ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 44 за 2017 г.

ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Зенюк Д.А., Малинецкий Г.Г.,
Фаллер Д.С.

Аналитическая модель
коррупционного поведения

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Зенюк Д.А., Малинецкий Г.Г., Фаллер Д.С. Аналитическая модель коррупционного поведения // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2017. № 44. 15 с. doi:[10.20948/prepr-2017-44](https://doi.org/10.20948/prepr-2017-44)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2017-44>

О р д е н а Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М. В. Келдыша
Р о с с и й с к о й а к а д е м и и н а у к

Д. А. Зенюк, Г. Г. Малинецкий, Д. С. Фаллер

**Аналитическая модель коррупционного
поведения**

Москва — 2017

УДК 51-77

Зенюк Д. А., Малинецкий Г. Г., Фаллер Д. С.

Аналитическая модель коррупционного поведения

В работе предложена и исследована простая стохастическая модель коррупционного поведения. В основе модели лежит предположение о том, что коррупционные сделки могут рассматриваться как реализации некоторого случайного процесса на графе, определяющем структуру попарных связей между акторами. С помощью стандартных в теории вероятностей методов были получены аналитические выражения для основной характеристики модели — безразмерного уровня коррупции. Рассмотрен вопрос о формировании устойчивых сообществ коррупционеров в предлагаемой модели, найдена зависимость вероятности появления гигантского коррупционного кластера от параметров модели.

Ключевые слова: математическая социология, имитационное моделирование, случайные графы.

Dmitry Alexeyevich Zenyuk, Georgy Gennadiyevich Malinetsky, Dmitry Sergeyevich Faller

An analytical model of corruption

In the present paper a simple stochastic model of bureaucratic corruption is proposed. This model is based on the assumption that corruptional deals can be described as realizations of some random process on the graph, which defines the structure of pairwise connections between actors. By applying standard probabilistic techniques and arguments exact solution for dimensionless corruption level, the main characteristic of the model, is obtained. Existence of stable communities of corrupted actors in the suggested model is investigated; dependence of probability of giant corruptional cluster emergence on basic model parameters is derived.

Key words: mathematical sociology, numerical simulation, random graphs.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ, проекты № 15-06-07926 и № 16-01-00342.

Оглавление

Введение	3
Описание модели	4
Заключение	13
Библиографический список	14

Введение

Коррупция часто считается наиболее существенной «патологией политики» [1], открывающей путь к деградации всей системы институтов публичной власти. Однако за внешней очевидностью этого явления скрываются весьма сложные социокультурные и экономические механизмы и системные закономерности (см. [2-7] и цитированную там литературу), что делает задачу корректного моделирования коррупции весьма актуальной. Внутренняя сложность, присущая феномену коррупционного поведения, проявляется уже в том, что не удастся дать исчерпывающее определение для него, которое было бы и не слишком общим, но в то же время и не искусственно суженным [8].

Коррупционная сделка может рассматриваться как услуга: коррупционер, используя данные ему властные полномочия, совершает (или, наоборот, не совершает) некоторые действия, получая взамен ренту (непосредственно деньги, имущество или другие услуги). Это означает, что цена коррупционной сделки определяется, в том числе, совокупными спросом и предложением, и между коррупционерами может существовать конкуренция за право заключения этой сделки; т.е. цена формируется в соответствии с рыночными механизмами, что позволяет говорить о рынке коррупционных услуг. С другой стороны, нельзя считать, что при заключении коррупционной сделки действуют только рыночные механизмы: большое значение здесь имеют личный авторитет, репутация или способность оказать прямое давление. Таким образом, коррупция не может быть сведена к известным моделям, описывающим динамику конкурентного рынка, а поведение коррупционеров не вполне соответствует модели рационального поведения [9].

Активные исследования в области математического моделирования различных аспектов коррупционного поведения были начаты в 70-е годы 20 века. Большое количество работ посвящено исследованию коррупции с использованием аппарата теории игр [10, 11]. Круг рассматриваемых в них вопросов весьма широк: существование и единственность равновесных состояний в коррумпированной структуре; характерные различия поведения акторов в антагонистических и коалиционных играх; вопросы оптимизации иерархии и принципов управления в ней; устойчивость состояний равновесия под действием внешних возмущений. К этим работам тесно примыкают исследования коррупции с позиций теории оптимального управления. Уместно также упомянуть работы [12, 13], где коррупция рассматривается как дополнительный внешний фактор в модели пространственно-временного распределения властных полномочий. Опираясь на термодинамическую аналогию, эволюция системы была представлена в этих работах в виде нелинейного уравнения с частными производными параболического типа.

В настоящей работе будет предложена простая аналитическая модель, в рамках которой коррупция будет рассматриваться как многократно повторяемое заключение коррупционной сделки и перераспределение доходов

от нее между бюрократами (далее в тексте будет также часто использоваться термин «акторы»). Эволюционные правила являются стохастическими, поскольку коррупция всегда связана с некоторым неустранимым риском, а поведение в условиях риска и неопределенности, как известно, может быть спонтанным и иррациональным. Отчасти предложенная модель может рассматриваться и как позиционная игра: после распределения ренты к акторам применяются санкции, штрафующие за участие в коррупционных сделках.

Описание модели

Система состоит из K взаимодействующих акторов. В каждый момент времени случайный элемент иерархии получает возможность заключить коррупционную сделку, которую он либо использует, либо отвергает. При этом мы пренебрегаем тем, как именно он получает эту возможность. Вероятность того, что наудачу выбранный актер инициирует коррупционную сделку, одинакова и равна τ . Размер коррупционных сделок равен D и всегда делится между D актерами, т.е. каждый участник сделки получает одну «условную денежную единицу».

Топология связей между актерами задается d -регулярными графами (см., например, [14]), т.е. графами, у которых все вершины имеют одинаковую степень d . Следует отметить, что значения K и d не могут быть выбраны произвольным образом. В силу т.н. леммы о рукопожатиях, величина $d \cdot K$ должна быть четной. Кроме того, должно выполняться $K \geq d + 1$. Этот граф определяет, какие акторы могут быть соучастниками в каждой сделке. В рамках принятых нами предположений, процесс распределения незаконных доходов от участия в коррупционной сделке должен описываться как траектория случайного блуждания без самопересечений. Однако подсчет общего числа траекторий такого блуждания заданной длины даже в случае регулярных графов представляет собой весьма сложную задачу комбинаторной геометрии (см., например, [15]). Поэтому для получения аналитических соотношений будем считать, что сделка может распространяться только «по прямой». Это накладывает некоторые дополнительные ограничения на возможные значения d : понятие прямой можно определить естественным образом для $d \in \{2, 4, 6\}$. Графы такого типа могут быть представлены как правильные решетки на тороидальной поверхности. Для гексагональной решетки (при $d = 3$) ввести понятие «прямой» будет уже затруднительно. Фактически случайное блуждание при таком подходе вырождается в выбор одного из возможных направлений актором, инициировавшим сделку. Будем считать, что этот выбор происходит наудачу.

Весовые коэффициенты ребер, задействованных в продвижении сделки, увеличиваются на единицу. Таким образом, ребра с наибольшими весами будут соединять тех акторов, которые чаще всего вместе участвовали в продвижении одних и тех же сделок. Этот механизм можно использовать для определения

устойчивых сообществ в рассматриваемой системе, как будет показано далее в тексте.

На каждой итерации после продвижения сделки s выбранных наудачу акторов исключаются из системы, а веса ребер, инцидентных соответствующим вершинам, становятся равными единице. Следует подчеркнуть, что акторы исключаются из системы независимо от того, участвовали ли они в коррупционных сделках или нет. Этот механизм имитирует совместное действие санкций и ротации, которые являются «ингибиторами» распространения коррупции в иерархии. При этом возможное исключение актора, не участвовавшего в сделках, никак не скажется на весовых коэффициентах графа в целом, поскольку веса ребер, инцидентных такой вершине, и так равны единице.

Первым и наиболее естественным здесь является вопрос о том, как меняется количество коррупционеров в системе со временем. Пусть $\xi(n)$ — количество акторов, которые к n -му моменту времени участвовали хотя бы в одной коррупционной сделке. Условимся считать, что $\xi(0) = 0$. Увеличение ξ возможно за счет того, что в сделке поучаствовали какие-нибудь новые акторы из тех, которые на предыдущей итерации еще не были коррумпированы. Поскольку система полностью однородна и выбор всегда производится наудачу, можно считать, что количество этих новых акторов на n -й итерации $\eta(n)$ подчиняется гипергеометрическому распределению с параметрами $\langle K, K - \xi(n-1), D \rangle$:

$$P(\eta(n) = x) = \frac{\binom{x}{K - \xi(n-1)} \binom{D-x}{\xi(n-1)}}{\binom{D}{K}}$$

Здесь использовалась следующая нотация для гипергеометрического распределения с параметрами $\langle N, k, m \rangle$: N — общее число объектов, k — число объектов, появление которых считается успехом, m — число повторных испытаний (под испытанием понимается извлечение наудачу одного объекта). Случайная величина с гипергеометрическим распределением тогда будет равна числу успехов в m испытаниях. Порядок появления объектов не важен. Затем, из системы случайным образом удаляется s акторов, некоторая часть которых может быть коррумпирована, а некоторая — нет. Количество коррупционеров, покидающих систему на n -й итерации, $\zeta(n)$, также подчиняется гипергеометрическому распределению с параметрами $\langle K, \xi(n-1) + \eta(n), s \rangle$. Тогда математическое ожидание числа коррупционеров $C(n) = \mathbf{E}[\xi(n)]$ должно удовлетворять уравнению

$$C(n) = C(n-1) + \tau \mathbf{E}[\eta(n)] - \mathbf{E}[\zeta(n)]$$

Умножение на τ во втором слагаемом связано с тем, что увеличение количества коррупционеров может произойти только при условии, что сделка на данной итерации была принята, а это происходит с вероятностью τ . Пользуясь известным (см., например, [16]) выражением для математического ожидания гипергеометрической случайной величины, получим:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\zeta(n)] &= \mathbf{E}[\mathbf{E}[\zeta(n) | \xi(n-1) + \eta(n)]] = \frac{s}{K} [\mathbf{E}[\xi(n-1)] + \tau \mathbf{E}[\eta(n)]] \\ \mathbf{E}[\eta(n)] &= \mathbf{E}[\mathbf{E}[\eta(n) | \xi(n-1)]] = \frac{D}{K} \mathbf{E}[K - \xi(n-1)] = D \frac{K - C(n-1)}{K} \end{aligned}$$

Здесь также используется стандартный прием с условными математическими ожиданиями (см. [17]): сначала вычисляется среднее гипергеометрических случайных величин относительно фиксированных значений числа успехов, а затем результат еще раз усредняется уже по всем возможным значениям числа успехов. В первом выражении условное ожидание рассматривалось относительно количества коррупционеров после возможного принятия сделки, но до действия санкций на n -й итерации.

Тогда для $C(n)$ получим окончательно

$$C(n) = \left[C(n-1) + (K - C(n-1)) \frac{\tau D}{K} \right] \left[1 - \frac{s}{K} \right]$$

Это соотношение представляет собой линейное разностное уравнение с постоянными коэффициентами, решение которого легко можно найти:

$$C(n) = \tau D \left(1 - \frac{s}{K} \right) \frac{1 - \gamma^n}{1 - \gamma}, \quad \gamma = \left(1 - \frac{s}{K} \right) \left(1 - \tau \frac{D}{K} \right) \quad (1)$$

Как видно из (1), величина $c(n) = C(n)/K$, показывающая долю коррупционеров от общего числа акторов в системе, определяется всего двумя параметрами, $q_1 = \tau D/K$ и $q_2 = s/K$. Первый показывает, в какой мере акторы системы склонны к незаконному обогащению. Он может принимать высокие значения либо за счет того, что коррупция считается приемлемым способом достижения своих целей (τ , близкие к единице), либо за счет избыточного предложения (D , близкие к K). Второй из параметров характеризует скорость обновления акторов в системе. Поскольку $\gamma \leq 1$, то при $n \rightarrow \infty$ установившийся уровень коррупции равен

$$c_* = \frac{\tau D}{K(1-\gamma)} \left(1 - \frac{s}{K} \right) = \frac{q_1(1-q_2)}{1-(1-q_1)(1-q_2)} \quad (2)$$

Зависимость (2) показана на рис. 1. Как и следовало ожидать, при увеличении q_2 при фиксированном q_1 уровень коррупции монотонно падает, а с ростом q_1 при фиксированном q_2 — монотонно возрастает. При q_1 , близких к 1, выполняется $c_* \approx 1 - q_2$, т.е. в системах, где акторы очень склонны к коррупции, эффективность санкций линейна. Легко видеть, что в отсутствие санкций (при $q_2 = 0$) установившийся уровень коррупции всегда будет равен единице, если только q_1 не равен нулю.

Рис. 1. Зависимость установившегося уровня коррупции от параметров q_1 и q_2

Еще один вопрос, представляющийся важным, связан с эволюцией весовых коэффициентов и образованием устойчивых сообществ коррупционеров (далее для удобства они также будут называться кластерами). Пусть $\varepsilon(n)$ — вес какого-нибудь заранее выбранного ребра на n -й итерации. Поскольку система однородна, изменение весовых коэффициентов не зависит от того, какое именно ребро рассматривать. Распределение случайной величины $\varepsilon(n)$, принимающей значения в диапазоне от 1 до $n+1$, подчиняется системе уравнений

$$P_1(n) = \sigma + (1 - \sigma)(1 - \alpha) \cdot P_1(n-1), \quad (3a)$$

$$P_2(n) = (1 - \sigma) \left[(1 - \alpha) \cdot P_2(n-1) + \alpha P_1(n-1) \right], \quad (3b)$$

$$P_3(n) = (1 - \sigma) \left[(1 - \alpha) \cdot P_3(n-1) + \alpha P_2(n-1) \right] \dots \quad (3c)$$

$$P_{n+1}(n) = \alpha (1 - \sigma) P_n(n). \quad (3d)$$

Здесь $P_k(n)$ — вероятность того, что $\varepsilon(n) = k$; σ — вероятность того, что хотя бы одна из двух вершин, инцидентных рассматриваемому ребру, была заменена; α — вероятность того, что рассматриваемое ребро было задействовано в продвижении коррупционной сделки. Соответствующие случайные события не зависят от предыстории системы, а вероятности их наступления не зависят от n . Структура уравнений (3) достаточно проста: весовой коэффициент, отличный от 1 или $n+1$, может быть получен лишь при условии, что инцидентная вершина не была заменена в результате санкций, а сам вес либо остался неизменным, либо увеличился на единицу. Равенство $\varepsilon(n) = 1$ возможно также в двух случаях: либо были применены санкции, либо они не были применены, но ребро не было задействовано в продвижении сделки.

Легко показать, что

$$\sigma = \begin{cases} 0, & s = 0 \\ 2 / K, & s = 1 \\ 1 - (K - s)(K - s - 1) / K(K - 1), & 2 \leq s < K - 1 \\ 1, & s = K - 1, K \end{cases}$$

Действительно, у каждого ребра существует всего две вершины, инцидентные ему, и достаточно выбрать хотя бы одну из них, для того чтобы весовой коэффициент стал равным единице. Выражение для α зависит от топологии связей. При вычислении необходимо учитывать, что с ростом D могут появиться вершины, прямой путь из которых будет содержать рассматриваемое ребро независимо от направления. Например, при $d = 2$

$$\alpha = \tau \begin{cases} 1 / 2 \cdot 2(D - 1) / K, & 1 \leq D \leq K / 2 + 1 \\ \left[1 / 2 \cdot 2(K - D + 1) + (2D - K - 2) \right] / K, & K / 2 + 1 < D \leq K + 1 \end{cases}$$

Для остальных значений d количество прямых траекторий совпадает со случаем $d = 2$ с точностью до множителя, связанного с возможными направлениями. Т.е. для $d = 4$:

$$\alpha = \tau \begin{cases} 1/4 \cdot 2(D-1)/K, & 1 \leq D \leq \sqrt{K}/2 + 1 \\ \left[1/4 \cdot 2(\sqrt{K} - D + 1) + 2/4 \cdot (2D - \sqrt{K} - 2) \right] / K, & \sqrt{K}/2 + 1 < D \leq \sqrt{K} + 1 \end{cases}$$

и для $d = 6$:

$$\alpha = \tau \begin{cases} 1/6 \cdot 2(D-1)/K, & 1 \leq D \leq \sqrt{K}/2 + 1 \\ \left[1/6 \cdot 2(\sqrt{K} - D + 1) + 2/6 \cdot (2D - \sqrt{K} - 2) \right] / K, & \sqrt{K}/2 + 1 < D \leq \sqrt{K} + 1 \end{cases}$$

В последних двух случаях для удобства будем считать, что $\sqrt{K} \in \mathbb{N}$. Следует подчеркнуть, что при $d = 2$ максимальное значение α равно единице (т.е. предложенная цена столь высока, что будут задействованы все акторы), а в остальных случаях максимальное значение этой величины будет зависеть от K . Легко показать, что во всех рассмотренных случаях после некоторых упрощений получится выражение $\alpha = 2\tau(D-1)/dK$. Следует отметить, что при фиксированных τ , D и K величина α , характеризующая вероятность усиления связей между коррупционерами, участвовавшими в одной сделке, обратно пропорциональна d : чем больше возможных соучастников у коррупционера, тем сложнее ему выделить среди них наиболее предпочтительного.

Система (3) рекуррентно разрешима. Так, для $P_1(n)$ с учетом естественного начального условия $P_1(0) = 1$ получим

$$P_1(n) = \mu^n + \sigma \frac{1 - \mu^n}{1 - \mu}, \quad \mu = (1 - \alpha)(1 - \sigma).$$

Подставив это выражение в уравнение (3b), можно получить $P_2(n)$ и т.д. Однако точные решения весьма громоздки и трудны для анализа. Поэтому проще будет перейти к рассмотрению предельного распределения $\varepsilon(n)$ при $n \rightarrow \infty$. В этом случае (3) сводится к бесконечной системе линейных уравнений, решение которой имеет вид

$$P_k = \sigma \frac{(\alpha\mu)^{k-1}}{(1-\mu)^k (1-\alpha)^{k-1}}. \quad (4)$$

Введем обозначение $\theta = \alpha\mu / (1-\alpha)(1-\mu)$ и заметим, что

$$\theta = \frac{\alpha(1-\sigma)}{\alpha + \sigma - \alpha\sigma}, \quad 1-\theta = \frac{1-\alpha-\mu}{(1-\alpha)(1-\mu)} = \frac{\sigma(1-\alpha)}{(1-\alpha)(1-\mu)} = \frac{\sigma}{1-\mu}$$

Тогда, как легко видеть, $P_k = (1-\theta)\theta^{k-1}$ — предельное распределение является геометрическим*, т.е. совпадает с распределением числа независимых испытаний в схеме Бернулли, которые проводятся до появления первого успеха (см. [16, 17]). Параметр θ можно интерпретировать как условную вероятность того, что весовой коэффициент увеличился, относительно события, которое заключается в том, что весовой коэффициент как-либо изменился (напомним, что вес ребра может либо увеличиться, либо уменьшиться до единицы, либо остаться неизменным). Хорошо известно, что математическое ожидание геометрического распределения обратно пропорционально вероятности успеха, т.е. в рассматриваемом случае равно $(1-\theta)^{-1}$. Величина θ зависит от параметров так же, как и в (2). Тривиальные случаи с $\sigma = 1$ (когда на каждой итерации система полностью заменяется) или $\alpha = 0$ (когда ни один из акторов не вступает в коррупционные сделки) далее рассматривать не будем, поскольку в этих случаях возникновение каких-либо кластеров в иерархии невозможно.

Как обычно при анализе сетевых структур (см., например, [18]), под кластером мы будем понимать такие непересекающиеся подмножества элементов, что элементы близки друг к другу внутри кластера и одновременно далеки от всех остальных элементов в смысле некоторой подходящей метрики. Известно множество различных формальных подходов к решению задачи кластеризации на графах [18]. Исходя из специфики рассматриваемой задачи, в качестве меры сродства между акторами логично выбрать весовые коэффициенты ребер, показывающие, как часто была задействована связь между определенными акторами. В этом случае сегрегацию сообществ будут обеспечивать ребра с наименьшими весовыми коэффициентами, а сами сообщества будут компонентами связности в графе с исключенными «слабыми» ребрами. В качестве критерия, отделяющего «значимые» ребра, будем рассматривать превышение математического ожидания веса. В установленном режиме, при больших n , вероятность наблюдения такого ребра равна

$$p(\theta) = (1-\theta) \sum_{k=E+1}^{+\infty} \theta^{k-1} = \theta^E, \quad E = \frac{1}{1-\theta} \quad (5)$$

*Здесь нужно отметить, что существует две разных формы параметризации геометрического распределения. Хотя основные свойства распределения остаются неизменными, выражения для моментов и других вероятностных характеристик несколько отличаются в зависимости от выбранной формы.

Легко показать (с помощью сведения к хорошо известному «второму замечательному» пределу), что $p(\theta) \leq e^{-1} = 0.3679$. Зависимость $p(\theta)$ показана на рис. 2.

Рис. 2. Зависимость $p(\theta)$

Случайные весовые коэффициенты в этой модели не являются независимыми, поскольку на одном шаге задействуется сразу $D-1$ ребро. Тем не менее, поскольку траектории коррупционных сделок выбираются наудачу, то по прошествии большого числа итераций весовые коэффициенты можно приближенно считать независимыми. В результате структура, содержащая только значимые ребра, вероятность наблюдения которых равна $p(\theta)$, будет случайным d -регулярным графом Эрдеша—Реньи [19]. Для таких графов образование связных компонент — которые отождествляются с кластерами — хорошо изучено. В частности, показано [20, 21], что для $d \geq 3$ гигантская компонента в них возникает при $p = c \cdot (d-1)^{-1}$, где $c > 1$. Под гигантской компонентой понимается связный подграф, количество вершин в котором равно $\beta \cdot K$, где $\beta(c) \in (0,1)$. Если $c < 1$, то размер наибольшей связной компоненты в таком случайном графе имеет порядок $\ln K$. Получить некоторое представление о формировании гигантской компоненты в случайных регулярных графах можно с помощью рис. 3

Рис. 3. Реализации случайных регулярных графов: 4-регулярный граф с $p = 0.3$ (слева вверху) и $p = 0.7$ (справа вверху), 6-регулярный граф с $p = 0.24$ (слева внизу) и $p = 0.6$ (справа снизу)

Для 2-регулярных случайных графов задачу о появлении гигантского кластера необходимо рассматривать отдельно. Можно, например, указать вероятность того, что в этом случае будет существовать кластер, содержащий больше половины акторов — именно его и будем считать гигантской компонентой. Если положить $M = \lfloor K / 2 \rfloor$, то эта вероятность равна

$$Kp^M q^2 + Kp^{M+1} q^2 + \dots + Kp^{K-1} q + p^K = p^M \left[Kq^2 (1 + p + \dots + p^{K-M-2}) + \right. \\ \left. + qp^{K-M-1} + p^{K-M} \right] = p^K + Kp^M q = g(p), \quad q = 1 - p.$$

Это соотношение получено суммированием вероятностей всех возможных расположений дуги заданного размера на окружности (которые образуют

группу несовместных событий). Функция g является монотонно возрастающей на отрезке $[0, 1]$.

Но поскольку $p \leq e^{-1}$, то вероятность появления гигантского кластера (в определенном нами для 2-регулярного графа смысле) не превосходит

$$e^{-M} [0.6321 \cdot K + e^{M-K}]$$

Эта величина очень быстро убывает с ростом K : при $K=3$ она равна 0.747, при 10 — 0.0426, а при $K=100$ она равна $4.4 \cdot 10^{-10}$. Таким образом, в структурах такого типа даже с умеренным количеством акторов появление гигантского кластера является почти невозможным событием.

Заключение

В работе была предложена простая модель коррупционного поведения, в которой количество коррупционеров определяется конкуренцией двух рандомизированных механизмов: механизма заключения сделок с внешними агентами и механизма санкций. Полученное аналитическое решение для удельного количества коррупционеров (уровня коррупции) не зависит от топологических свойств графа, определяющего структуру попарных связей между акторами. Оказалось, что отклик (в смысле изменения установившегося уровня коррупции) системы на антикоррупционные санкции становится линейным только в очень коррумпированных структурах — в противном случае уровень коррупции убывает гораздо быстрее с увеличением строгости санкций.

С помощью простой динамической системы, описывающей эволюцию весовых коэффициентов ребер в модели, был исследован вопрос о формировании больших коррупционных кластеров. Оказалось, что возможность появления гигантского кластера монотонно зависит от параметра θ , который имеет смысл условной вероятности и, в свою очередь, нелинейно зависит от исходных параметров системы (количества акторов, размера предлагаемых сделок и т.д.). Качественно эта зависимость подтверждает эмпирические представления о коррупции: вероятность появления гигантского кластера уменьшается при усилении санкций и увеличивается вместе с увеличением толерантности или размера сделок. В модели с 2-регулярным графом связей появление гигантского кластера является почти невозможным.

Вместе с тем очевидно, что представленная модель является лишь аппроксимацией, причем, возможно, весьма грубой, и не учитывает некоторых существенных аспектов. Например, понятно, что реальные системы являются стратифицированными, т.е. параметры акторов зависят от того, какое положение они занимают в иерархии. Для получения аналитических выражений также пришлось наложить существенные ограничения на форму траекторий, соответствующих распространению сделок. Для того, чтобы более

корректно отразить эти особенности коррупционного поведения, необходимо использовать более сложные имитационные модели, как это было сделано, например, в [22].

Библиографический список

- [1] Friedrich C. J. The pathology of politics: violence, betrayal, corruption, secrecy, and propaganda. New York: Harper & Row, 1972. 287 p.
- [2] Aidt T. S. Economic analysis of corruption: a survey // The Economic Journal. 2003. Vol. 113, no. 491. p. F632-F652.
- [3] Роуз-Аккерман С. Коррупция и государство. Причины, следствия, реформы. М.: Логос, 2003. 356 с.
- [4] Pellegrini L. Economic analysis of corruption // Corruption, development and the environment. Dordrecht: Springer, 2011. p. 13-27
- [5] Treisman D. The causes of corruption: A cross-national study // Journal of Public Economics. 2000. Vol. 76, no. 3. p. 399-457.
- [6] Jain A. K. Corruption: a review // Journal of economic surveys. 2001. Vol. 15, no. 1. p. 71-121.
- [7] Political corruption: concepts & contexts / Ed. by M. Jonston A. J. Heidenheimer. New Brunswick: Transaction Publisher, 2007. 970 p.
- [8] Быстрова А. С., Сильвестрос М. В. Феномен коррупции: некоторые исследовательские подходы // Журнал социологии и социальной антропологии. 2000. Т. 3, № 1. с. 83-101.
- [9] Tullock G. Efficient rent-seeking // Toward a theory of the rent-seeking society / Ed. by G. Tullock J. Buchanan, R. Tollison. College Station: Texas A&M Press, 1980. p. 97-112.
- [10] Левин М. И., Цирик М. Л. Математические модели коррупции // Экономика и математические методы. 1998. Т. 34, № 4. с. 34-55.
- [11] Выборнов Р. А. Модели и методы управления организационными структурами с коррупционным поведением участников. М.: ИПУ РАН, 2006. 110 с.
- [12] Михайлов А. П., Ланкин Д. Ф. Моделирование оптимальных стратегий ограничения коррупции // Математическое моделирование. 2006. Т. 18, № 12. с. 115-124.
- [13] Михайлов А. П., Горбатилов Е. А. Анализ антикоррупционных стратегий в модифицированной модели «власть—общество» // Математическое моделирование. 2016. Т. 28, № 5. с. 47-68.
- [14] Харари Ф. Теория графов. М.: Мир, 1973. 300 с.
- [15] Liskiewicz M., Ogihara M., Toda S. The complexity of counting self-avoiding walks in subgraphs of two-dimensional grids and hypercubes // Theoretical Computer Science. 2003. Vol. 304, no.1-3, p. 129-156.
- [16] Spiegel M. R. Theory and problems of probability and statistics. New York: McGraw-Hill, 1992. 372 p.
- [17] Боровков А. А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1986. 432 с.

- [18] Barabasi A.-L. Network science. Cambridge: Cambridge University Press, 2016. 474 p.
- [19] Bollobas B. Random graphs. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. 498 p.
- [20] Nachmias A., Peres Y. Critical percolation on random regular graphs // Random structures and algorithms. 2010. Vol. 36, no. 2. p. 111-148.
- [21] Pittel B. Edge percolation on a random regular graph of low degree // Annals of Probability. 2008. Vol. 36. no. 4. p. 1359-1389.
- [22] Зенюк Д. А., Малинецкий Г. Г., Фаллер Д. С. Имитационная модель коррупции в иерархических системах // Компьютерные исследования и моделирование. 2014. Т. 6, № 2. с. 321-329.