ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 92 за 2019 г.

ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Корчагин А.Н.

Анализ начальных условий движения КА в атмосфере при возвращении от Луны

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Корчагин А.Н. Анализ начальных условий движения КА в атмосфере при возвращении от Луны // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2019. № 92. 32 с. doi:10.20948/prepr-2019-92
URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-92

О р д е н а Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Р о с с и й с к о й а к а д е м и и н а у к

А.Н. Корчагин

Анализ начальных условий движения КА в атмосфере при возвращении от Луны

Москва — 2019

А.Н. Корчагин

Анализ начальных условий движения КА в атмосфере при возвращении от Луны

Рассматриваются условия входа в атмосферу Земли для КА, возвращающегося от Луны и совершающего посадку в заданном районе. Определены углы входа в атмосферу (или высоты условного перигея), широты и долготы точек входа, диапазон возможных дальностей спуска в зависимости от широты точки входа, т.е. от даты возвращения. Показана возможность использования восходящих (без пересечения параллели места посадки) и нисходящих (с пересечением параллели места посадки) траекторий возвращения. Получены оценки наименьшей достижимой величины максимальной перегрузки и минимальной возможной высоты на участке первого погружения КА в атмосферу Земли.

Ключевые слова: параметры траекторий возвращения от Луны, диапазон дальностей спуска, достижимая перегрузка, минимальная высота.

Andrey Nikolaevich Korchagin

Initial Conditions Analysis for Spacecraft Atmospheric Return from the Moon

Entry conditions after spacecraft return from the Moon are considered for landing in given place. Entry angles (or altitude of conditional perigee), latitude and longitudes of entry points as well as range of descent distances depending on entry point latitude (or return date) are considered. It is shown the possibility to use ascending trajectory (with crossing the landing place parallel) or descending trajectory (without crossing the landing place parallel). The estimations are obtained for lowest achievable value of maximal load factor and minimal possible altitude at the phase of spacecraft first entry the Earth atmosphere.

Key words: parameters of the Moon return trajectories, range of the descent distances, lowest achievable load factor, minimal altitude.

Оглавление

Введение……..……..…..3
Условия входа в атмосферу Земли с околопараболической скоростью……...3
Восходящие и нисходящие траектории возвращения ……..……6
Предельная (граничная) траектория и учет вращения Земли…...……11
Оценка минимальной достижимой перегрузки и минимальной высоты на участке первого погружения КА в атмосферу Земли……19
Выводы 28
Библиографический список..... 28

Введение

В настоящее время в мире разрабатываются несколько проектов полета к Луне автоматических и пилотируемых аппаратов с возвращением к Земле. Возвращение от Луны можно условно разделить на два этапа: перелет от Луны к Земле и вход КА в атмосферу с посадкой в заданном районе. Реализованные миссии возвращения были выполнены по одноимпульсной схеме. В настоящее время активно исследуются и другие схемы перелета. Так, в работе [1] рассматриваются одноимпульсные и трехимпульсные перелеты. Показано, в каких случаях трехимпульсный перелет энергетически выгоднее одноимпульсного.

Вход КА в атмосферу Земли осуществляется со скоростью, близкой к параболической. При этом необходимо обеспечить заданную точность приведения КА к точке посадки. Это приводит к повышенным требованиям как к самому КА, так и системе управления спуском. Впервые концепция двухпараметрического управления траекторией спускаемого аппарата была предложена в [2]. На основании двухпараметрической концепции управления в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН сейчас разработан терминальный алгоритм управления спуском (модифицированный) – ТАУС-М [3], обеспечивающий высокоточное управление рикошетирующей траекторией КА после возвращения от Луны.

В работе рассматриваются возможные условия входа КА в атмосферу Земли и условия движения на участке первого погружения в атмосферу. Анализ полученных результатов позволяет уточнить требования к КА и определить границы применения предложенного алгоритма управления.

Условия входа в атмосферу Земли с околопараболической скоростью

Условный перигей траектории возвращения от Луны (т.е. точка траектории с минимальной высотой при отсутствии атмосферы) располагается примерно на линии Луна-Земля в момент ухода космического аппарата (КА) от Луны. Для реальных времен перелета от Луны к Земле (от1.5 до 4.5 суток) скорость КА в условном перигее Земли близка к параболической [4]. Различие между скоростью в условном перигее $V_п$ и местной параболической скоростью $V_{пар}$ составляет

$$\Delta V_{пар}=V_п - V_{пар} = -0 — +0.2 \text{ км/с}. \qquad (1)$$

Знак минус соответствует эллиптической орбите возвращения, а знак плюс – гиперболической траектории.

Изменение скорости входа в указанном диапазоне несущественно для траектории спуска КА в атмосфере. Поэтому определяющим является угол

входа в атмосферу $\theta_{вх}$, который однозначно связан с высотой условного перигея $h_п$. Эта связь задается соотношением [5]:

$$\mathrm{tg}\theta_{вх} = -\frac{1}{1+\sqrt{1+\tilde{h}\dfrac{C^2}{\mu^2}}}\sqrt{\frac{1}{\tilde{r}_п^2}\left(1+\tilde{h}\frac{C^2}{\mu^2}\right)-\left(1+\sqrt{1+\tilde{h}\frac{C^2}{\mu^2}}-\frac{1}{\tilde{r}_п}\right)^2}.$$

Здесь $\tilde{h} = V_{вх}^2 - 2\mu/r_{вх}$ – постоянная интеграла энергии, $C=r_{вх}V_{вх}\cos\theta_{вх}$ – постоянная интеграла площадей, μ=398600.4 км^3/с^2 – произведение гравитационной постоянной на массу Земли, $r_{атм}=R_З+h_{атм}$ – радиус условной границы сферической атмосферы Земли (т.е. радиус точки входа), $R_З$=6371 км – средний радиус Земли, $\tilde{r}_п=r_п/r_{атм}$ – относительный радиус перигея.

Зависимость угла входа от высоты условного перигея и скорости входа показана на рис. 1. Знак минус означает, что угол входа отрицателен. При увеличении высоты условного перигея от $h_п$=30 км до 65 км модуль угла входа $|\theta_{вх}|$ уменьшается от 6.0° до 4.2° в случае параболической скорости входа. Вариация скорости в условном перигее (и соответственно скорости входа) в диапазоне (1) мало влияет на величину угла входа. При высоте условного перигея 30 км увеличение скорости в диапазоне (1) приводит к росту величины угла входа на 0.15°, а при 65 км – к росту модуля угла входа на 0.1°.

На рис. 2 показаны истинные аномалии $\vartheta_{вх}$ точек входа в сферическую атмосферу на высоте ее условной границы 100 км в зависимости от скорости входа и высоты условного перигея. Знак минус означает, что истинная аномалия точки входа $\vartheta_{вх}$ отрицательна, т.е. точка входа находится до перигея. Величина истинной аномалии $|\vartheta_{вх}|$ определяет угловую дальность от точки входа до условного перигея. Угловая дальность уменьшается при увеличении высоты условного перигея и при увеличении скорости входа. Диапазон возможных дальностей от точки входа до условного перигея составляет $|\vartheta_{вх}|$=12.0°—8.3° для высот условного перигея в представляющем интерес диапазоне

$$h_п=30 — 65 \text{ км}. \qquad (2)$$

Траектория возвращения от Луны строится таким образом, чтобы при уходе с орбиты искусственного спутника Луны (ОИСЛ) импульс скорости был минимальным, а трасса траектории при движении в атмосфере Земли проходила через точку цели для минимизации бокового маневра.

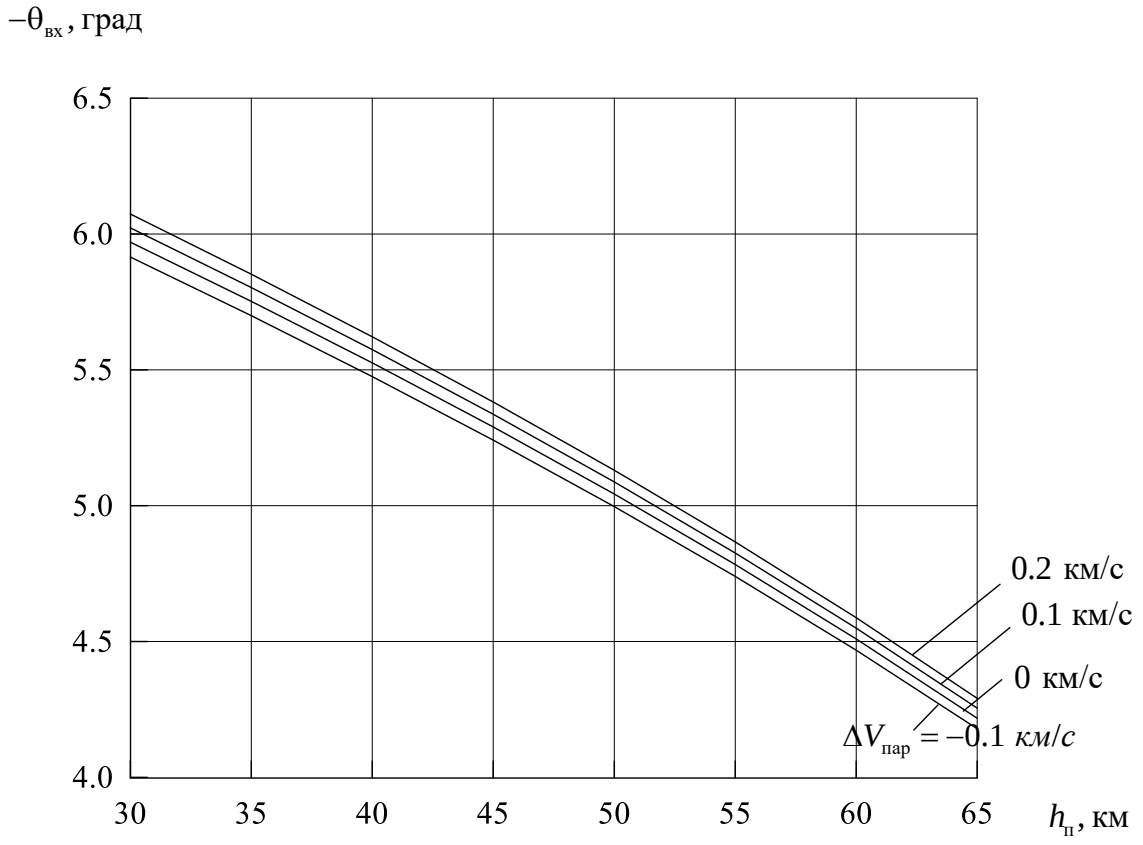

Рис.1. Угол входа в атмосферу при возвращении от Луны

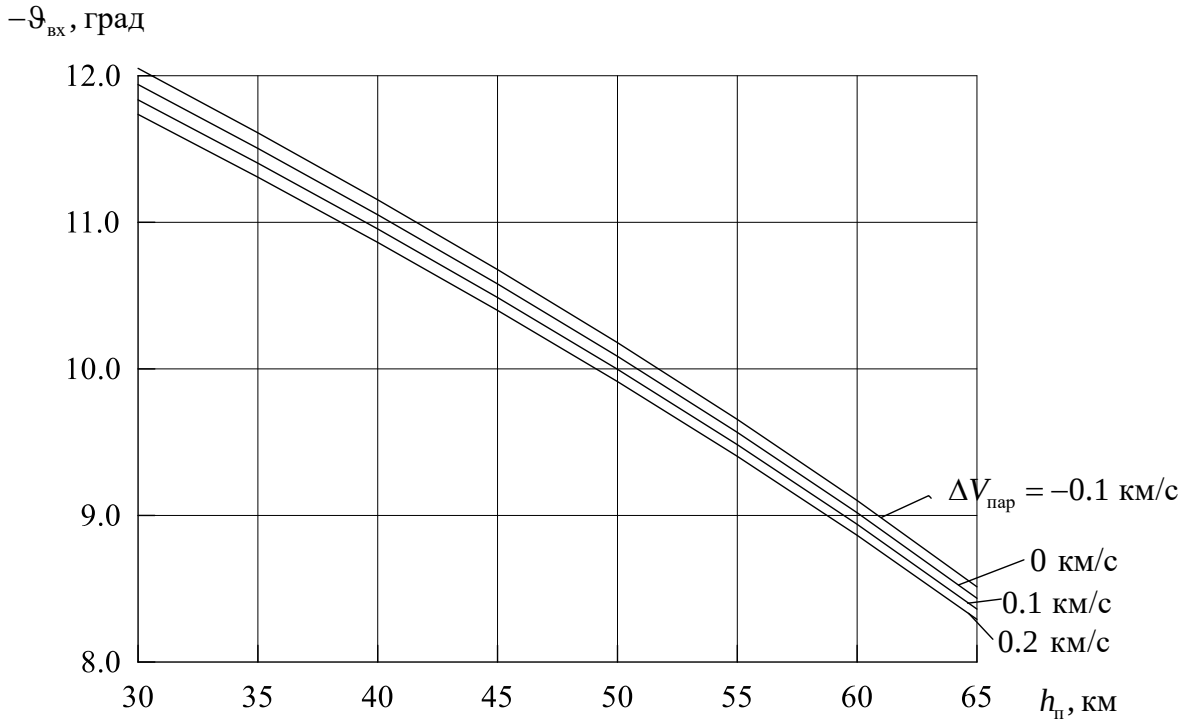

Рис. 2. Угловая дальность до условного перигея при входе в атмосферу Земли после возвращения от Луны

Широта точки входа ВА в атмосферу Земли $\varphi_{вх}$ примерно равна склонению Луны, взятому с обратным знаком, за вычетом угловой дальности от точки входа до условного перигея (8.3 ─ 12.0°) [3]. Угол $i_Л$ между плоскостями орбиты Луны и экватора Земли меняется с периодом 18.6 лет в диапазоне 18.3°─ 28.6°. Склонение Луны меняется в течение сидерического месяца от минимального - $i_Л$ до максимального $+i_Л$. Если принять, что возвращение от Луны должно быть обеспечено в любую дату, то широта точки входа может быть любой в диапазоне $-40.6^{o} \le \varphi_{вх} \le +20.3^{o}$.
Знак «минус» соответствует южному полушарию, а знак «плюс» – северному.

Долгота точки входа $\lambda_{вх}$ и дальность спуска L_Σ взаимозависимы. Долготу входа можно менять в некотором диапазоне за счет вариации времени перелета от Луны к Земле. Долгота точки входа связана с долготой упрежденной точки прицеливания $\tilde{\lambda}_ц$, которая учитывает поворот Земли за время спуска КА, соотношением [3]:

$$\lambda_{вх} = \tilde{\lambda}_ц - \arccos \frac{\cos \Phi_\Sigma - \sin \varphi_{вх} \sin \varphi_ц}{\cos \varphi_{вх} \cos \varphi_ц}. \qquad (3)$$

Здесь $\Phi_\Sigma = L_\Sigma / 6371\,км$ – угловая дальность от точки входа до упрежденной точки прицеливания, т.е. абсолютная угловая дальность траектории спуска.

При заданных координатах точки входа КА в сферическую атмосферу Земли на высоте ее условной границы $h_{атм}$=100 км основными параметрами, которые определяют траекторию спуска, являются абсолютная скорость входа $V_{вх}$ и угол наклона траектории в точке входа в атмосферу $\theta_{вх}$, а также наклонение i подлетной оскулирующей плоскости движения. Требуемое наклонение можно обеспечить путем выбора направления и величины импульса скорости при уходе с ОИСЛ.

Восходящие и нисходящие траектории возвращения

Исследуем модельную задачу спуска в предположении, что Земля имеет сферическую форму и «заморожена» (не вращается) в момент входа КА в атмосферу. Поэтому долгота упрежденной точки прицеливания $\tilde{\lambda}_ц$ совпадает с долготой цели $\lambda_ц$: $\tilde{\lambda}_ц = \lambda_ц$. Рассматриваются трассы траекторий спуска КА, т.е. проекции траекторий на поверхность Земли. Плоскость, которая проходит через точку входа $(\varphi_{вх}, \lambda_{вх}, h_{вх})$, упрежденную точку прицеливания $(\varphi_ц, \tilde{\lambda}_ц, h_ц)$ и

центр Земли, будем называть *плоскостью прицеливания* с наклонением $i_ц$. Если наклонение и долгота восходящего узла подлетной оскулирующей траектории при возвращении от Луны совпадают с наклонением $i_ц$ и долготой восходящего узла плоскости прицеливания (точка Ω на рис. 3), то требуется минимальный боковой маневр для приведения КА в район посадки [3].

Плоскость прицеливания проходит через единичный радиус-вектор точки входа КА в атмосферу $\vec{r}^{\,0}_{вх}=(\cos\varphi_{вх}\cos\lambda_{вх}, \cos\varphi_{вх}\sin\lambda_{вх}, \sin\varphi_{вх})^T$ и единичный радиус-вектор точки прицеливания $\vec{r}^{\,0}_{ц}=(\cos\varphi_{ц}\cos\lambda_{ц}, \cos\varphi_{ц}\sin\lambda_{ц}, \sin\varphi_{ц})^T$. Нормаль к этой плоскости задается условием

$$\vec{n}^{\,0}=\frac{\vec{r}^{\,0}_{вх}\times\vec{r}^{\,0}_{ц}}{\sin\Phi_\Sigma}=(n^0_x,\, n^0_y,\, n^0_z)\,,$$

где Φ_Σ – угловая дальность между точками входа и прицеливания. Отсюда $n^0_z=\cos i_ц$, и наклонение плоскости прицеливания определяется как

$$i_ц=\arccos\frac{\sin(\lambda_ц-\lambda_{вх})\cos\varphi_{вх}\cos\varphi_ц}{\sin\Phi_\Sigma}\,. \qquad (4)$$

Когда наклонение плоскости прицеливания больше широты точки прицеливания , т.е. $i_ц>\varphi_ц$, существуют две точки пересечения трассы посадочного витка с параллелью цели $\varphi_ц$ (рис. 3).

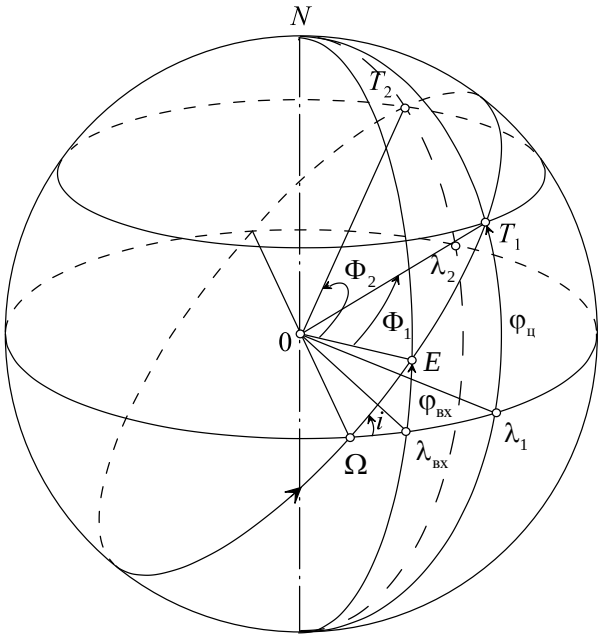

Рис. 3. Схема посадки на восходящей (T_1) и нисходящей (T_2) ветвях траектории спуска

Точка T_1 (*target*) соответствует подлету КА на *восходящей ветви* траектории с юго-запада на северо-восток (без пересечения параллели района посадки), а точка T_2 – подлету на *нисходящей ветви* траектории с северо-запада на юго-восток (с пересечением параллели района посадки). Эти траектории имеют разную угловую дальность от точки входа в атмосферу E (entry) до точек прицеливания T_1 и T_2, соответственно Φ_1 и Φ_2.

Согласно (4), одинаковое наклонение имеют две траектории с угловыми дальностями $\Phi_1 \le \pi/2$ и $\Phi_2 = \pi - \Phi_1 \ge \pi/2$. Первая соответствует восходящей ветви траектории спуска, а вторая – нисходящей.

Из сферического треугольника T_1T_2N (рис. 3) определим разность угловых дальностей

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 2\arccos\frac{\sin\varphi_ц}{\sin i_ц}, \tag{5}$$

и разность долгот для точек цели T_1 и T_2

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 2\arcsin\frac{\sin\frac{\Delta\Phi}{2}}{\cos\varphi_ц}. \tag{6}$$

Последнее соотношение (6) со знаком «-» определяет также разность долгот точек входа КА в атмосферу для нисходящей и восходящей траекторий приведения в одну и ту же точку цели, например, в T_1.

Отметим, что величины $\Delta\Phi$ и $\Delta\lambda$ зависят только от широты точки цели $\varphi_ц$ и наклонения подлетной оскулирующей орбиты $i_ц$.

На рис. 4 построены зависимости разностей линейных дальностей спуска ΔL и долгот точек цели $\Delta\lambda$ при посадке на нисходящей и восходящей ветвях траектории в представляющем практический интерес диапазоне наклонений прицельной плоскости $i_ц$ от 51° до 90°. Разность дальностей может достигать нескольких тысяч километров (до 8500 км), а разность долгот может достигать нескольких десятков градусов (до 180°).

Если рассматривается приведение КА в точку прицеливания T_1 (на восходящей ветви), то долгота точки входа в атмосферу $\lambda_{вх1}$ вычисляется по формуле вида (3)

$$\lambda_{вх1} = \lambda_{ц1} - \arccos\frac{\cos\Phi_1 - \sin\varphi_{вх}\sin\varphi_ц}{\cos\varphi_{вх}\cos\varphi_ц}, \tag{7}$$

где Φ_1 – заданная угловая дальность спуска.

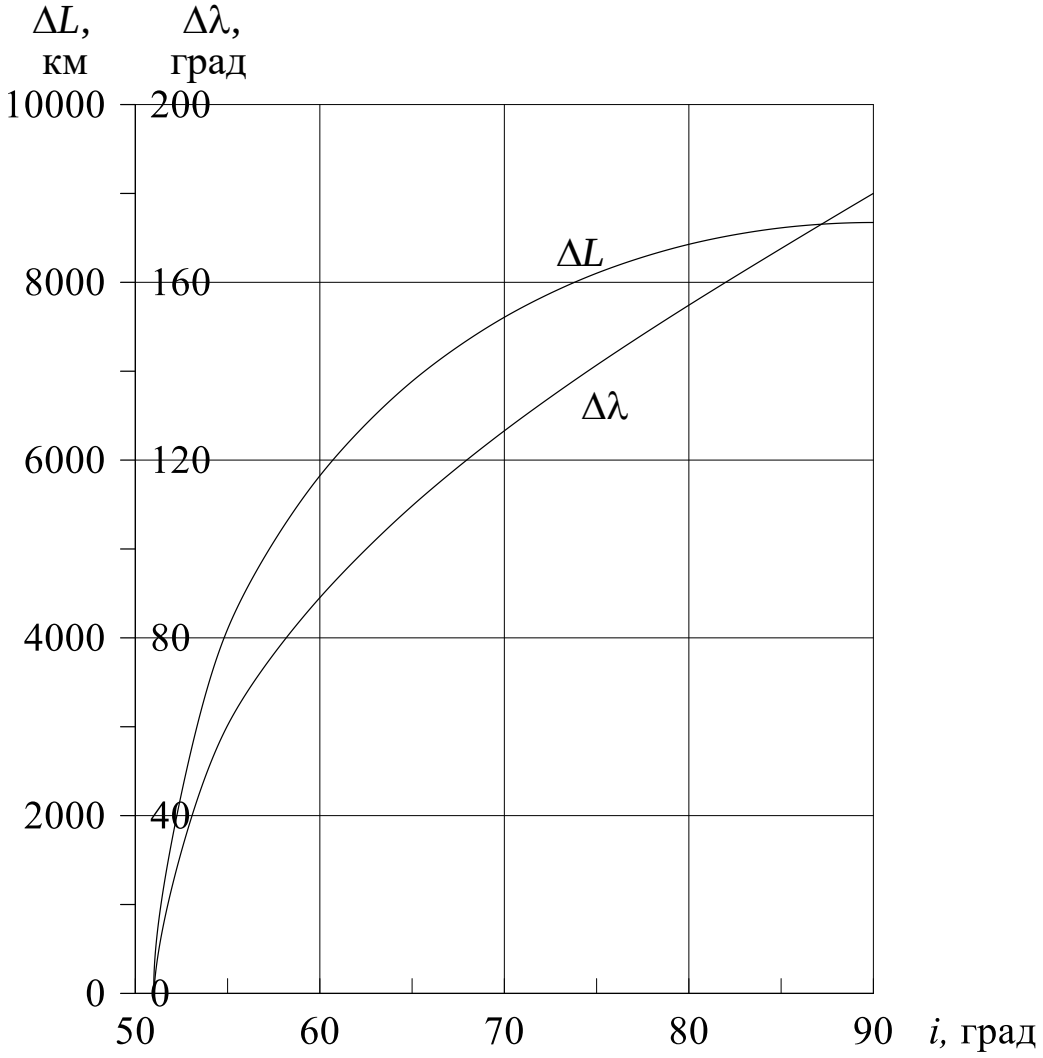

Рис.4. Разности дальностей и долгот точек цели при посадке на нисходящей и восходящей ветвях траектории возвращения

Формула (7) справедлива, если выполнено условие

$$\left|\frac{\cos\Phi_1 - \sin\varphi_{вх}\sin\varphi_{ц}}{\cos\varphi_{вх}\cos\varphi_{ц}}\right| \le 1, \qquad (8)$$

которое накладывает ограничения на угловую дальность Φ_1 при заданной широте цели $\varphi_ц$ и рассматриваемой широте точки входа. Из условия (8) следуют ограничения $\Phi_1 \ge \varphi_ц - \varphi_{вх}$ и $\Phi_1 \le 180^o - (\varphi_ц + \varphi_{вх})$.

Для района посадки с широтой $\varphi_ц$=51° имеем ограничения на линейную дальность по поверхности Земли $L=R_З\cdot\Phi_1$ от точки входа в атмосферу до цели:

$$L_{min} \le L \le L_{max},$$

где $L_{min} = \left(51^o - \varphi_{вх}\right)\cdot 111.11$ км/град и $L_{max} = \left(129^o - \varphi_{вх}\right)\cdot 111.11$ км/град.

Ширина диапазона $L_{max} - L_{min} \approx 8560$ км не зависит от широты точки входа $\varphi_{вх}$.

На рис. 5 построены нижняя и верхняя границы дальности спуска при посадке в рассматриваемом районе на восходящей ветви траектории спуска (без поправки на вращение Земли).

Широта точки входа $\varphi_{вх}$ определяется склонением Луны, т.е. датой возвращения КА от Луны. Рис. 5 позволяет оценить величины минимальной дальности и максимальной дальности для заданной даты возвращения от Луны. Отсюда, в частности, следует, что L_{min} не может быть меньше 3500 км, а L_{max} не может быть больше 18720 км. Поэтому траектория прямого спуска (т.е. без рикошета) с дальностью порядка 4000 км не представляет практического интереса.

Если рассматривается подход на нисходящей ветви траектории с наклонением $i_ц$ в ту же точку прицеливания T_1, то долгота точки входа в атмосферу должна вычисляться по формуле

$$\lambda_{вх2} = \lambda_{ц1} - \arccos\frac{\cos\Phi_1 - \sin\varphi_{вх}\sin\varphi_ц}{\cos\varphi_{вх}\cos\varphi_ц} - 2\arcsin\frac{\sin\frac{\Delta\Phi}{2}}{\cos\varphi_ц} \qquad (9)$$

или по формуле (7) с заменой Φ_1 на Φ_2.

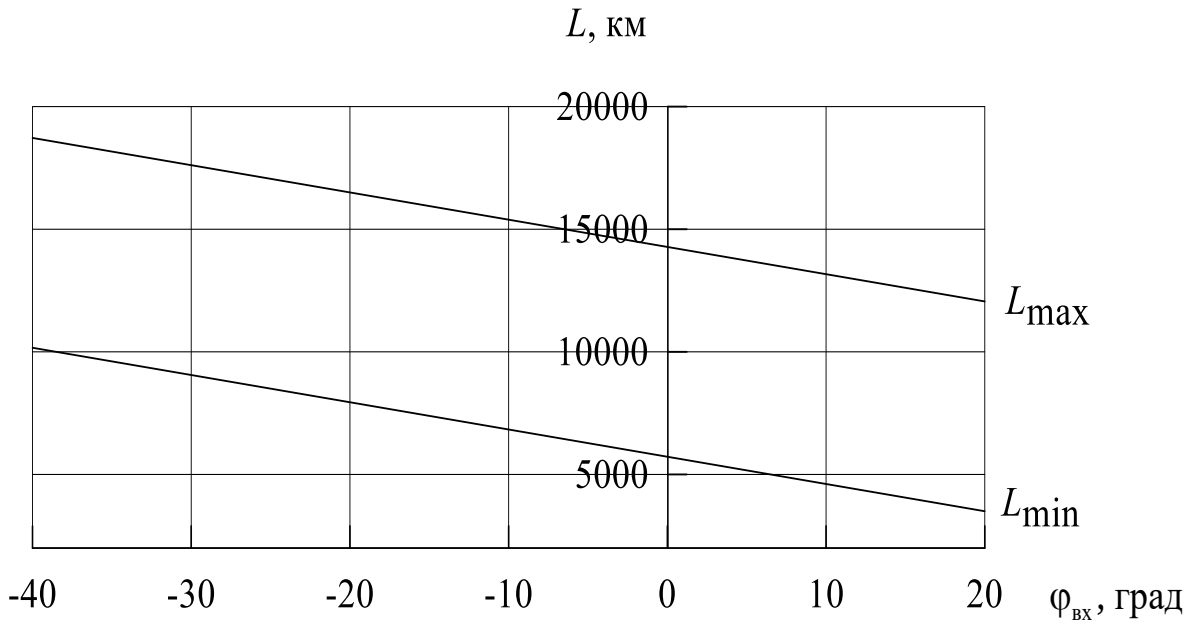

Рис. 5. Границы дальностей спуска при посадке на широте 51°

По мере уменьшения наклонения прицельной плоскости $i_ц$ обе точки прицеливания, T_1 и T_2, будут сдвигаться друг к другу при выполнении условия (6), которое обеспечивает возможность не делать существенный боковой маневр в процессе приведения КА к месту посадки.

Предельная (граничная) траектория и учет вращения Земли

В предельном случае, когда

$$i_ц^* = \varphi_ц, \tag{10}$$

обе точки совпадут, т.е. восходящая и нисходящая траектории сольются в одну (рис. 6).

Будем называть *предельной* (или *граничной*) траекторию спуска в атмосфере, которая удовлетворяет условию (10), а ее наклонение будем обозначать, как $i_ц^*$. Наклонение предельной траектории определяет границу, для которой еще возможно приведение КА к месту посадки без существенного бокового маневра. Предельная траектория разделяет восходящие и нисходящие траектории подлета к цели, поэтому ее удобно использовать для определения типа траектории спуска, восходящей или нисходящей.

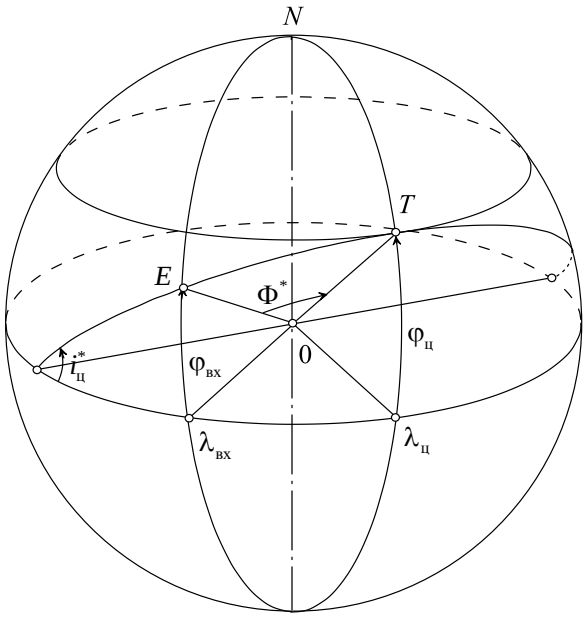

Рис.6. Схема предельной траектории спуска

Определим параметры предельной траектории, отмечая их верхним индексом *. Из сферического прямоугольного треугольника *ETN* (рис. 6)

найдем угловую дальность предельной траектории от точки входа до точки цели

$$\Phi^* = \arccos\frac{\sin\varphi_{вх}}{\sin\varphi_ц} = \arccos\frac{\sin\varphi_{вх}}{\sin i_ц^*} \qquad (11)$$

и разность долгот точки цели и точки входа

$$\Delta\lambda^* = \lambda_ц - \lambda_{вх}^* = \arccos\frac{\mathrm{tg}\varphi_{вх}}{\mathrm{tg}\varphi_ц}. \qquad (12)$$

Тогда линейная дальность предельной траектории от точки входа до точки цели по сферической Земле будет $L^* = R_З \cdot \Phi^*$, а долгота точки входа в атмосферу для предельной траектории спуска определяется формулой

$$\lambda_{вх}^* = \lambda_ц - \Delta\lambda^*. \qquad (13)$$

Наклонение плоскости предельной траектории по определению (10) равно широте цели ($i_ц^* = \varphi_ц$) независимо от широты точки входа. Условия (10), (11) и (13) полностью характеризуют предельную траекторию возвращения КА при заданных координатах цели.

Для определения типа траектории подлета КА к цели, восходящей или нисходящей, используется следующий простой алгоритм. Широта точки входа в атмосферу $\varphi_{вх}$ считается заданной с учетом положения Луны в момент отлета КА на траекторию Луна-Земля. По формулам (12) и (13) вычисляется долгота $\lambda_{вх}^*$ точки входа для предельной (граничной) траектории. Пусть $\lambda_{вх}$ – долгота планируемой точки входа КА в атмосферу, соответствующая заданной дальности спуска L_Σ. Если выполняется условие $\lambda_{вх} > \lambda_{вх}^*$, то КА подлетает к цели по восходящей траектории (без пересечения параллели цели). Если выполняется условие $\lambda_{вх} < \lambda_{вх}^*$, то КА подлетает к цели по нисходящей траектории (с пересечением параллели цели).

Схема разделения восходящей и нисходящей траекторий показана на рис. 7.

При рассмотрении модельной задачи движения КА после возвращения от Луны Земля предполагалась «замороженной» в момент входа в атмосферу, т.е. предполагалось, что ее угловая скорость $\omega_З$=0. Это позволило упростить геометрию привязки точки входа в атмосферу и точки цели для получения наглядных физических соотношений. Учтем теперь вращение Земли за время t_Σ движения КА от точки входа в атмосферу до точки приведения.

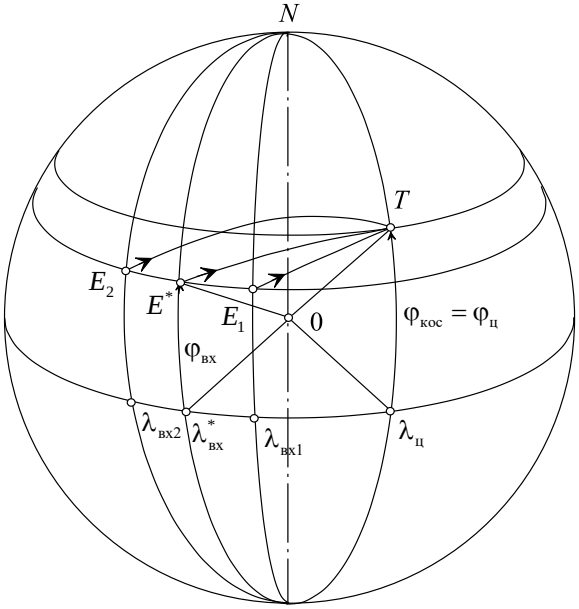

Рис.7. Разделение восходящих и нисходящих траекторий спуска

Долгота упрежденной точки прицеливания $\tilde{\lambda}_ц$ отличается от долготы точки цели $\lambda_ц$ на угол поворота Земли за время движения ВА от точки входа до упрежденной точки прицеливания: $\tilde{\lambda}_ц = \lambda_ц + \omega_З t_\Sigma$,
где $\omega_З$=1/240 *град/с* – угловая скорость вращение Земли. Широта упрежденной точки прицеливания равна широте цели: $\tilde{\varphi}_ц = \varphi_ц$.

По результатам статистических расчетов получены приближенные формулы для вычисления t_Σ:

$$t_\Sigma = 900\,c + 0.125\,c/км \cdot (L_\Sigma - 5000\,км) \qquad (14)$$

– для дальностей 4000 *км* $\le L_\Sigma \le$ 10500 *км* (траектории с рикошетом),

$$t_\Sigma = 610\,c + 0.165\,c/км \cdot (L_\Sigma - 3000\,км) \qquad (15)$$

– для дальностей 3000 *км* $\le L_\Sigma <$ 4000 *км* (траектории без рикошета).

С учетом поправки на вращение Земли $\omega_З t_\Sigma$ можно записать формулу (7), определяющую долготу точки входа при подлете к цели на восходящей ветви, в виде

$$\lambda_{вх1} = \lambda_ц + \omega_З t_{\Sigma 1} - \arccos\frac{\cos\Phi_{\Sigma 1} - \sin\varphi_{вх}\sin\varphi_ц}{\cos\varphi_{вх}\cos\varphi_ц},$$

где $\lambda_ц$ – долгота цели, время движения $t_{\Sigma 1}$ вычисляется по формулам (14) или (15) в зависимости от дальности спуска $L_{\Sigma 1}$, а угловая дальность спуска в

радианах $\Phi_{\Sigma 1} = L_{\Sigma 1} / R_З$. Время спуска можно уточнять с учетом полученной дальности $L_{\Sigma 1}$ до упрежденной точки прицеливания.

При подлете к той же цели на нисходящей ветви траектории спуска долгота точки входа с учетом вращения Земли будет определяться соотношением

$$\lambda_{вх2} = \lambda_ц + \omega_З t_{\Sigma 2} - \arccos \frac{\cos\Phi_{\Sigma 1} - \sin\varphi_{вх} \sin\varphi_ц}{\cos\varphi_{вх} \cos\varphi_ц} - 2\arcsin \frac{\sin\frac{\Delta\Phi}{2}}{\cos\varphi_ц}.$$

В этом случае угловая дальность от точки входа до точки цели $\Phi_{\Sigma 2}$ с учетом (5) вычисляется по формуле $\Phi_{\Sigma 2} = \Phi_{\Sigma 1} + 2\arccos(\sin\varphi_ц / \sin i_ц)$. Отсюда находится линейная дальность спуска $L_{\Sigma 2} = \Phi_{\Sigma 2} R_З$. и по формуле (14) определяется время спуска $t_{\Sigma 2}$ (нисходящие траектории без рикошетирования невозможны).

Долготу точки входа для нисходящей траектории можно вычислять также по формуле вида (7):

$$\lambda_{вх2} = \lambda_ц + \omega_З t_{\Sigma 2} - \arccos \frac{\cos\Phi_{\Sigma 2} - \sin\varphi_{вх} \sin\varphi_ц}{\cos\varphi_{вх} \cos\varphi_ц}.$$

Для предельной траектории долгота точки входа с учетом вращения Земли вычисляется по формуле $\lambda^*_{вх} = \lambda_ц + \omega_З t^*_\Sigma - \arccos(\mathrm{tg}\varphi_{вх} / \mathrm{tg}\varphi_ц)$, где t^*_Σ – время спуска по предельной траектории, определяемое с использованием дальности спуска L^*, которая, вычисляется по формуле (9).

Параметры предельной траектории применительно к месту посадки с координатами $\varphi_ц$=51° с.ш., $\lambda_ц$=56° в.д. показаны на рис. 8 в диапазоне рассматриваемых широт входа (с учетом времени спуска в первом приближении). Отрицательная широта на этом рисунке соответствует южному полушарию, а положительная – северному. Отрицательная долгота соответствует западному полушарию, а положительная – восточному.

На рис. 9 показаны долготы точек входа КА в атмосферу $\lambda_{вх}$ при возвращении от Луны. При заданной широте точки входа $\varphi_{вх}$ ее долгота $\lambda_{вх}$ уменьшается по мере увеличения дальности спуска L_Σ. При заданной дальности L_Σ спуска долгота точки входа $\lambda_{вх}$ уменьшается с увеличением широты точки входа $\varphi_{вх}$. В диапазоне дальностей L_Σ=5000…15000 *км* долгота точки входа $\lambda_{вх1}$ может меняться от 60° (восточное полушарие) до -100° (западное полушарие). Построенная долгота граничных траекторий $\lambda^*_{вх}$ разделяет области восходящих и нисходящих траекторий подлета. Приведенные долготы учитывают в первом приближении вращение Земли с использованием средней статистической зависимости времени спуска от дальности.

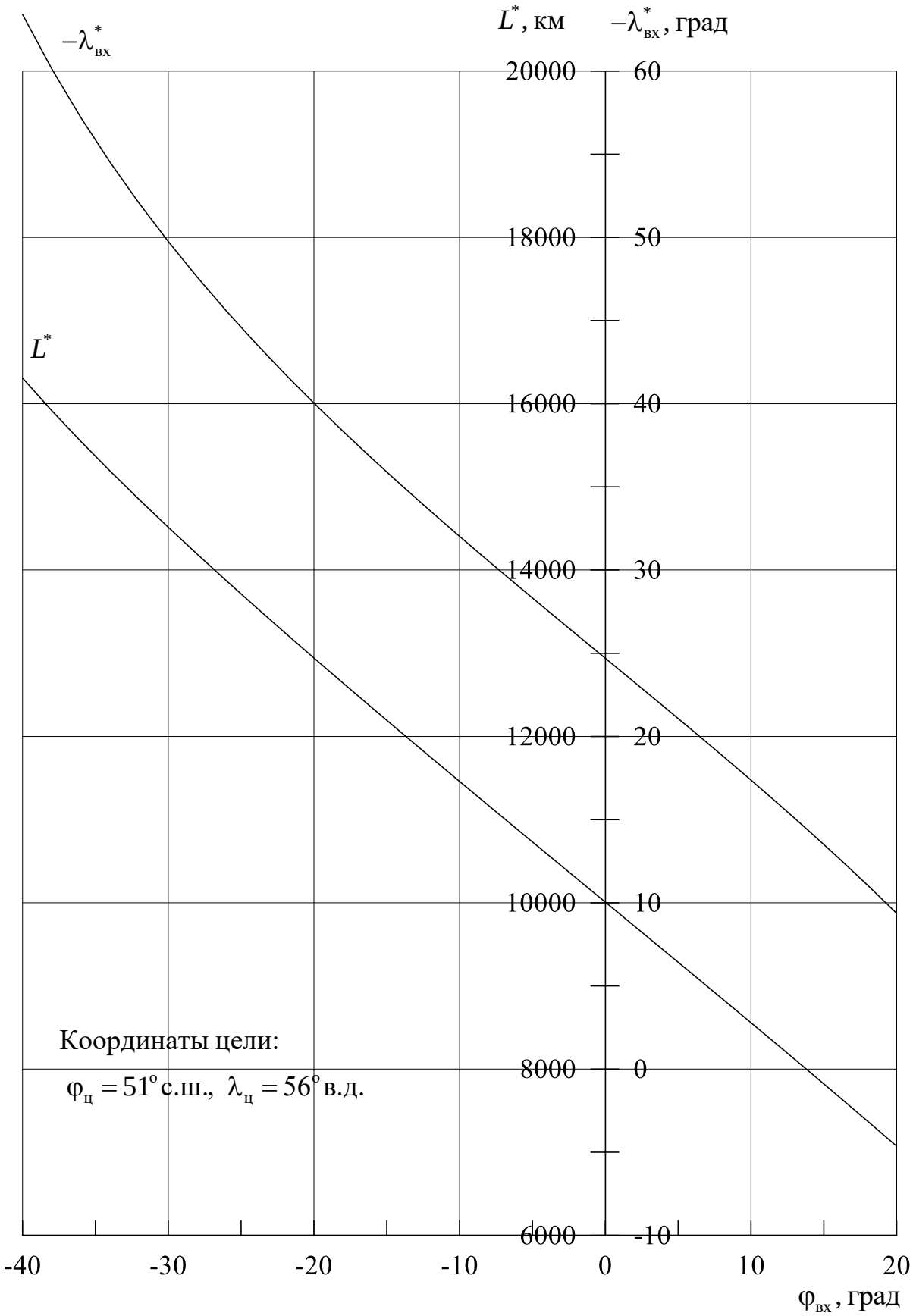

Рис. 8. Параметры предельной траектории

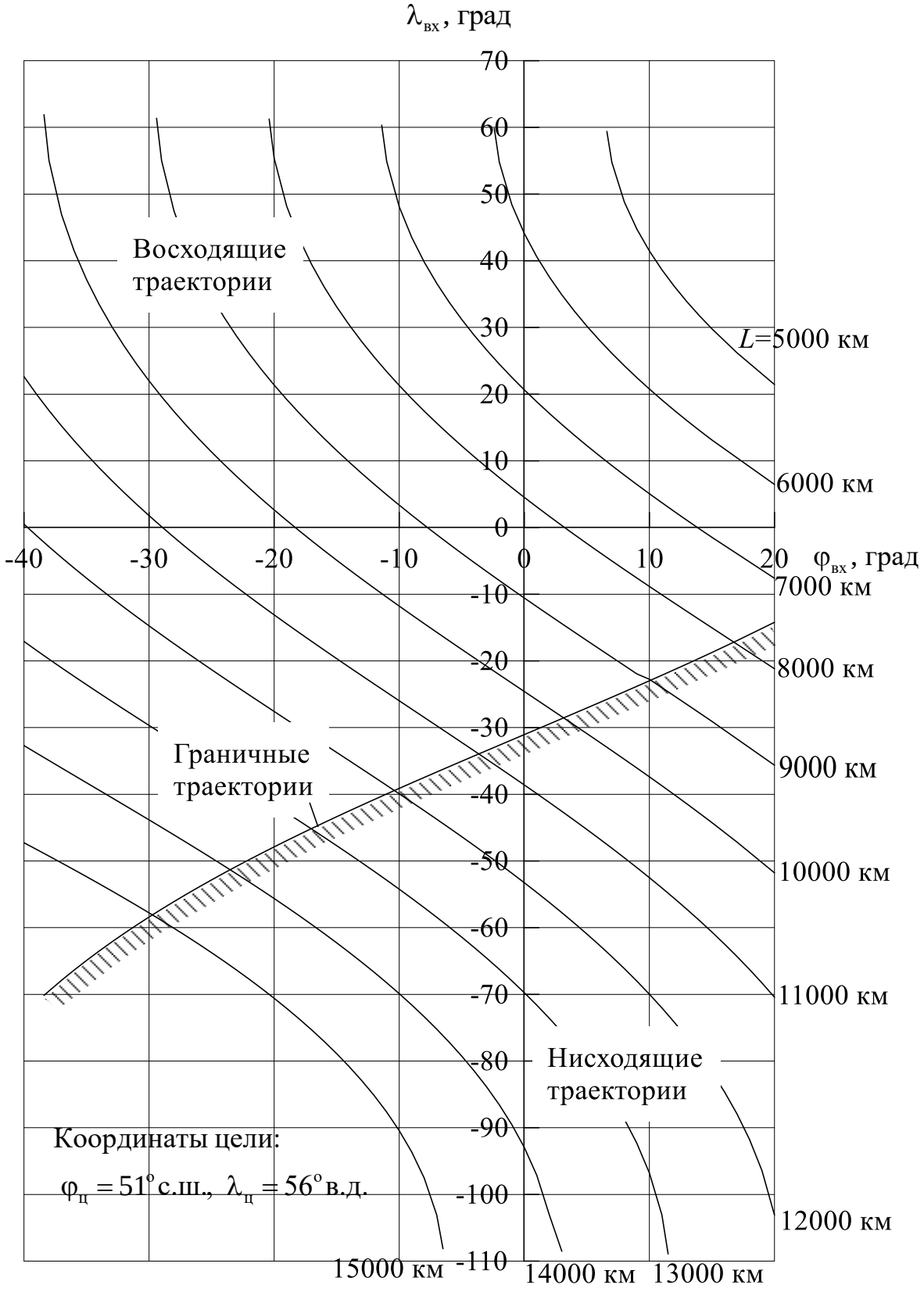

Рис. 9. Координаты точки входа для различных дальностей спуска

На рис. 10 показана зависимость наклонения плоскости прицеливания $i_ц$ от дальности спуска L_Σ в рассматриваемом диапазоне широт $\varphi_{вх}$ точки входа КА в атмосферу. Точки пересечения зависимостей $i_ц(L_\Sigma)$ определяют пару траекторий, одна из которых является восходящей, а вторая – нисходящей. У них одинаковое наклонение $i_ц$, одинаковая широта точки входа $\varphi_{вх}$, но разные дальности L_Σ и разные долготы точек входа в атмосферу $\lambda_{вх}$. Если точка пересечения расположена вблизи предельного наклонения $i_ц^* = 51^o$ (широта рассматриваемого района), то дальности траекторий близки. Если точка пересечения расположена достаточно далеко от предельного наклонения, то дальности траекторий существенно различаются. Большая дальность соответствует нисходящей траектории, а малая дальность – восходящей. Долготы точек входа для этих траекторий можно определить по рис. 9.

Например, для широты входа $\varphi_{вх}$=0 траектории спуска с дальностями 8000 км и 12000 *км* пересекаются в точке с наклонением около 55.3^o. Долгота точки входа в атмосферу первой (восходящей) траектории составляет 4.52^o в.д., а долгота точки входа второй (нисходящей) траектории составляет 53.26^o з.д.
Рассмотренные модельные задачи спуска (без учета вращения Земли и с учетом вращения) позволяют наглядно интерпретировать физическую сущность траекторий спуска КА в атмосфере после возвращения от Луны. Модельная задача для «замороженной» Земли позволяет просто, в рамках сферической тригонометрии, установить основные параметры траектории входа ВА в атмосферу Земли: широту и долготу точки входа, а также наклонение подлетной траектории. Разделение области начальных условий входа в атмосферу с помощью предельной траектории дает возможность заранее выбрать тип траектории спуска КА, восходящей или нисходящей, и обеспечить при планировании полета условия входа для ее реализации. Если же долгота точки входа в атмосферу выбрана с учетом некоторых требований, то модельная задача позволяет сразу установить тип траектории спуска и учесть его при формировании опорной зависимости угла крена от кажущейся скорости для работы алгоритма управления.

Построенные на рис. 9 зависимости позволяют определить «цену» уменьшения дальности спуска L_Σ при увеличении долготы точки входа КА в атмосферу Земли $\lambda_{вх}$ за счет сокращения времени перелета (широта точки входа $\varphi_{вх}$ определяется склонением Луны). Для уменьшения дальности спуска на ~1000 км необходимо увеличить долготу точки входа на 15°-20°, т.е. сократить время перелета на 1-1.3 часа. Проведенные расчеты потребных импульсов скорости для ухода с орбиты искусственного спутника Луны показали, что увеличение минимального импульса скорости (который составляет 840-880 м/с) примерно на 5 м/с позволяет сократить время перелета на 1-1.3 часа.

Следовательно, для уменьшения дальности спуска КА в атмосфере на ~1000 км надо увеличить начальную скорость ухода с орбиты искусственного

спутника Луны или при проведении первой коррекции (через сутки) примерно на 5 м/с.

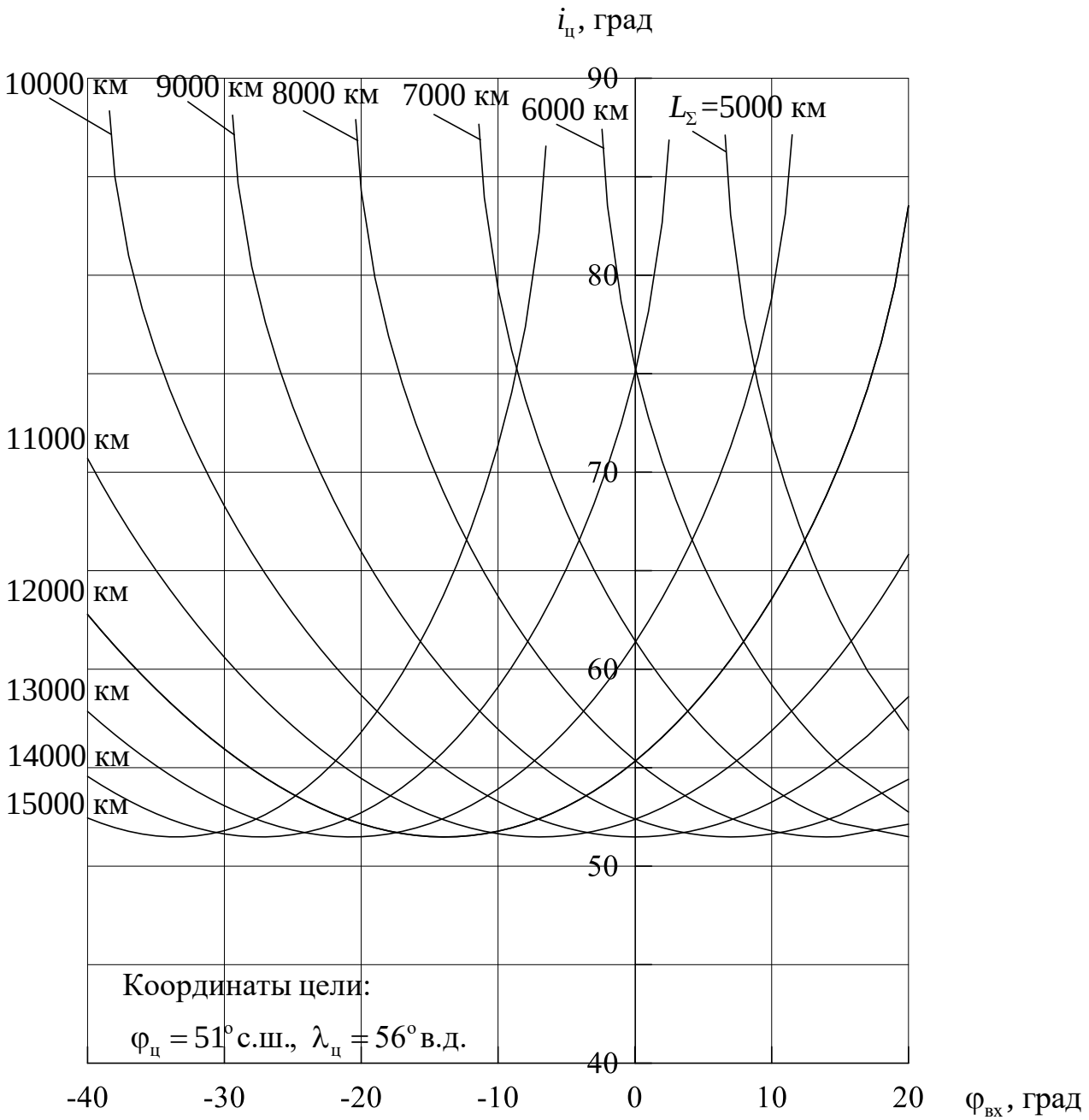

Рис.10. Наклонение плоскости прицеливания для различных дальностей спуска

Оценка минимальной достижимой перегрузки и минимальной высоты на участке первого погружения КА в атмосферу Земли

Предварительно рассматривается следующая модельная задача для оценки наименьшей величины достижимой максимальной перегрузки и минимальной высоты на участке первого погружения КА в атмосферу.

Фиксируется высота условного перигея $h_п$ в диапазоне (2) и соответствующий ей угол входа в диапазоне $\theta_{вх}$ =-5.9 ─ -4.2°. Скорость входа на высоте условной границы атмосферы Земли $V_{атм}$=11.018 км/с ($\Delta V_{пар}$≈-0.1 км/с). Наклонение подлетной оскулирующей орбиты i=57°. Координаты точки входа: широта $\varphi_{вх}$=18.2° ю.ш., долгота $\lambda_{вх}$=18.2° в.д. Управление осуществляется посредством постоянного нулевого угла воздушного крена γ=0 с момента входа в атмосферу до вылета из нее, т.е. подъемная сила все время направлена вверх. В статистике фиксируются максимальная перегрузка n_{max} и минимальная высота h_{min}, а также значения кажущейся скорости $V_{каж\ n}$ в момент достижения n_{max} и абсолютной скорости $V_{абс\ h}$ в момент достижения h_{min}. Как правило, сначала имеет место максимальная перегрузка, а затем реализуется минимальная высота.

Каждая статистика включает расчет 100 возмущенных траекторий в январской атмосфере модели ЦНИИМаш при наличии всех возмущающих факторов согласно принятой модели возмущений [3].

На рис. 11-13 показаны максимальные перегрузки для траекторий входа с высотами условного перигея соответственно $h_п$=35, 50 и 65 км. По оси абсцисс отложена кажущаяся скорость $V_{каж\ n}$ в момент достижения максимальной перегрузки. Номера соответствуют вариантам совокупности возмущений, которые генерируются датчиком псевдослучайных чисел. Вид полученных распределений практически одинаковый: с увеличением $V_{каж\ n}$ перегрузка возрастает почти линейно (в среднем). Если при $h_п$=35 км «трубка» разбросов достигает $\Delta n \approx 1g$, то при $h_п$=50 км она уменьшается до $\Delta n \approx 0.5g$, а при $h_п$=65 км трубка уменьшается до $\Delta n \approx 0.25g$. Чем больше $h_п$, тем меньше n_{max}.

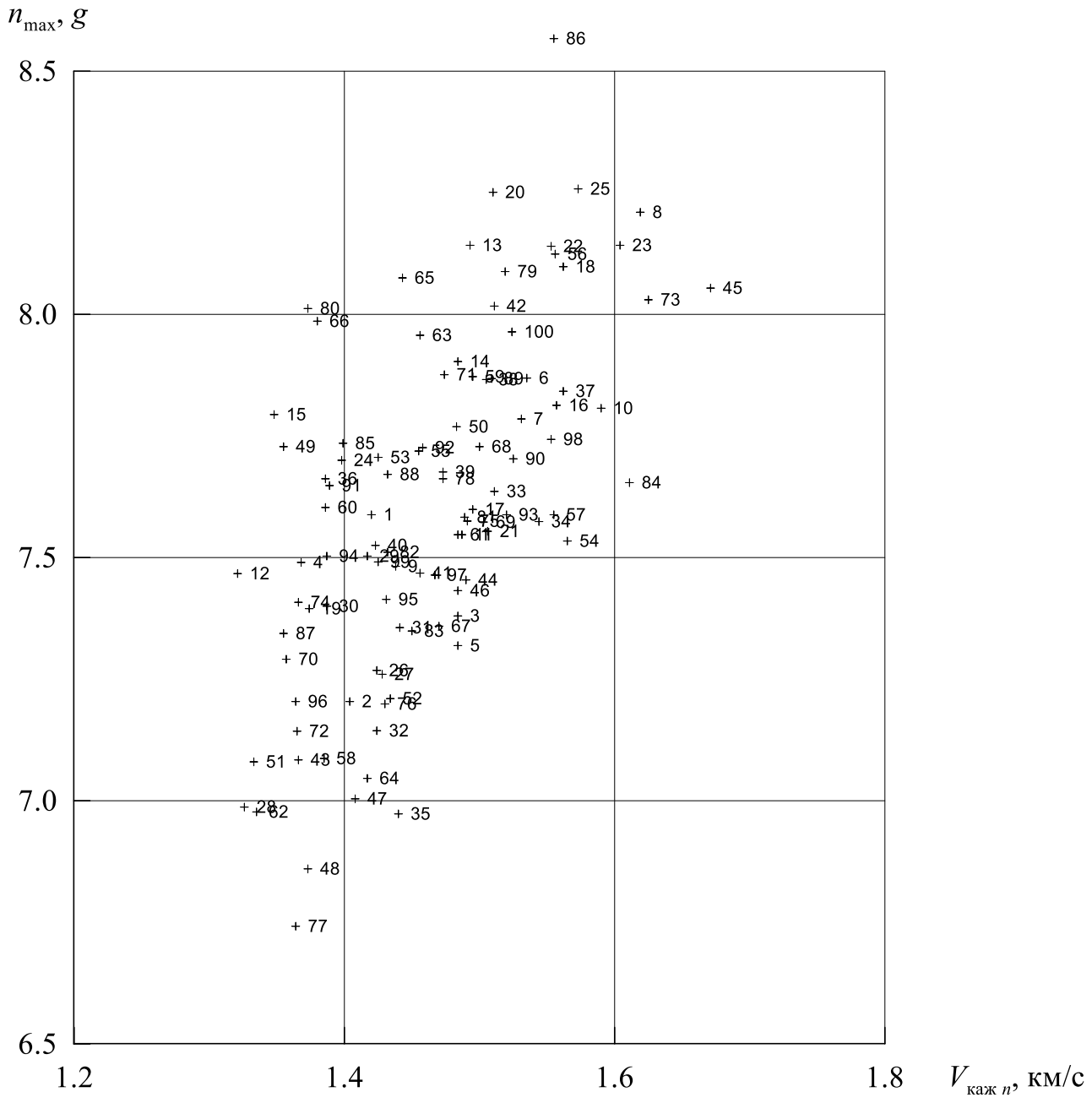

Рис. 11. Максимальные перегрузки при $h_п$=35 км и управлении $\gamma \equiv 0$

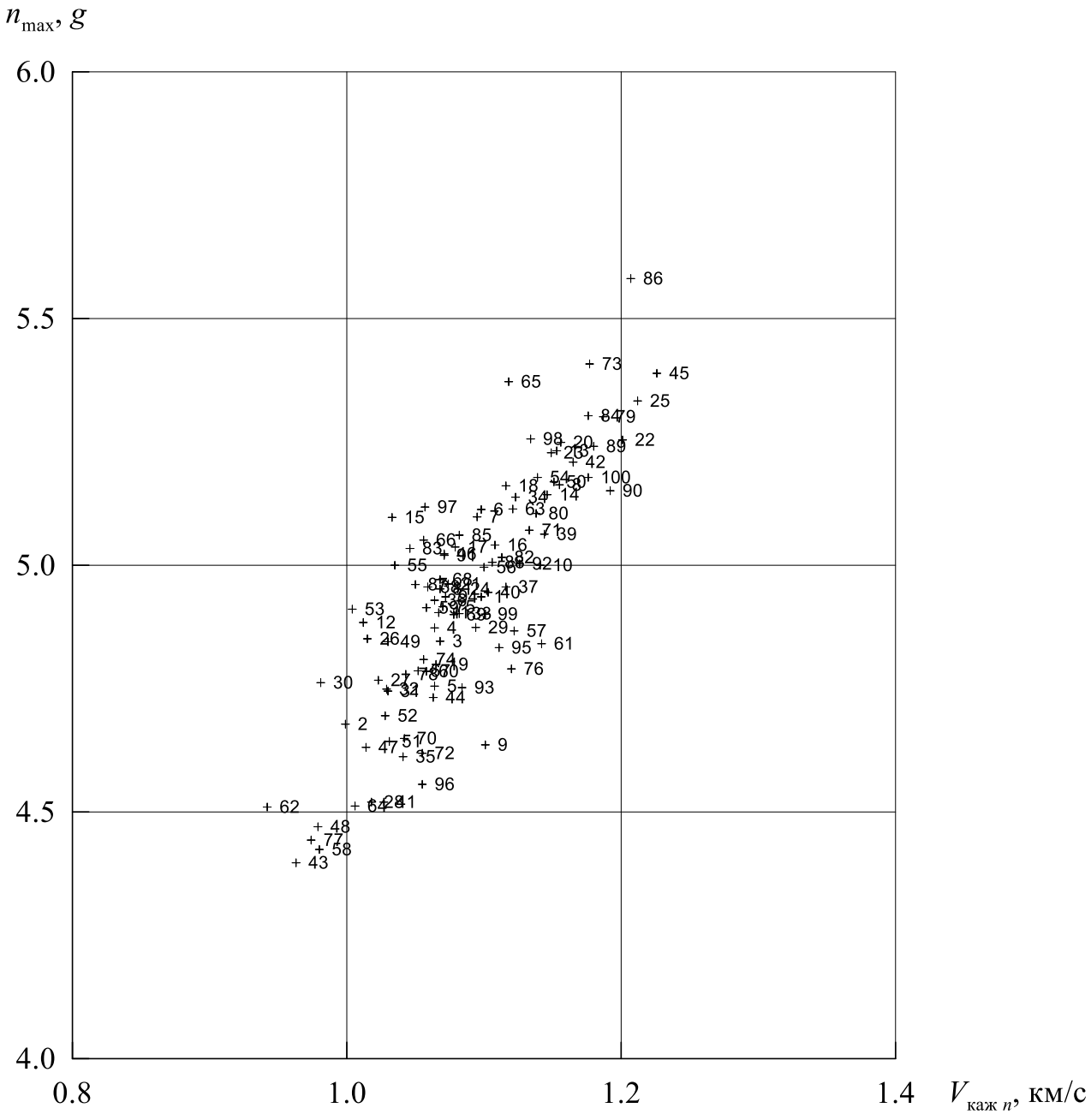

Рис.12. Максимальные перегрузки при $h_п$=50 км и управлении $\gamma \equiv 0$

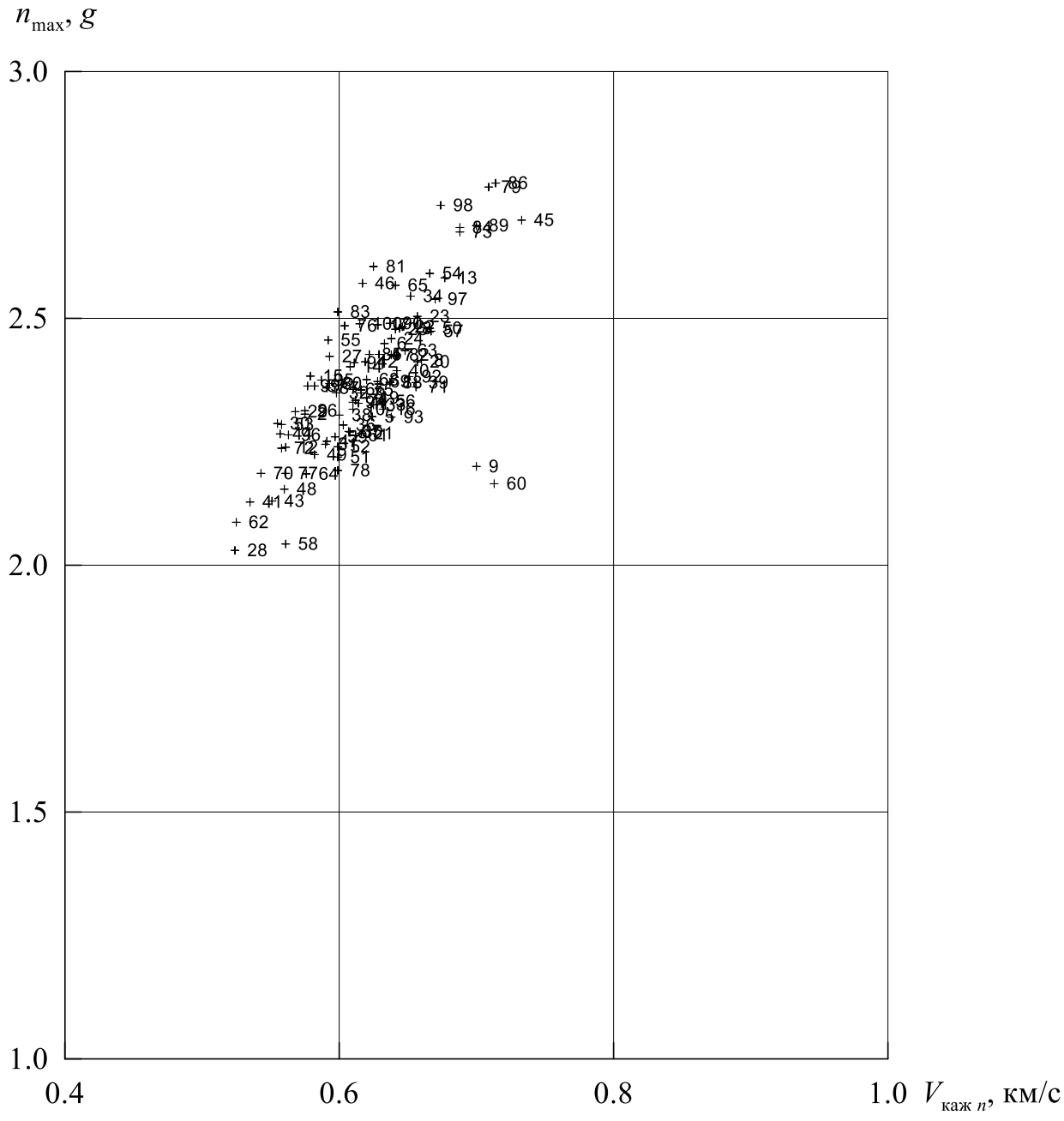

Рис. 13. Максимальные перегрузки при $h_п$=65 км и управлении $\gamma \equiv 0$

На рис. 14-16 для тех же высот условного перигея $h_п$ показаны минимальные высоты h_{min} и соответствующие им значения абсолютной скорости $V_{абс\ h}$. «Трубки» разбросов Δh_{min} для фиксированной высоты условного перигея $h_п$ практически параллельны осям абсцисс, а их ширина уменьшается с увеличением высоты $h_п$. В рассмотренных примерах Δh_{min}≈2, 1.5 и 1 км соответственно.

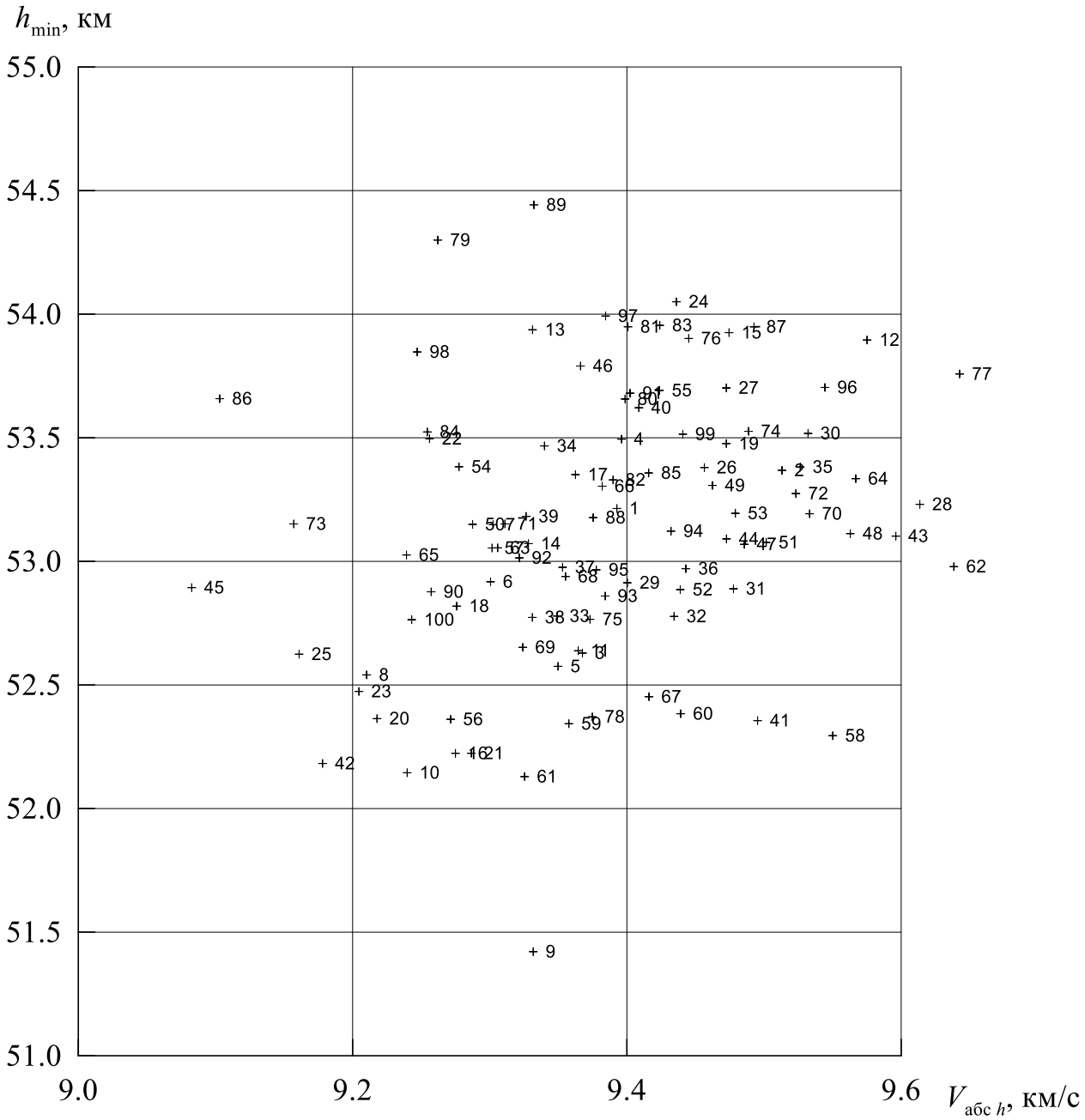

Рис. 14. Минимальные высоты при $h_п$=35 км и управлении $\gamma \equiv 0$

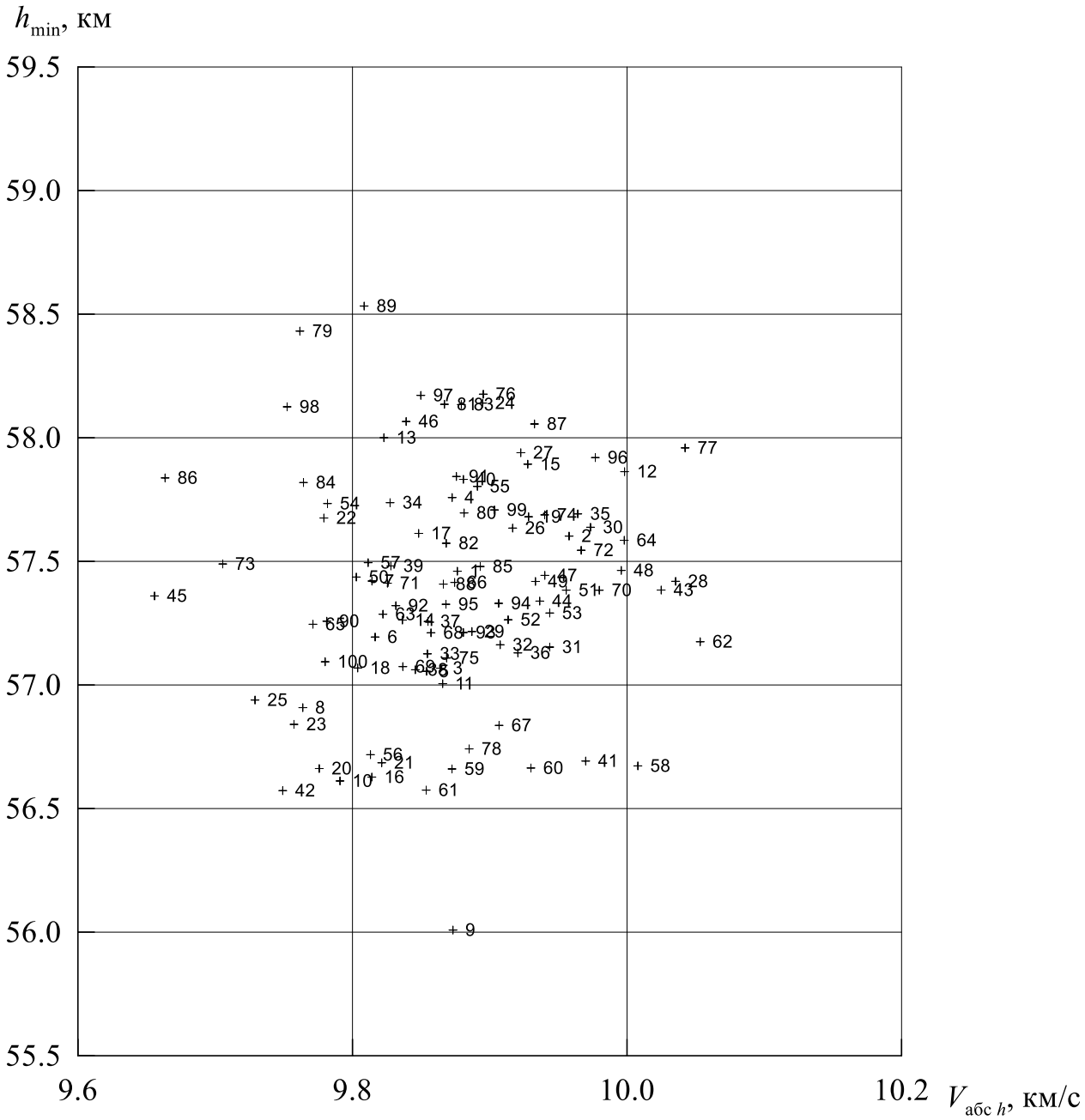

Рис. 15. Минимальные высоты при $h_п$=50 км и управлении $\gamma \equiv 0$

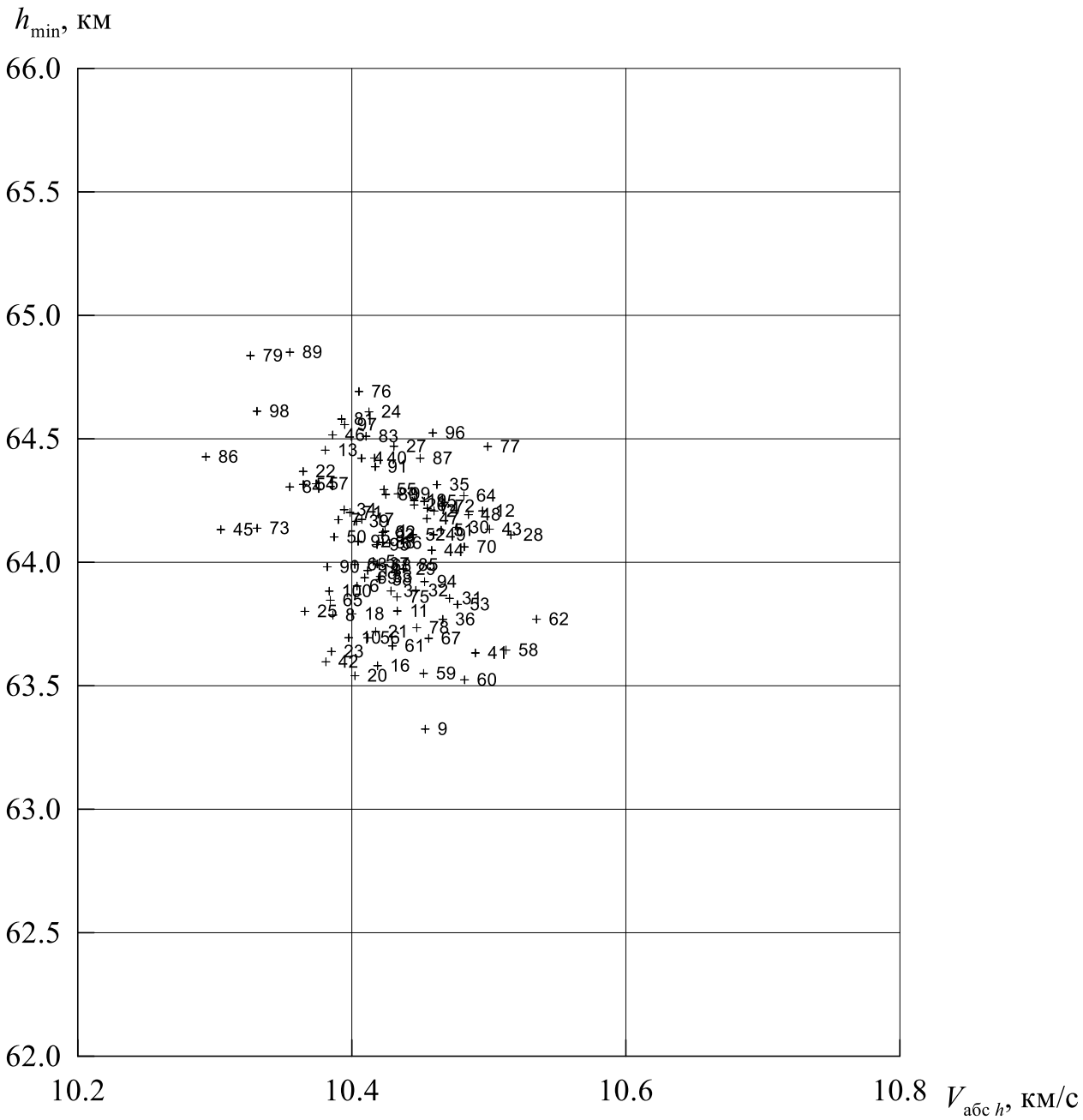

Рис. 16. Минимальные высоты при $h_п$=65 км и управлении $\gamma \equiv 0$

Основные статистические параметры модельной задачи с управлением γ=0 показаны в табл. 1.

Таблица 1

Статистика модельных возмущенных траекторий с управлением γ=0

$h_п$, км	35	40	45	50	55	60	65
$-\theta_{вх}$, град	5.70	5.48	5.24	5.00	4.74	4.47	4.18
n_{max}, g	8.57	7.61	6.60	5.58	4.61	3.73	2.77
$V_{каж\ n}$, км/с	1.555	1.482	1.399	1.207	1.127	0.874	0.714
№ варианта n_{max}	86	86	86	86	86	86	86
$n_{max\ МО}$, g	7.60	6.73	5.83	4.94	4.11	3.26	2.38
h_{min}, км	51.4	53.0	54.3	56.0	57.9	60.3	63.3
$V_{абс\ h}$, км	9.332	9.501	9.684	9.873	10.056	10.248	10.454
№ варианта h_{min}	9	9	9	9	9	9	9
$h_{min\ МО}$, км	53.1	54.4	55.8	57.4	59.1	61.3	

Здесь «№ варианта n_{max}» показывает номер варианта совокупных возмущений, при которых достигается наибольшая величина n_{max}. Аналогично, «№ варианта h_{min}» показывает номер варианта совокупных возмущений, при которых достигается наименьшая величина h_{min}.

В диапазоне высот условного перигея (2) оказалось, что наименьшая высота на первом погружении h_{min} с управлением (44) достигается в варианте №9, а наибольшая перегрузка n_{max} реализуется в варианте №86.

При $h_п$=45 км максимальная перегрузка кратковременно (в течение 26 с) достигает величины n_{max}=6.6g. Для высот $h_п$>45 км кажущаяся скорость в момент достижения максимальной перегрузки находится в диапазоне $V_{каж\ n}$ =0.7,…,1.4 км/с, т.е. в начале первого погружения. Даже с нулевым углом крена перегрузка меньше 5g обеспечивается для высот условного перигея больше 53 км (рис. 17).

Если ограничение по нагреву задано в виде минимальной допустимой высоты на участке первого погружения, например, $h_{доп}$=55 км, то задача лишена физического смысла, так как допустимая высота должна соответствовать некоторой абсолютной скорости $V_{абс}$. Поэтому физически обоснованным будет задание ограничения в виде $h_{доп}=f(V_{абс})$. Минимальная высота на участке первого погружения даже с нулевым углом крена больше 55 км, если высота условного перигея больше 47 км (рис. 18).

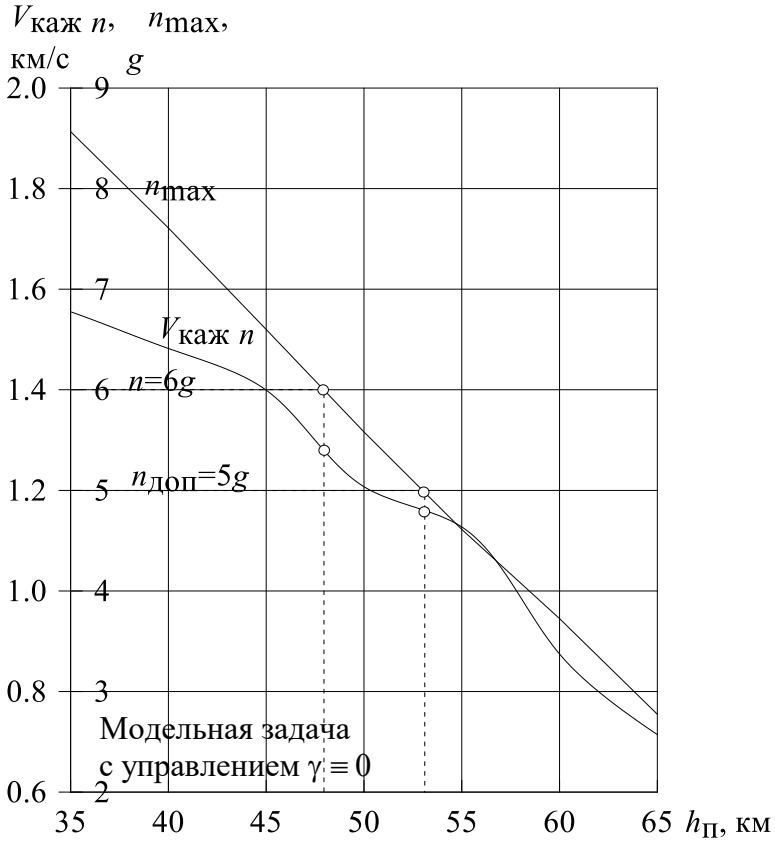

Рис. 17. Максимальная перегрузка и кажущаяся скорость в момент ее достижения для различных высот условного перигея

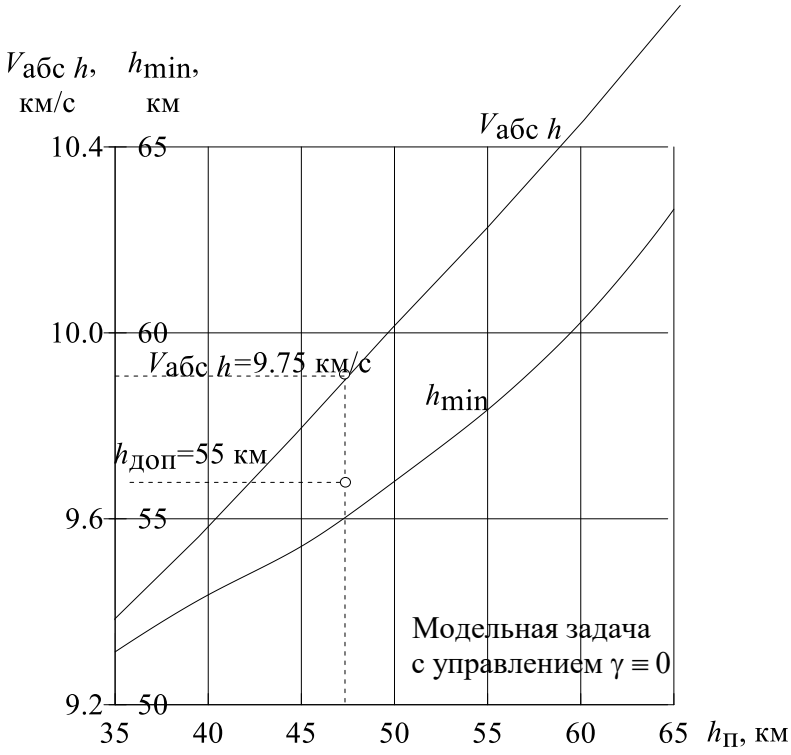

Рис. 18. Минимальная высота и абсолютная скорость в момент ее достижения для различных высот условного перигея

Выводы

Рассмотрены условия входа в атмосферу Земли КА, возвращающегося от Луны и совершающего посадку в заданном районе. Определены углы входа в атмосферу (или высоты условного перигея), широты и долготы точек входа, диапазон возможных дальностей спуска в зависимости от широты точки входа, определяемой склонением Луны (или датой возвращения). Показана возможность использования траекторий двух типов: с подлетом к месту посадки на восходящей ветви трассы (без пересечения параллели места посадки) и с подлетом на нисходящей ветви трассы (с пересечением параллели места посадки). Введено понятие граничной траектории, позволяющей по заданным условиям сразу определить тип траектории возвращения или на этапе планирования задачи задать условия для формирования определенного типа траектории возвращения. Получены оценки максимальной перегрузки и минимальной высоты траектории на участке первого входа КА в атмосферу. При движении с нулевым углом крена, когда подъемная сила направлена вверх, перегрузка порядка $5g$ может быть обеспечена только для высот условного перигея больше 53 км, а минимальная высота 55 км – только для высот условного перигея больше 47 км.

Библиографический список

[1] Гаврикова Н.М., Голубев Ю.Ф. Построение траектории возврата с орбиты ИСЛ к точке входа в атмосферу Земли // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2019. № 53. 39 с. doi:10.20948/prepr-2019-53

[2] Охоцимский Д.Е., Голубев Ю.Ф., Сихарулидзе Ю.Г. Алгоритмы управления космическим аппаратом при входе в атмосферу. М.: Наука, 1975.

[3] Евдокимов С.Н., Климанов С.И., Корчагин А.Н., Микрин Е.А., Сихарулидзе Ю.Г., Тучин А.Г., Тучин Д.А. Обеспечение посадки спускаемого аппарата на космодром «Восточный» после возвращения от Луны // Изв. РАН. ТиСУ. 2014. № 6. С. 136-152.

[4] Егоров В.А. Пространственная задача достижения Луны. М.: Наука,1965.

[5] Сихарулидзе Ю.Г. Баллистика и наведение летательных аппаратов. М.: Бином. 2011.