше причинам возникновения микроускорений.

Формула (1) выведена для общего случая без каких-либо частотных ограничений. Однако если спутник имеет относительно большие инерционные характеристики и его вращательное движение рассчитывается как движение твердого тела (такое движение обычно очень медленное), то формула (1) дает именно квазистатическое микроускорение.

Формула (1) использовалась для расчета реальных квазистатических микроускорений, имевших место на летавших спутниках [3 – 8]. Ее можно использовать и для прогноза микроускорений [9, 10]. В этом случае составляются уравнения движения спутника, выбирается режим движения, вычисляется решение уравнений движения, моделирующее этот режим, и вдоль найденного решения микроускорение в заданной точке борта рассчитывается по формуле (1). Именно таким образом формула (1) применяется ниже.

3. Уравнения движения спутника. Спутник считаем гироскопом, для описания его движения будем использовать три правых декартовых системы координат.

$Ox_1x_2x_3$ – связанная система координат, образованная главными центральными осями инерции спутника. Полагаем, что спутник имеет форму прямого кругового цилиндра (рис. 1) радиуса R_c и высоты L_c , с двумя прикрепленными к нему одинаковыми прямоугольными пластинами – солнечными батареями суммарной площади S_b . Ось цилиндра совпадает с осью Ox_1 . Солнечные батареи расположены в плоскости Ox_1x_3 симметрично относительно оси Ox_1 , стороны батарей параллельны осям Ox_1 и Ox_3 , ось Ox_2 перпендикулярна плоскости солнечных батарей. Светочувствительная сторона солнечных батарей обращена к полупространству $x_2 > 0$. Координаты геометрических центров цилиндра и пластин солнечных батарей обозначим $(x_c, 0, 0)$ и $(x_b, 0, 0)$ соответственно, базисные орты этой системы – $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$. Ниже, если не оговорено особо, компоненты векторов и координаты точек относятся к системе $Ox_1x_2x_3$.

$Sy_1y_2y_3$ – гринвичская система координат. Ее начало находится в центре Земли, плоскость Sy_1y_2 совпадает с плоскостью экватора, ось Sy_1 пересекает

гринвичский меридиан, ось Cy_3 направлена к Северному полюсу.

$CZ_1Z_2Z_3$ – квазиинерциальная система координат. Ось CZ_2 параллельна вектору кинетического момента орбитального движения спутника, ось CZ_3 лежит в плоскости экватора и направлена в восходящий узел оскулирующей орбиты спутника. Базис этой системы образован ортами $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3$.

Матрицу перехода от системы $CZ_1Z_2Z_3$ к системе $Cy_1y_2y_3$ обозначим $C = \|c_{ij}\|_{i,j=1}^3$, где c_{ij} – косинус угла между осями Cy_i и CZ_j . Элементы этой матрицы выражаются через координаты и компоненты скорости центра масс спутника в гринвичской системе координат. Матрицы перехода от системы $Ox_1x_2x_3$ к гринвичской системе координат и системе $CZ_1Z_2Z_3$ обозначим соответственно $\|u_{ij}\|_{i,j=1}^3$ и $\|a_{ij}\|_{i,j=1}^3$. Здесь u_{ij} и a_{ij} – косинусы углов, которые образует ось Ox_j с осями Cy_i и CZ_i . Справедливы соотношения $a_{ij} = \mathbf{E}_i \cdot \mathbf{e}_j$, $U = CA$.

Положение системы $Ox_1x_2x_3$ относительно системы $CZ_1Z_2Z_3$ будем также задавать углами ψ , θ и φ , которые введем следующим образом. Если точку C перенести в точку O , то систему $CZ_1Z_2Z_3$ можно перевести в систему $Ox_1x_2x_3$ тремя последовательными поворотами: 1) на угол ψ вокруг оси CZ_2 , 2) на угол $\pi/2 - \theta$ вокруг новой оси CZ_1 , 3) на угол $\varphi + \pi$ вокруг новой оси CZ_2 , совпадающей с осью Ox_2 . Элементы матрицы A выражаются через эти углы с помощью следующих формул:

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\cos \varphi \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi \sin \theta, & a_{12} &= \sin \psi \cos \theta, \\ a_{21} &= -\sin \varphi \cos \theta, & a_{22} &= \sin \theta, \\ a_{31} &= \cos \varphi \sin \psi + \sin \varphi \cos \psi \sin \theta, & a_{32} &= \cos \psi \cos \theta, \\ & & & (2) \\ a_{13} &= -\sin \varphi \cos \psi - \cos \varphi \sin \psi \sin \theta, \\ a_{23} &= \cos \varphi \cos \theta, \\ a_{33} &= \sin \varphi \sin \psi - \cos \varphi \cos \psi \sin \theta. \end{aligned}$$

Уравнения движения спутника состоят из двух подсистем. Одна подсистема описывает движение центра масс спутника в гринвичской системе координат [11]. В ней учитываются нецентральность гравитационного поля Земли и сопротивление атмосферы. Нецентральность поля учитывается с точностью до членов порядка (16,16) включительно в разложении гравитационного потенциала Земли в ряд по шаровым функциям. Атмосфера считается вращающейся вместе с Землей, ее плотность рассчитывается согласно модели ГОСТ Р 25645.166-2004. Параметры атмосферы и баллистический коэффициент спутника считаются неизменными на всем интервале интегрирования уравнений движения.

Другая подсистема описывает движение спутника относительно центра масс (вращательное движение). Она образована уравнениями, выражающими теорему об изменении кинетического момента спутника в его движении отно-

сительно центра масс, кинематическими уравнениями Пуассона для элементов первых двух строк матрицы U и уравнениями, описывающими изменение кинетического момента гиросистемы. В уравнениях, выражающих теорему об изменении кинетического момента спутника, учитываются гравитационный и аэродинамический моменты. Для гравитационного момента существует простое аналитическое выражение [12]. Формула аэродинамического момента имеет вид

$$\mathbf{M}_a = p(\mathbf{v} \times \mathbf{e}_1), \quad p = \rho_a \left(\pi R_c^2 x_c |v_1| + S_b x_b |v_2| + 2R_c L_c x_c \sqrt{v_2^2 + v_3^2} \right).$$

Здесь v_i – компоненты вектора $\mathbf{v}$. При выводе последней формулы считалось, что молекулы атмосферы при столкновении с корпусом спутника испытывают абсолютно неупругий удар [12, 13], и не учитывалось взаимное затенение корпуса спутника и солнечных батарей от набегающего аэродинамического потока. Такое упрощение оправдано, поскольку для большинства движений спутника относительная продолжительность отрезков времени, на которых указанное затенение существенно, невелика.

Допущения, сделанные при выводе формулы аэродинамического момента, позволяют выписать явное выражение для входящего в формулу (1) баллистического коэффициента спутника. Этот коэффициент имеет вид $c = S_v / m$, где m – масса спутника, S_v – площадь геометрической фигуры, являющейся проекцией внешней оболочки спутника на плоскость перпендикулярную вектору $\mathbf{v}$. В данном случае

$$|\mathbf{v}| S_v = \pi R_c^2 |v_1| + S_b |v_2| + 2R_c L_c \sqrt{v_2^2 + v_3^2},$$

и аэродинамический член формулы (1) принимает вид

$$\mathbf{b}_a = c \rho_a |\mathbf{v}| \mathbf{v} = \rho_a \left(\frac{\pi R_c^2}{m} |v_1| + \frac{S_b}{m} |v_2| + \frac{2R_c L_c}{m} \sqrt{v_2^2 + v_3^2} \right) \mathbf{v}. \quad (3)$$

Все приводимые в данной работе расчеты микроускорений выполнены по формулам (1), (3).

Заметим, что при расчете микроускорений баллистический коэффициент c считался переменным, а в подсистеме уравнений движения центра масс спутника тот же коэффициент принимался постоянным. Сделанное упрощение оправдано тем, что влияние сопротивления атмосферы на движение центра масс весьма мало и достаточно точно описывается с использованием постоянного значения баллистического коэффициента, которое определяется в результате обработки траекторных измерений.

Подсистема уравнений вращательного движения спутника имеет вид

$$\hat{I} \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \hat{I} \boldsymbol{\omega} = 3 \frac{\mu_E}{r^5} (\mathbf{r} \times \hat{I} \mathbf{r}) + p(\mathbf{v} \times \mathbf{e}_1) + \mathbf{M}_c, \quad (4)$$

$$\frac{\tilde{d}\mathbf{H}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H} = -\mathbf{M}_c,$$

$$\frac{\tilde{d}\mathbf{u}_1}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}_1 = \omega_E \mathbf{u}_2, \quad \frac{\tilde{d}\mathbf{u}_2}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}_2 = -\omega_E \mathbf{u}_1.$$

Здесь символом $\tilde{d}/dt$ обозначена локальная производная вектора в системе $Ox_1x_2x_3$, $\hat{I} = \text{diag}(I_1, I_2, I_3)$ – тензор инерции спутника в этой системе, $\mathbf{H}$ – собственный кинетический момент гиросистемы, $\mathbf{M}_c$ – момент, действующий со стороны этой системы, на корпус спутника, ω_E – угловая скорость вращения Земли, $\mathbf{u}_1$ и $\mathbf{u}_2$ – первая и вторая строки матрицы перехода U . Третья строка этой матрицы вычисляется по формуле $\mathbf{u}_3 = \mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_2$. Строки $\mathbf{u}_1$ и $\mathbf{u}_2$ связаны условиями ортогональности матрицы U ($\mathbf{u}_i$ – орты осей Sy_i), которые учитываются при задании начальных условий для этих переменных.

Чтобы замкнуть подсистему уравнений вращательного движения, надо добавить к уравнениям (4) выражение для $\mathbf{M}_c$. Оно приведено ниже.

В расчетах использовались следующие параметры описанной модели. Параметры спутника: $m = 6440$ кг, $I_1 = 2600$ кгм², $I_2 = 11100$ кгм², $I_3 = 10900$ кгм², $R_c = 1.3$ м, $L_c = 5.0$ м, $S_b = 33$ м², $x_b = -1$ м, $x_c = 0.3$ м. Микроускорения рассчитывались в точке P с координатами $(-1$ м, 0.7 м, 0.5 м) (рис. 1). Эта точка находится на внутренней стенке рабочего отсека спутника, примерно на ее середине. Вблизи этой точки возможна установка научной аппаратуры. Параметры модели атмосферы: $F_{10.7} = F_{81} = 150$, $A_p = 12$.

Рассматривались три варианта начальных условий движения центра масс спутника. Соответствующие им решения уравнений орбитального движения назовем орбитами I, II и III. Начальные условия орбиты I задавались в восходящем узле орбиты в момент времени 07:13:07 UTC 15.03.2013. При этом элементы орбиты составляли: высота в апогее 575.2 км, высота в перигее 546.8 км, наклонение 64.87° , аргумент широты перигея -124.65° , долгота восходящего узла в гринвичской системе координат 343.27° . Начальные элементы орбит II и III имели такие же значения, но относились к моментам времени 07:13:07 UTC 05.05.2013 и 07:13:07 UTC 21.12.2013 соответственно. В случае орбиты I в некоторой точке отрезка времени, на котором моделировалось движение спутника, Солнце пересекало плоскость его орбиты. В случае орбиты II на отрезке моделирования движения спутника максимальное значение угла ϑ между ортом направления «Земля-Солнце» и плоскостью орбиты спутника достигало 47° , для орбиты III максимальное значение угла ϑ достигало 88° . Таким образом, орбиты I, II и III по-разному расположены относительно Солнца.

Начальные условия уравнений (4) задавались в тот же момент времени, что и начальные условия орбитального движения. Этот момент служил началом отсчета времени – точкой $t = 0$.

4. Собственный кинетический момент системы ДМ. Для определенности положим, что гиросистема спутника состоит из четырех ДМ. Векторы $\mathbf{H}$ и

$\mathbf{M}_c$ реализуются в виде суммы четырех векторов, отвечающих соответствующим ДМ. Полагаем, что оси вращения ДМ расположены параллельно боковым ребрам правильной четырехгранной пирамиды. Высота пирамиды параллельна оси Ox_1 , линии пересечения граней пирамиды с плоскостью Ox_2x_3 параллельны или перпендикулярны осям Ox_2 , Ox_3 (рис. 2). Орты $\mathbf{g}_k$ осей вращения ДМ имеют компоненты

$$\mathbf{g}_1 = (-d_1, d_2, -d_3), \quad \mathbf{g}_2 = (-d_1, d_2, d_3), \quad \mathbf{g}_3 = (d_1, d_2, -d_3), \quad \mathbf{g}_4 = (d_1, d_2, d_3),$$

которые параметризуем углами α и β :

$$d_1 = \cos \alpha, \quad d_2 = \sin \alpha \sin \beta, \quad d_3 = \sin \alpha \cos \beta.$$

Суммарный кинетический момент системы ДМ выражается формулой

$$\mathbf{H} = D\mathbf{G}, \quad D = \begin{bmatrix} -d_1 & -d_1 & d_1 & d_1 \\ d_2 & d_2 & d_2 & d_2 \\ -d_3 & d_3 & -d_3 & d_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = (G_1, G_2, G_3, G_4)^T, \quad (5)$$

где G_k – кинетический момента ДМ с номером k . Значения углов α и β выберем так, чтобы реализуемые системой ДМ максимальные угловые скорости спутника относительно каждой из осей Ox_i ($i=1,2,3$) были примерно одинаковыми [14]. Тогда

$$\beta = \arctg\left(\frac{I_2}{I_3}\right) \approx 45^\circ, \quad \alpha = \arctg\left(\frac{I_2}{I_1 \sin \beta}\right) \approx 80^\circ.$$

При заданном значении $\mathbf{H}$ соотношения (5) нельзя единственным образом разрешить относительно $\mathbf{G}$. Для достижения единственности потребуем, чтобы вектор $\mathbf{G}$ имел минимальную евклидову норму. Тогда

$$\mathbf{G} = D^+ \mathbf{H}, \quad D^+ = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -d_1^{-1} & d_2^{-1} & -d_3^{-1} \\ -d_1^{-1} & d_2^{-1} & d_3^{-1} \\ d_1^{-1} & d_2^{-1} & -d_3^{-1} \\ d_1^{-1} & d_2^{-1} & d_3^{-1} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Здесь $D^+ = D^T(DD^T)^{-1}$ – псевдообратная матрица матрицы D [15]. Выписанные соотношения (6) задают собственный кинетический момент каждого ДМ. В данной работе предполагается, что предельно допустимые значения собственного кинетического момента каждого ДМ лежат в пределах $|G_k| \leq 20$ Нмс ($k=1,2,3,4$).

5. Режим трехосной солнечной ориентации спутника. Сперва рассмотрим режим трехосной солнечной ориентации спутника, в котором Ox_2 неиз-

менно направлена на Солнце, ось Ox_1 лежит в плоскости орбиты, абсолютная угловая скорость спутника мала. Пусть $\mathbf{s}$ – орт направления «Земля – Солнце». Орт $\mathbf{n} = (\mathbf{s} \times \mathbf{E}_2) / |\mathbf{s} \times \mathbf{E}_2|$ лежит в плоскости орбиты спутника и ортогонален орту $\mathbf{s}$. Изменение ортов $\mathbf{s}$ и $\mathbf{n}$ в системе $Ox_1x_2x_3$ описывается уравнениями

$$\frac{d\mathbf{s}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{s} = 0, \quad \frac{d\mathbf{n}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{n} = 0.$$

Закон управления гиросистемой $\mathbf{M}_c = \mathbf{M}_c(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{s}, \mathbf{n})$ обеспечивающий затухание возмущенного движения спутника в окрестности положения $\boldsymbol{\omega} = 0$, $\mathbf{e}_1 = \mathbf{n}$, $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$ с требуемой скоростью имеет вид [16]:

$$\mathbf{M}_c = \xi^2 \hat{I}(\mathbf{e}_2 \times \mathbf{s} + \mathbf{e}_1 \times \mathbf{n}) - 2\xi \hat{I} \hat{W} \boldsymbol{\omega}, \quad (7)$$

где $\hat{W} = \text{diag}(1, 1, \sqrt{2})$, ξ – положительный параметр.

Ниже принято, что $\xi = 0.01 \text{ с}^{-1}$. Полагаем, что закон управления (7) формируется в соответствии с показаниями установленных на спутнике датчиков ориентации и угловой скорости.

Моделирование режима трехосной солнечной ориентации спутника сводилось к численному интегрированию системы (4), (7) с использованием соотношений (5), (6). Компоненты орта $\mathbf{s}$ в гринвичской системе координат рассчитывались по приближенным формулам [17]. Начальные условия системы (4), (7) в момент времени $t = 0$ задавались следующим образом. Спутник в гринвичской системе координат занимает положение $\mathbf{e}_1 = \mathbf{n}$, $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$. Кинетический момент системы ДМ $\mathbf{H}(0) = 0$, соответственно $\mathbf{G}(0) = 0$. Начальные значения компонент угловой скорости ω_i , задавались с учетом ошибок в их реализации: $\omega_1(0) = \omega_2(0) = \omega_3(0) = 0.01^\circ/\text{с}$. Результаты расчетов движения спутника, полученные в рамках принятой модели для всех вариантов рассматриваемых орбит, а также результаты расчета микроускорений приведены на рис. 3–5 (орбита I), 6–8 и 12–14 (орбита II), 9–11 (орбита III). На рисунках приведены графики зависимости от времени углов ψ , θ и φ , угла $\sigma = \arccos(\mathbf{s} \cdot \mathbf{e}_2)$ ($\theta = \vartheta$ при $\sigma = 0$), компонент угловой скорости ω_i и величин собственного кинетического момента каждого из ДМ G_k . Приведены также графики компонент вектора микроускорения $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$ и модуля микроускорения $|\mathbf{b}|$. Для орбиты II дополнительно приведены графики компонент векторов $\mathbf{b}_r = (b_{r1}, b_{r2}, b_{r3})$, $\mathbf{b}_g = (b_{g1}, b_{g2}, b_{g3})$, $\mathbf{b}_a = (b_{a1}, b_{a2}, b_{a3})$. Все графики на рис. 3–11 и в левой части рис. 12–14 построены на интервалах времени 16 суток. Переходной процесс (процесс гашения возмущенного движения), обусловленный ошибками в задании начальной угловой скорости, длится менее 10 мин и из-за масштаба на рисунках не виден. Результаты моделирования показывают, что для всех рассматриваемых вариантов орбит использование закона управления (7) обеспечивает трехосную солнечную ориентацию спутника и затуха-

ние его возмущенного движения в окрестности положения $\omega = 0$, $\mathbf{e}_1 = \mathbf{n}$, $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$. Ошибки солнечной ориентации иллюстрируются графиками угла $\sigma(t)$ (рис. 3, 6, 9). Как видно из приведенных графиков, ошибки ориентации для всех рассматриваемых вариантов орбит достаточно малы. На рис. 5, 8, 11 приведены результаты расчета суммарных микроускорений, из которых видно, что их уровень на борту спутника в рассматриваемой точке P по модулю не превышает значения $3.5 \cdot 10^{-6}$ м/с². Указанный уровень микроускорений является приемлемым для проведения космических экспериментов в области микрогравитации. В левой части рис. 12–14 приведены графики компонент векторов микроускорений $\mathbf{b}_r$, $\mathbf{b}_g$, $\mathbf{b}_a$ из которых видно, что наибольший вклад в общий уровень микроускорений $\mathbf{b}$, представленных на рис. 8, вносит составляющая $\mathbf{b}_g$ от действия гравитационного поля Земли, а наименьший – составляющая $\mathbf{b}_r$ от вращательного движения спутника относительно центра масс.

На рис. 4, 7, 10 представлены графики величин G_k ($k = 1, 2, 3, 4$), на которых видно, что в процессе поддержания солнечной ориентации спутника для всех рассматриваемых орбит кинетический момент каждого из ДМ существенно превысил свое предельно допустимое значение. Разгрузка системы ДМ с помощью магнитных катушек или реактивных двигателей в данной работе не предполагается, поскольку необходимость их проведения сокращает отрезки невозмущенного полета спутника. По этой причине целесообразно рассмотреть возможность использования закона управления, позволяющего не только обеспечить затухание возмущенного движения спутника в окрестности положения покоя с требуемой скоростью, но и дополнительно увеличить продолжительность отрезков полета спутника без проведения разгрузок гиросистемы. Чтобы ограничить рост кинетического момента ДМ, не нарушая режим солнечной ориентации спутника, в работах [16, 18] предложен соответствующий закон управления, результаты численного моделирования которого будут представлены ниже.

6. Спектральный анализ микроускорений. С целью анализа уровня микроускорений, возникающих на борту спутника в процессе поддержания солнечной ориентации, в работе определены характерные частоты колебаний компонент векторов $\mathbf{b}_r$, $\mathbf{b}_g$, $\mathbf{b}_a$, показанных в левой части рис. 12–14. Частоты были найдены с помощью спектрального анализа, выполнявшегося по следующей схеме [19]. Пусть x_n ($n = 1, 2, \dots, N$) – значения какой-либо переменной $x(t)$ исследуемого решения в узлах равномерной временной сетки $\{t_n\}$: $x_n = x(t_n)$. Во всех рассмотренных ниже примерах шаг сетки $h = t_{n+1} - t_n = 10$ с. Предположим, что исследуемая функция имеет вид

$$x(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^M (\alpha_m \cos 2\pi f_m^\circ t + \beta_m \sin 2\pi f_m^\circ t),$$

где $f_m^\circ \in (0, h^{-1}/2)$ и α_0 , α_m , β_m ($m = 1, 2, \dots, M$) – постоянные параметры,

причем среди частот f_m° нет одинаковых. Оценить частоты и амплитуды отдельных гармоник, входящих в $x(t)$, можно, исследуя максимумы периодограммы Шустера

$$I(f) = \left[\sum_{n=1}^N (x_n - x_*) \cos 2\pi f t_n \right]^2 + \left[\sum_{n=1}^N (x_n - x_*) \sin 2\pi f t_n \right]^2, \quad x_* = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n$$

на интервале $0 < f < h^{-1}/2$. Функция $I(f)$ имеет много максимумов, из которых выбирают несколько наиболее выделяющихся. Если функция $I(f)$ имеет такой максимум в точке f_* , то предполагается, что f_* близка одной из частот f_m° , а величина $2\sqrt{I(f_*)}/N$ является оценкой амплитуды $\sqrt{\alpha_m^2 + \beta_m^2}$ соответствующей гармоники. Периодограмму Шустера удобно преобразовать к виду, называемому амплитудным спектром $A(f) = 2N^{-1}\sqrt{I(f)}$. Выделяющиеся максимумы функции $A(f)$ напрямую оценивают амплитуды отдельных гармоник, но ее максимумы выражены менее наглядно максимумов периодограммы.

В правой части рис. 12–14 приведены амплитудные спектры $A_{ri}(f)$, $A_{gi}(f)$, $A_{ai}(f)$ переменных $b_{ri}(t)$, $b_{gi}(t)$, $b_{ai}(t)$ ($i=1,2,3$) соответственно. Все амплитудные спектры на рис. 12–14 представлены в диапазоне частот от 0 до 0.001 Гц, при значении $N=8640$. Как видно из представленных рисунков наиболее значимый вклад в микроускорения $\mathbf{b}_r$, $\mathbf{b}_g$ вносят гармоники с частотой $2f_0 \approx 0.00036$ Гц, где $f_0 = \omega_0 / 2\pi$ – орбитальная частота (ω_0 – среднее движение центра масс спутника, для рассматриваемых в данной работе орбит $\omega_0 \approx 1.09 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$). Такие колебания возбуждаются градиентом гравитационного поля. В микроускорение $\mathbf{b}_a$ основной вклад вносят гармоники с частотами кратными $f_0 \approx 0.00018$ Гц. Частота $2f_0$ является доминирующей и в суммарном микроускорении $\mathbf{b}$.

7. Режим солнечной ориентации с ограничением роста кинетического момента системы ДМ. Рассмотрим возможность использования закона управления, позволяющего не только обеспечить затухание возмущенного движения спутника в окрестности положения $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$ с требуемой скоростью, но и дополнительно ограничить рост накапливаемого кинетического момента системы ДМ. Чтобы не нарушать режим солнечной ориентации спутника, накопление кинетического момента системы ДМ будем контролировать только за счет управления углом поворота спутника вокруг орта $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$. Закон управления гиросистемой обеспечивающий поддержание режима солнечной ориентации с заданными выше условиями имеет вид [16]:

$$\mathbf{M}_c = \xi^2 \hat{I}(\mathbf{e}_2 \times \mathbf{s} + \mathbf{e}_1 \times \mathbf{n}) - 2\xi \hat{I} \dot{\mathbf{W}} \boldsymbol{\omega} - \hat{I}(\chi \omega_2 + f) \mathbf{e}_2, \quad (8)$$

$$f = -\frac{3\mu_E}{r^5} \left[-(\kappa_3 - \kappa_1) \gamma_1 \gamma_2 K_1 + \kappa_2 (\gamma_1^2 - \gamma_3^2) K_2 + (\kappa_3 - \kappa_1) \gamma_2 \gamma_3 K_3 \right],$$

где χ , κ_i ($i=1,2,3$) – положительные постоянные, γ_i – компоненты вектора $\mathbf{r}$, K_i – компоненты вектора кинетического момента спутника в его движении относительно центра масс.

Покажем, что выбранный закон изменения управляющего момента (8) действительно обеспечивает солнечную ориентацию спутника и при этом ограничивает накопление кинетического момента системы ДМ. С этой целью вычислим решение системы (4), (8) с использованием соотношений (5), (6), приняв $\chi = 2\xi$, $\xi = 0.01 \text{ с}^{-1}$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 1 \text{ (Нмс)}^{-1}$, $\kappa_3 = 3 \text{ (Нмс)}^{-1}$ с начальными условиями в момент времени $t = 0$ заданными как в п. 5. Результаты расчетов движения спутника, полученные в рамках принятой модели для всех вариантов рассматриваемых орбит, а также результаты расчета микроускорений приведены на рис. 15–24 (орбита I на рис. 15–17, орбита II на рис. 18–20 и 24, орбита III на рис. 21–23). Результаты моделирования представлены графиками зависимости от времени углов ψ , θ , φ , σ , компонент угловой скорости ω_i и величин собственного кинетического момента каждого из ДМ G_k ($k=1,2,3,4$). Приведены также графики компонент вектора микроускорения $\mathbf{b}$ и модуля микроускорения $|\mathbf{b}|$. Все графики на рис. 15–23 и в левой части рис. 24 построены на интервалах времени 16 суток. Переходной процесс, обусловленный ошибками в задании начальной угловой скорости, длится менее 20 мин и из-за масштаба на рисунках не виден. Результаты моделирования показывают, что использование закона управления (8) обеспечивает солнечную ориентацию спутника и затухание его возмущенного движения в окрестности положения $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$ для всех вариантов рассматриваемых орбит. Ошибки солнечной ориентации иллюстрируются графиками угла $\sigma(t)$ (рис. 15, 18, 21). Как видно из приведенных графиков, ошибки ориентации для всех рассматриваемых вариантов орбит достаточно малы. На рис. 17, 20, 23 приведены результаты расчета суммарных микроускорений, из которых видно, что их уровень в рассматриваемой точке P по модулю не превышает значения $4.0 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}^2$. Указанный уровень микроускорений на борту спутника является приемлемым для проведения экспериментов в области микрогравитации.

Для случая движения спутника по орбите II в левой части рис. 24 черным цветом показаны графики компонент вектора микроускорений $\mathbf{b}_r$, полученные при реализации закона управления (8). Для сравнения на том же рисунке красным цветом показаны аналогичные графики, полученные при реализации закона управления (7). На графиках видно, что при использовании закона (8) значения амплитуд колебаний компонент $b_{r1}(t)$, $b_{r3}(t)$ превышают соответствующие значения, полученные при использовании закона (7), более чем в 15 раз. Это вызвано увеличением амплитуды колебаний составляющей ω_2 абсолютной угловой скорости спутника при реализации его вращения относительно орта $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$ в процессе ограничения роста кинетического момента

ДМ. При этом компоненты $b_{r2}(t)$ практически совпадают для обоих вариантов закона управления. В правой части рис. 24 черным цветом показаны соответствующие амплитудные спектры величин $b_{ri}(t)$ ($i=1,2,3$) при использовании закона (8), и красным цветом – при использовании закона (7). Спектры приведены в диапазоне частот от 0 до 0.0015 Гц, при значениях $h=10$ с и $N=8640$. При использовании закона (8) увеличение амплитуд колебаний величин $b_{r1}(t)$ и $b_{r3}(t)$ происходит на частоте $4f_0 \approx 0.00072$ Гц, что соответствует доминирующей частоте колебаний величины ω_2 , представленной на рис. 18. При этом значения величин $b_{gi}(t)$ и $b_{ai}(t)$ ($i=1,2,3$) практически не отличаются от представленных на рис. 13, 14. Как и в случае использования закона управления (7), наибольший вклад в общий уровень микроускорений на борту спутника при использовании закона (8) вносит составляющая $\mathbf{b}_g$ с доминирующей частотой $2f_0 \approx 0.00036$ Гц, поэтому увеличение амплитуды колебаний величин $b_{r1}(t)$ и $b_{r3}(t)$ практически не сказывается на суммарном уровне микроускорений в точке P . На рис. 25 показаны амплитудные спектры величин суммарных микроускорений $b_i(t)$ ($i=1,2,3$), в левой части рисунка в случае использования закона управления (7), в правой – при использовании закона (8).

Величины накапливаемого кинетического момента каждого ДМ для случаев движения спутника по орбитам I и II остаются ограниченными значением $|G_k| < 10$ Нмс ($k=1,2,3,4$) (см. рис. 16, 19), что в два раза меньше максимально допустимого значения $|G_k|$. В случае движения спутника по орбите III, когда Солнце относительно плоскости орбиты поднимается достаточно высоко ($\vartheta > 70^\circ$), значения $|G_k|$ начинают возрастать (см. рис. 22), достигая своего максимума $|G_k| \approx 48$ Нмс при $\vartheta \approx 88^\circ$. В дальнейшем, по мере уменьшения ϑ , происходит разгрузка системы ДМ до значений $|G_k| \leq 10$ Нмс.

8. Комбинация режимов гравитационной и солнечной ориентации спутника. При движении спутника по орбите III в режиме его солнечной ориентации происходит рост величин $|G_k|$ ($k=1,2,3,4$) до значений, превышающих максимально допустимое значение $|G_k|$ примерно в два раза. Это происходит вследствие уменьшения абсолютной величины действующего на спутник гравитационного момента при достаточно большом угле θ . Чтобы ограничить рост величин $|G_k|$, можно ограничить допустимую величину угла ориентации θ используя следующий сценарий вращательного движения спутника с помощью закона управления (8). До наступления условия $\theta > \eta$ спутник стабилизируется относительно положения $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$, при выполнении условия $\theta > \eta$ спутник стабилизируется относительно положения $\mathbf{e}_2 = \tilde{\mathbf{s}}$, где η – некоторое наперед заданное значение угла между ортом $\tilde{\mathbf{s}} = (\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \tilde{s}_3)$ и плоскостью $O_E Z_1 Z_3$. Компоненты орта $\tilde{\mathbf{s}}$ в системе координат $O_E Z_1 Z_2 Z_3$ определяются по следующим формулам:

$$\tilde{s}_1 = \frac{s_1}{\sqrt{s_1^2 + s_3^2}} \cdot \cos \eta, \quad \tilde{s}_2 = \operatorname{sgn} s_2 \cdot \sin \eta, \quad \tilde{s}_3 = \frac{s_3}{\sqrt{s_1^2 + s_3^2}} \cdot \cos \eta.$$

Здесь s_i – компоненты вектора $\mathbf{s}$ в системе координат $O_E Z_1 Z_2 Z_3$. Вычислим решение системы (4), (8) с использованием соотношений (5), (6), по описанному выше сценарию. Примем $\eta = 70^\circ$, значения остальных параметров закона управления (8), а также начальных условий в момент времени $t = 0$ примем как в п. 7. Результаты расчетов движения спутника, полученные в рамках принятой модели для орбиты III, а также результаты расчета микроускорений приведены на рис. 26–29. Результаты моделирования представлены графиками зависимости от времени углов ψ , θ , φ , σ , компонент угловой скорости ω_i и величин собственного кинетического момента каждого из ДМ G_k ($k = 1, 2, 3, 4$). Приведены также графики компонент вектора микроускорения $\mathbf{b}$ и модуля микроускорения $|\mathbf{b}|$. Все графики на рис. 26–29 построены на интервалах времени 16 суток. Переходной процесс, как и в п. 7, длится менее 20 мин и из-за масштаба на рисунках не виден. На рис. 29 показан график освещенности панелей солнечных батарей спутника. Освещенность выражена в процентах, 100% достигаются в положении, в котором орты $\mathbf{e}_2$ и $\mathbf{s}$ коллинеарны. График построен с учетом прохождения спутника через тень Земли. Функция, характеризующая тень Земли, использовалась в виде

$$\zeta = \mathbf{r} \cdot \mathbf{s} + \sqrt{r^2 - R_E^2},$$

где $R_E = 6378$ км – радиус Земли, принятой шаром. В тени Земли ($\zeta \leq 0$) освещенность панелей солнечных батарей спутника принималась равной 0%. Результаты моделирования показали, что поддержание режима гравитационно-солнечной ориентации спутника позволяет более чем в два раза уменьшить значения $|G_k| < 10$ Нмс ($k = 1, 2, 3, 4$), рис. 27. При этом уровень микроускорений на борту спутника в указанной выше точке P по-прежнему по модулю не превышает значения $4.0 \cdot 10^{-6}$ м/с² (рис. 28). Увеличение угла σ (рис. 26) уменьшает величину освещенности панелей солнечных батарей спутника до значения 95% (рис. 29), но поскольку при значении $\vartheta > 70^\circ$ спутник не попадает в тень Земли, то суммарный энергопотребление будет близок к максимальному.

9. Выводы. В работе показано, что с помощью системы ДМ можно реализовать режим солнечной ориентации спутника с уровнем квазистатических микроускорений, приемлемым для проведения космических экспериментов в области микрогравитации. Стабилизацию режима солнечной ориентации можно обеспечить без накопления кинетического момента ДМ за счет управления углом поворота спутника вокруг направления на Солнце.

Литература

1. Абрашкин В.И., Воронов К.Е., Пияков И.В., Пузин Ю.Я., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Чебуков С.Ю. Определение вращательного движения спутника *Бион М-1* средствами аппаратуры ГРАВИТОН // Космические исследования. 2015. Т. 53. № 4. С. 306-319.
2. Абрашкин В.И., Воронов К.Е., Пияков И.В., Пузин Ю.Я., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Чебуков С.Ю. Вращательное движение спутника *Фотон М-4* // Космические исследования. 2016. Т. 54. № 4. С. 315-322.
3. Сазонов В.В., Комаров М.М., Полежаев В.И., Никитин С.А., Ермаков М.К., Стажков В.М., Зыков С.Г., Рябуха С.Б., Асеев Х., Либерман Е. Микроускорения на орбитальной станции *Мир* и оперативный анализ гравитационной чувствительности конвективных процессов тепломассопереноса // Космические исследования. 1999. Т.37. № 1. С. 86-101.
4. Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Зайцев А.С. Анализ низкочастотных микроускорений на борту ИСЗ *Фотон-11* // Космические исследования. 2001. Т. 39. № 4. С. 419-435.
5. Абрашкин В.И., Волков М.В., Егоров А.В., Зайцев А.С., Казакова А.Е., Сазонов В.В. Анализ низкочастотной составляющей в измерениях угловой скорости и микроускорения, выполненных на спутнике *Фотон-12* // Космические исследования. 2003. Т. 41. № 6. С. 632-651.
6. Абрашкин В.И., Богоявленский Н.Л., Воронов К.Е., Казакова А.Е., Пузин Ю.А., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Чебуков С.Ю. Неуправляемое вращательное движение спутника «Фотон М-2» и квазистатические микроускорения на его борту // Космические исследования. 2007. Т. 45. № 5. С. 450-470.
7. Бабкин Е.В., Беляев М.Ю., Ефимов Н.И., Сазонов В.В., Стажков В.М. Определение квазистатической компоненты микроускорения, возникающей на борту *Международной космической станции* // Космические исследования. 2004. Т. 42. № 2. С. 162-171.
8. Бойзелинк Т., Ван Бавинхов К., Сазонов В.В., Чебуков С.Ю. Анализ низкочастотной составляющей в измерениях микроускорения, выполненных на спутнике *Фотон М-2* // Космические исследования. 2008. Т. 46. № 5. С. 463-483.
9. Игнатов А.И., Сазонов В.В. Реализация режимов вращательного движения ИСЗ с малым уровнем микроускорений электромеханическими исполнительными органами // Космические исследования. 2012. Т. 50. № 5. С. 380-393.
10. Игнатов А.И., Сазонов В.В. Оценка остаточных микроускорений на борту ИСЗ в режиме одноосной солнечной ориентации // Космические исследования. 2013. Т. 51. № 5. С. 380-388.
11. Бажинов И.К., Гаврилов В.П., Ястребов В.Д. и др. Навигационное обеспечение полета орбитального комплекса «Салют-6»-«Союз»-«Прогресс». М.: Наука, 1985.

- 12.Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965.
- 13.Белецкий В.В., Яншин А.М. Влияние аэродинамических сил на вращательное движение искусственных спутников. Киев: Наук. думка, 1984.
- 14.Игнатов А.И., Давыдов А.А., Сазонов В.В. Анализ динамических возможностей систем управления малым космическим аппаратом, построенных на базе двигателей-маховиков // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2005, № 47.
- 15.Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988.
- 16.Игнатов А.И. Стабилизация режима солнечной ориентации искусственного спутника Земли без накопления кинетического момента гиросистемы // Известия РАН. Теория и системы управления. 2020. № 3. С. 164-176.
- 17.Меес Ж. Астрономические формулы для калькуляторов. М.: Мир, 1988.
- 18.Игнатов А.И., Сазонов В.В. Реализация режима солнечной ориентации искусственного спутника Земли без накопления кинетического момента гиросистемы // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2019, № 99.
- 19.Теребиж В.Ю. Анализ временных рядов в астрофизике. М.: Наука, 1992.

Рис. 1. Форма спутника, связанная система координат и положение точки расчета микроускорений.

Рис. 2. Расположение ортов осей вращения ДМ относительно связанной со спутником системы координат.

Рис. 3. Движение спутника при использовании закона (7), орбита I.

Рис. 4. Кинетический момент ДМ при использовании закона (7), орбита I.

Рис. 5. Микроускорения спутника при использовании закона (7), орбита I.

Рис. 6. Движение спутника при использовании закона (7), орбита II.

Рис. 7. Кинетический момент ДМ при использовании закона (7), орбита II.

Рис. 8. Микроускорения спутника при использовании закона (7), орбита II.

Рис. 9. Движение спутника при использовании закона (7), орбита III.

Рис. 10. Кинетический момент ДМ при использовании закона (7), орбита III.

Рис. 11. Микроускорения спутника при использовании закона (7), орбита III.

Рис. 12. Компоненты микроускорения $\mathbf{b}_r$ и соответствующие амплитудные спектры при использовании закона (7), орбита II.

Рис. 13. Компоненты микроускорения $\mathbf{b}_g$ и соответствующие амплитудные спектры при использовании закона (7), орбита II.

Рис. 14. Компоненты микроускорения $\mathbf{b}_a$ и соответствующие амплитудные спектры при использовании закона (7), орбита II.

Рис. 15. Движение спутника при использовании закона (8), орбита I.

Рис. 16. Кинетический момент ДМ при использовании закона (8), орбита I.

Рис. 17. Микроускорения спутника при использовании закона (8), орбита I.

Рис. 18. Движение спутника при использовании закона (8), орбита II.

Рис. 19. Кинетический момент ДМ при использовании закона (8), орбита II.

Рис. 20. Микроускорения спутника при использовании закона (8), орбита II.

Рис. 21. Движение спутника при использовании закона (8), орбита III.

Рис. 22. Кинетический момент ДМ при использовании закона (8), орбита III.

Рис. 23. Микроускорения спутника при использовании закона (8), орбита III.

Рис. 24. Компоненты микроускорения $\mathbf{b}_r$ и соответствующие амплитудные спектры, орбита II. Красный цвет - при использовании закона (7), черный цвет - при использовании закона (8).

Рис. 25. Амплитудные спектры суммарных микроускорений **b**, орбита II.
 Слева - при использовании закона (7), справа - при использовании закона (8).

Рис. 26. Движение спутника при использовании закона (8) и ограничении угла θ , орбита III.

Рис. 27. Кинетический момент ДМ при использовании закона (8) и ограничении угла θ , орбита III.

Рис. 28. Микроускорения спутника при использовании закона (8) и ограничении угла θ , орбита III.

Рис. 29. Освещенность панелей солнечных батарей спутника при использовании закона (8) и ограничении угла θ , орбита III.