УДК 004.052.42+681.518.5

Д. В. Ефанов, д-р техн. наук

*ООО НТЦ «Комплексные системы мониторинга», Санкт-Петербург,
Высшая школа транспорта, Институт машиностроения, материалов и транспорта
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург
Кафедра «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте»,
Российский университет транспорта, Москва*

Г. В. Осадчий

ООО НТЦ «Комплексные системы мониторинга», Санкт-Петербург

М. В. Зуева

ООО «Ф-ЛАЙН СОФТВЕР», Санкт-Петербург

ОСОБЕННОСТИ ОБНАРУЖЕНИЯ ОШИБОК КОДАМИ С СУММИРОВАНИЕМ ЕДИНИЧНЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ РАЗРЯДОВ В КОЛЬЦЕ ВЫЧЕТОВ ПО ЗАДАННОМУ МОДУЛЮ В СХЕМАХ ВСТРОЕННОГО КОНТРОЛЯ, СИНТЕЗИРОВАННЫХ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ЛОГИЧЕСКОГО ДОПОЛНЕНИЯ¹

Анализируются характеристики обнаружения ошибок кодами с суммированием единичных информационных разрядов в кольце вычетов по заданному модулю, проявляющиеся при синтезе схем встроенного контроля по методу логического дополнения. Ошибки, возникающие в кодовых словах модульных кодов с суммированием, могут быть не обнаружены тестером, если они возникают только в информационных векторах и одновременно в информационных и контрольных векторах кодовых слов. Ошибки же, возникающие в контрольных векторах, обнаруживаются всегда. В отличие от предыдущих исследований в данной предметной области, авторы фокусируют внимание на особенностях обнаружения ошибок модульными кодами с суммированием во всех кодовых словах, а не только в информационных векторах. Установлены ранее неизвестные свойства обнаружения ошибок модульными кодами с суммированием с классификацией их по видам (монотонные, симметричные и асимметричные ошибки) и кратностям. Приводятся каталоги подробных характеристик модульных кодов с суммированием. Описаны ключевые закономерности, присущие данному классу кодов. Результаты исследования могут использоваться при организации схем встроенного контроля по методу логического дополнения, при решении других задач технической диагностики, где важно знать свойства обнаружения ошибок в кодовых словах, а также задач защиты и передачи данных.

Схема встроенного контроля, рабочее диагностирование, метод логического дополнения, код с суммированием, код Бергера, модульный код с суммированием, обнаружение ошибок, необнаруживаемая ошибка, контроль ошибок

DOI: 10.20295/2412-9186-2021-7-2-284-314

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке гранта № МД-2533.2021.4 Президента Российской Федерации.

Введение

При решении задач синтеза вычислительных систем и устройств с обнаружением неисправностей широко применяются методы теории информации и кодирования [1–5]. Для наделения какого-либо объекта свойством обнаружения неисправностей практикуется внесение аппаратной или программной избыточности [6].

Часто при реализации отказоустойчивых устройств и систем обращаются к методам кратного резервирования и диверсифицирования, что требует внесения существенной избыточности для получения такого свойства. Как правило, отказоустойчивый объект по показателям структурной избыточности более чем втрое превосходит изначальное устройство [7]. Для реализации блоков с обнаружением неисправностей в процессе их функционирования подходят самопроверяемые схемы встроенного контроля (СВК), реализующиеся с использованием равномерных двоичных избыточных кодов [8]. Для построения в таком случае берут разделимые и неразделимые двоичные равномерные коды с небольшой избыточностью, что дает возможность реализации устройств с уменьшенной по сравнению с дублированием избыточностью [9].

Вопросам применения двоичных избыточных кодов при организации устройств, наделенных свойством обнаружения неисправностей, посвящена не одна публикация [10–17]. Отдельный круг научных работ содержит результаты исследований характеристик избыточных кодов, пригодных для синтеза отказоустойчивых устройств и устройств с обнаружением неисправностей [18–20].

В статье внимание читателя фокусируется на отдельном классе кодов — кодах с суммированием единичных информационных разрядов в кольцо вычетов по заданному модулю (модульных кодов с суммированием, остаточных кодов). Применению таких кодов для синтеза отказоустойчивых устройств и устройств с обнаружением неисправностей посвящено множество публикаций, среди которых [21, 22]. В статьях [23–26] и в монографии [19] анализируются свойства обнаружения ошибок модульными кодами с суммированием только в информационных векторах кодовых слов, что актуально, например, при синтезе СВК логических устройств, а свойства самих кодов определяют и свойства получаемых на их основе структур.

Исследования показывают, что характеристики обнаружения ошибок в информационных векторах кодовых слов напрямую определяют и характеристики СВК, синтезируемых на основе классического метода, подразумевающего дополнение в схеме контроля функций, вычисляемых исходным устройством без использования операций преобразования самих функций (метода вычисления контрольных разрядов) [7, 9, 18–20]. В таком случае одиночный дефект аппаратных средств может приводить только к искажениям в информационных векторах либо только к искажениям в контрольных векторах кодовых слов. Однако в мировой литературе на эту тему [27–30] известен и другой метод, под-

разумевающий именно преобразование всех или части функций в СВК, — метод логического дополнения. Он позволяет строить СВК более гибко, в частности упрощать структуры конечных устройств и процедуры по обеспечению полной их самопроверяемости.

В основном метод логического дополнения исследовался на случай применения неразделимых кодов или класса самодвойственных функций алгебры логики [31–34]. Но в том, что касается синтеза СВК по методу логического дополнения с использованием делимых кодов (тех же модульных кодов с суммированием), одиночный дефект в исходном устройстве может приводить к возникновению искажений как в информационном, так и контрольном векторе кодовых слов. В статье приводятся и обсуждаются результаты проведенных авторами исследований характеристик обнаружения ошибок в кодовых словах модульными кодами с суммированием, для которых при построении использовался модуль $M \in \{2^i\}, i = 1, 2, \dots$.

1. Использование двоичных избыточных кодов при синтезе схем встроенного контроля на основе метода логического дополнения

Одной из первых публикаций по методу логического дополнения следует признать [35], где предложено задействовать схему самодвойственного паритета для синтеза СВК для логических устройств автоматики и вычислительной техники. Большое число работ, например [27–33], освещает результаты применения равновесных кодов при синтезе СВК по методу логического дополнения. О применении при синтезе СВК на основе метода логического дополнения делимых кодов, например, классических кодов Бергера [36], написано не так много работ [37]. Рассмотрим особенности организации СВК по методу логического дополнения до делимых кодов на примере модульных кодов с суммированием. Обозначим их как $SM(m, k)$ -коды, где M — значение модуля, m — длина информационного вектора, k — длина контрольного вектора (длина кодового слова равна n).

$SM(m, k)$ -коды строятся следующим образом [19].

1. Выбирается и фиксируется значение модуля M в виде некоторого натурального числа ($M \geq 2$).
2. Подсчитывается вес r информационного вектора.
3. Определяется значение наименьшего неотрицательного вычета числа r по модулю M — число $r_M = r \pmod{M}$.
4. Число r_M представляется в двоичном виде и записывается в разряды контрольного вектора.

К примеру, получим контрольный вектор для информационного вектора $\langle 01010111 \rangle$ кода $S_4(8, 2)$: $r=5$, $5 \pmod{4}=1$, $[1]_{10} = [01]_2$. В контрольный вектор будет записано число $\langle 01 \rangle$.

Рассмотрим использование $SM(m, k)$ -кодов при организации СВК по методу логического дополнения.

На рис. 1 приведены структуры организации СВК для устройства $F(x)$, вычисляющего функции $f_1, f_2, \dots, f_{n-1}, f_n$, по $S2(m,1)$, $S4(m,2)$ и $S8(m,3)$ кодам (первый

Рис. 1. Структуры организации СВК по методу логического дополнения до модульных кодов с суммированием

код известен как код паритета [38], а вторые два — как коды Боуза-Лина [39]). В СВК используется три функциональных блока. Блок коррекции сигналов (БКС), образованный двухвходовыми элементами сложения по модулю $M=2$ (XOR), предназначен для преобразования части рабочих функций в контрольные функции $SM(m,k)$ -кода. Число элементов преобразования определяется выбранным кодом и числом контрольных разрядов в нем. Соответственно, преобразуются k рабочих функций, $n-k=m$ функций не преобразуются. Для преобразования на первые входы элементов XOR в БКС подаются сигналы от рабочих функций, а на вторые — от контрольных функций $g_1, g_2, \dots, g_{k-1}, g_k$, вычисляемых блоком контрольной логики $G(x)$. Кодовое слово $SM(m,k)$ -кода формируется в СВК на входах тестера (*totally self-checking checker* — TSC), снабженного двумя выходами z^0 и z^1 [40]. Значения разрядов получаются по формулам:

$$h_i = \begin{cases} f_i, i = \overline{1, m}, \\ f_i \oplus g_i, i = \overline{m+1, n}. \end{cases} \quad (1)$$

Неисправности блоков $G(x)$ и БКС непосредственно вызывают ошибки в контрольных векторах $SM(m,k)$ -кодов, что фиксируется тестером. Неисправности самого тестера также обнаруживаются на входных воздействиях, т. к. он имеет самопроверяемую структуру [40]. Неисправности блока $F(x)$ способны вызывать ошибки и в одних только информационных векторах, и в информационных и контрольных векторах одновременно. Тестер может не обнаружить их в том случае, если искаженное кодовое слово будет принадлежать заданному $SM(m,k)$ -коду.

Таким образом, в рассматриваемых структурах важны не только изученные характеристики обнаружения ошибок в информационных векторах, но и определение характеристик обнаружения ошибок во всех кодовых словах.

2. Характеристики обнаружения ошибок в кодовых словах модульных кодов с суммированием

2.1. Общие замечания

Общее число искажений в кодовых словах длиной n определяется числом переходов каждого кодового слова (всего имеется 2^n кодовых слов) в каждое:

$$N_n = 2^n (2^n - 1) = 2^{m+k} (2^{m+k} - 1). \quad (2)$$

Общее число искажений в информационных векторах длиной $m=n-k$ определяется числом переходов каждого кодового слова (всего имеется $2^m = 2^{n-k}$ кодовых слов) в каждое:

$$N_m = 2^m (2^m - 1) = 2^{n-k} (2^{n-k} - 1). \quad (3)$$

Число же необнаруживаемых ошибок равно общему числу переходов $2^m = 2^{n-k}$ кодовых векторов друг в друга:

$$N_{n,k} = N_m = 2^m (2^m - 1). \quad (4)$$

Ошибки, возникающие в кодовых словах разделимых кодов, могут быть классифицированы следующим образом (рис. 2). Первую группу ошибок составляют те, что возникают только в информационных векторах (их число определяется по формуле (3)). Вторую группу образуют ошибки, возникающие только в контрольных векторах (их число равно $2^k (2^k - 1)$). В третью группу входят ошибки, возникающие как в информационных, так в контрольных векторах (их общее число определяется по формуле (2)). Ошибки в разрядах кодовых слов разделимых кодов могут относиться к обнаруживаемым и к необнаруживаемым. Любые ошибки в контрольном векторе обнаруживаются в любом разделимом коде, т. к. нарушается соответствие между информационным и контрольным векторами. К необнаруживаемым могут относиться только ошибки, возникающие в информационных векторах, и только ошибки, возникающие как в информационных, так и контрольных векторах одновременно. Число

Рис. 2. Классификация ошибок в кодовых словах разделимых кодов

ошибок первого типа обозначим через $N_{m,k}^D$, а число ошибок второго типа — через $N_{n,k}^{D+C}$ (здесь D — от слова Data и C — от слова Check).

Помимо разделения ошибок по принадлежности их к отдельным частям кодового слова, выделяют ошибки различных видов [19, 41]. Вид ошибки определяется числом сочетаний искажений нулевых и единичных разрядов. Если искажаются только нулевые или только единичные разряды, то ошибку считают однонаправленной (монотонной). Если искажаются и единичные и нулевые разряды, такая ошибка называется разнонаправленной (немонотонной). Немонотонные ошибки подразделяются на симметричные² и асимметричные. Симметричная ошибка возникает при одинаковом числе искажений нулевых и единичных разрядов в кодовом слове или его части. Если искажается неодинаковое число нулевых и единичных разрядов в кодовом слове или его части, то ошибка является асимметричной. Разделение ошибок по видам именно таким образом связано с возможностью использования кодов с различными свойствами обнаружения ошибок разных видов для решения задач технической диагностики. К примеру, в [11] для синтеза самотестируемых конечных автоматов используется свойство кода Бергера, связанное с обнаружением им любых монотонных ошибок в информационных векторах, а в [42] для синтеза самопроверяемых СВК используется то, что кодами Бергера обнаруживаются любые монотонные и асимметричные ошибки в информационных векторах. Известны [15, 17–20] и другие коды с другими свойствами, использование которых эффективно при решении задач технической диагностики.

В [19, 41] приводится способ подсчета общего количества не обнаруживаемых $SM(m,k)$ -кодами ошибок в информационных векторах, основанный на анализе табличной формы задания кода. Такой способ задания кода подразумевает классификацию информационных векторов делимого кода по группам, соответствующим значениям наименьших неотрицательных вычетов из множества $r_M \in \{0, 1, \dots, M-1\}$ (они соответствуют контрольным векторам кода). В табл. 1 задан произвольный $SM(m,k)$ -код. В каждой группе для $SM(m,k)$ -кода помещаются информационные векторы с весом $r_M \in \{0, 1, \dots, M-1\}$: для таких векторов значения истинного веса r (числа единичных разрядов) равны $r = r_M, r = r_M + M, \dots, r = r_M + iM$ ($C_m^{r_M+iM}, r_M + iM \leq m$).

² Следует подчеркнуть отличие в терминологии в классической теории информации и кодирования и технической диагностики. В классической теории информации и кодирования под симметричной ошибкой понимается ошибка, при которой вероятность искажения нулевого значения равна вероятности искажения единичного значения. В технической диагностике, если речь идет о некотором вычислительном устройстве, симметричная ошибка в кодовом слове может быть следствием внутренних ошибок, вызванных дефектами компонентов структуры, и распространяться по различным путям к выходам устройства. Это не связано с «вероятностным характером» самого искажения, а определяется только структурой устройства и конфигурацией связей между внутренними элементами.

Таблица 1. Число информационных векторов $SM(m, k)$ -кода в каждой контрольной группе

r_M (десятичный эквивалент контрольного вектора)			
0	1	...	$M-1$
C_m^0	C_m^1	...	C_m^{M-1}
C_m^M	C_m^{M+1}	...	C_m^{2M-1}
C_m^{2M}	C_m^{2M+1}	...	C_m^{3M-1}
...	...	...	...
C_m^{iM}	C_m^{iM+1}	...	$C_m^{(i+1)M-1}$

Необнаруживаемые ошибки будут происходить только в том случае, если при искажении осуществляется переход между информационными векторами, значение r_M для которых одинаково (переход векторов внутри группы). Число векторов в группе равно:

$$p_{r_M} = C_m^{r_M} + C_m^{r_M+M} + C_m^{r_M+2M} + \dots + C_m^{r_M+iM}. \quad (5)$$

Количество необнаруживаемых ошибок в одной контрольной группе равно:

$$N_{m,r_M} = p_{r_M} (p_{r_M} - 1). \quad (6)$$

Суммируя числа в (6) для каждой группы $r_M \in \{0, 1, \dots, M-1\}$, получаем выражение для подсчета общего количества не обнаруживаемых в информационных векторах $SM(m, k)$ -кодами ошибок:

$$\begin{aligned} N_{m,k}^D &= \sum_{r_M=0}^{M-1} N_{m,r_M} = \sum_{r_M=0}^{M-1} p_{r_M} (p_{r_M} - 1) = \\ &= \sum_{r_M=0}^{M-1} (C_m^{r_M} + C_m^{r_M+M} + C_m^{r_M+2M} + \dots + C_m^{r_M+iM}) \times \\ &\quad \times (C_m^{r_M} + C_m^{r_M+M} + C_m^{r_M+2M} + \dots + C_m^{r_M+iM} - 1) = \\ &= \sum_{r_M=0}^{M-1} \left(\sum_{i=0}^{\left\lfloor \frac{m}{M} \right\rfloor} C_m^{r_M+iM} \right) \left(\sum_{i=0}^{\left\lfloor \frac{m}{M} \right\rfloor} C_m^{r_M+iM} - 1 \right) = \sum_{r_M=0}^{M-1} A_{\left(\sum_{i=0}^{\left\lfloor \frac{m}{M} \right\rfloor} C_m^{r_M+iM} \right)}^2, r_M + jM \leq m. \end{aligned} \quad (7)$$

Зная (7) и (4), нетрудно получить выражение для подсчета числа необнаруживаемых ошибок, возникающих одновременно как в информационном, так и в контрольном векторах $SM(m, k)$ -кодов:

$$N_{n,k}^{D+C} = N_{n,k} - N_{m,k}^D = 2^m (2^m - 1) - \sum_{r_M=0}^{M-1} A_{\left\lfloor \frac{m}{M} \right\rfloor}^2 \left(\sum_{i=0}^{\left\lfloor \frac{m}{M} \right\rfloor} C_m^{r_M+iM} \right), r_M + jM \leq m. \quad (8)$$

Пользуясь приведенными выше формулами (4)–(8), получим числа $N_{n,k}$, $N_{m,k}^D$ и $N_{n,k}^{D+C}$ для $S4(6,2)$ -кода.

Определим число $N_{m,k}^D$.

Пользуясь выражением (5), получаем:

$$p_0 = C_6^0 + C_6^{0+4} = 1 + 15 = 16; \quad p_1 = C_6^1 + C_6^{1+4} = 6 + 6 = 12;$$

$$p_2 = C_6^2 + C_6^{2+4} = 15 + 1 = 16; \quad p_3 = C_6^3 = 20.$$

Далее, используя (6), имеем:

$$N_{6,0} = 16 \cdot 15 = 240; \quad N_{6,1} = 12 \cdot 11 = 132; \quad N_{6,2} = 16 \cdot 15 = 240; \quad N_{6,3} = 20 \cdot 19 = 380.$$

Суммируя полученные величины в (6), определяем окончательное число $N_{m,k}^D$:

$$N_{6,2}^D = N_{6,0} + N_{6,1} + N_{6,2} + N_{6,3} = 240 + 132 + 240 + 380 = 992.$$

Для определения $N_{n,k}$ используем непосредственно формулу (4):

$$N_{n,k} = 2^6 (2^6 - 1) = 64 \cdot 63 = 4032.$$

Из (8) следует, что:

$$N_{n,k}^{D+C} = N_{n,k} - N_{m,k}^D = 4032 - 992 = 3040.$$

Формулы (2)–(8) дают возможность определить общее число не обнаруживаемых $SM(m,k)$ -кодами ошибок. Для установления более подробных характеристик кодов требуется использование программных методов анализа.

Отметим здесь три ключевых свойства $SM(m,k)$ -кодов, доказанных в [19], характеризующих необнаруживаемые ошибки в информационных векторах по видам и кратностям и эффективно используемые при синтезе СВК логических устройств.

Теорема 1. Любой $SM(m,k)$ -код не обнаруживает 100 % симметричных ошибок в информационных векторах и 100 % монотонных ошибок кратностью $d = jM$,

$$j = 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{m}{M} \right\rfloor.$$

Теорема 2. Любой $SM(m,k)$ -код не обнаруживает некоторую долю асимметричных ошибок кратностью $d = M + 2j$, $j = 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{m-M}{2} \right\rfloor$ в информационных векторах, другие асимметричные ошибки им обнаруживаются.

Теорема 3. Доля необнаруживаемых ошибок кратностью d в информационных векторах $SM(m,k)$ -кодов от общего количества ошибок данной кратности вне зависимости от длины информационного вектора является постоянной величиной.

Исследования показывают, что эти свойства справедливы исключительно для ошибок, возникающих в информационных векторах $SM(m,k)$ -кодов. При рассмотрении ошибок, возникающих как в информационных, так и в контрольных векторах одновременно, данные свойства нарушаются.

2.2. Характеристики обнаружения ошибок кодами паритета

$S2(m,1)$ -коды имеют всего один контрольный разряд, вычисляемый как сумма по модулю $M=2$ всех информационных разрядов [19]. $S2(m,1)$ -кодами не обнаруживается 100 % ошибок каждой четной кратности в информационных векторах кодовых слов. Исследования свойств обнаружения ошибок в кодовых словах этими кодами позволили установить их новые особенности.

В табл. 2 и 3 приведены результаты расчетов общего числа необнаруживаемых ошибок в информационных векторах и одновременно в информационных и контрольных векторах по видам и кратностям, а также рассчитаны некоторые относительные показатели: $\delta_n = \frac{N_{m,k}^D}{N_n} \cdot 100 \%$, $\eta_n = \frac{N_{n,k}^{D+C}}{N_n} \cdot 100 \%$, $\gamma_n = \frac{N_{n,k}}{N_n} \cdot 100 \%$,

$$\varepsilon_n = \frac{N_{m,k}^D}{N_{n,k}} \cdot 100 \%, \quad \eta_n = \frac{N_{n,k}^{D+C}}{N_{n,k}} \cdot 100 \%, \quad \phi_n = \frac{N_{n,k}^{D+C}}{N_{m,k}^D} \cdot 100 \%, \quad \beta_{n,d} = \frac{N_{n,d}}{2^n C_n^d} \cdot 100 \%.$$

Расчеты показали, что $S2(m,1)$ -коды не обнаруживают 50 % любых ошибок четной кратностью, возникающих и в одних только информационных векторах, и во всем кодовом слове. Все остальные ошибки нечетных кратностей этими кодами обнаруживаются. При этом доли необнаруживаемых ошибок в информационных векторах от общего числа ошибок в кодовых словах данных кодов (величина δ_n , %) и доли необнаруживаемых ошибок во всем кодовом слове от общего числа ошибок в кодовых словах (величина η_n , %) практически совпадают для одинаковых значений m . Доля необнаруживаемых ошибок $S2(m,1)$ -кодами от общего их числа составляет примерно 25 % ($2^{-2} \cdot 100 \%$) и с ростом n приближается к данной величине (рис. 3). Другими словами, кодами паритета не обнаруживается каждая четвертая ошибка в кодовом слове.

Таблица 2. Характеристика необнаруживаемых $S2(m, 1)$ -кодами ошибок

m	k	n	N_m	N_n	$N_{m,k}^D$	$N_{n,k}^{D+C}$	$N_{n,k}$	$\delta_n, \%$	$\eta_n, \%$	$\gamma_n, \%$	$\varepsilon_n, \%$	$\zeta_n, \%$	$\phi_n, \%$
4	1	5	240	992	112	128	240	11,29	12,903	24,194	46,667	53,333	1,143
5	1	6	992	4032	480	512	992	11,905	12,698	24,603	48,387	51,613	1,067
6	1	7	4032	16256	1984	2048	4032	12,205	12,598	24,803	49,206	50,794	1,032
7	1	8	16256	65280	8064	8192	16256	12,353	12,549	24,902	49,606	50,394	1,016
8	1	9	65280	261632	32512	32768	65280	12,427	12,524	24,951	49,804	50,196	1,008
9	1	10	261632	1047552	130560	131072	261632	12,463	12,512	24,976	49,902	50,098	1,004
10	1	11	1047552	4192256	523264	524288	1047552	12,482	12,506	24,988	49,951	50,049	1,002
11	1	12	4192256	16773120	2095104	2097152	4192256	12,491	12,503	24,994	49,976	50,024	1,001
12	1	13	16773120	67100672	8384512	8388608	16773120	12,495	12,502	24,997	49,988	50,012	1
13	1	14	67100672	268419072	33546240	33554432	67100672	12,498	12,501	24,998	49,994	50,006	1
14	1	15	268419072	1073709056	134201344	134217728	268419072	12,499	12,5	24,999	49,997	50,003	1
15	1	16	1073709056	4294901760	536838144	536870912	1073709056	12,499	12,5	25	49,998	50,002	1
16	1	17	4294901760	17179738112	2147418112	2147483648	4294901760	12,5	12,5	25	49,999	50,001	1

Таблица 3. Характеристика не обнаруживаемых $S2(m,1)$ -кодами ошибок по видам и кратностям

m	k	n	Число необнаруживаемых ошибок						$\beta_{n,2}, \%$	$\beta_{n,4}, \%$
			Всего	Монотонных	Симметричных	Асимметричных	Двукратных	Четырехкратных		
4	1	5	240	90	110	40	160	80	50	50
5	1	6	992	302	420	270	480	480	50	50
6	1	7	4032	966	1652	1414	1344	2240	50	50
7	1	8	16256	3026	6342	6888	3584	8960	50	50
8	1	9	65280	9330	24054	31896	9216	32256	50	50
9	1	10	261632	28502	91740	141390	23040	107520	50	50
10	1	11	1047552	86526	351692	609334	56320	337920	50	50
11	1	12	4192256	261626	1350492	2580138	135168	1013760	50	50
12	1	13	16773120	788970	5196204	10787946	319488	2928640	50	50
13	1	14	67100672	2375102	20048392	44677178	745472	8200192	50	50
14	1	15	268419072	7141686	77542376	183735010	1720320	22364160	50	50
15	1	16	1073709056	21457826	300513862	751737368	3932160	59637760	50	50
16	1	17	4294901760	64439010	1166737574	3063725176	8912896	155975680	50	50

Наибольшую долю в классе необнаруживаемых ошибок составляют симметричные, затем следуют монотонные и асимметричные. На рис. 4 представ-

Рис. 3. Значение коэффициента γ_n для $S2(m,1)$ -кодов

Рис. 4. Значение коэффициентов u_n , σ_n и α_n для $S2(m,1)$ -кодов

лены зависимости долей необнаруживаемых монотонных ошибок от общего количества монотонных ошибок в кодовых словах (величин υ_n , %), долей необнаруживаемых симметричных ошибок от общего количества симметричных ошибок в кодовых словах (величин σ_n , %), долей необнаруживаемых асимметричных ошибок от общего числа асимметричных ошибок в кодовых словах (величин α_n , %). Значение величины $\sigma_n \approx 50\%$, величины $\upsilon_n \approx 25\%$. Величина α_n гораздо меньше: с ростом значения n она постепенно возрастает в диапазоне 10...20 %.

2.3. Характеристики обнаружения ошибок кодами Боуза-Лина с модулем $M=4$

$S4(m,2)$ -кодами, как известно [19], не обнаруживается 50 % ошибок с четными кратностями, возникающих в информационных векторах, для любых значений m . При этом все ошибки в информационных векторах с нечетными кратностями этими кодами обнаруживаются. При рассмотрении всего кодового вектора добавляется еще два разряда ($n=m+2$), поэтому число возможных ошибок существенно возрастает по сравнению с рассмотренными ранее $S2(m,1)$ -кодами. Общее число необнаруживаемых ошибок для данного значения m (в силу того, что рассматриваются все переходы каждого из векторов в каждый) остается тем же. Меняется распределение необнаруживаемых ошибок между информационной и контрольной частями кодового слова: число необнаруживаемых ошибок в информационных векторах уменьшается, а количество возникающих одновременно в информационных и контрольных векторах, наоборот, возрастает (табл. 4). Соответственно, меняются показатели ϵ_n , ζ_n и ϕ_n . Если для $S2(m,1)$ -кодов ϕ_n находится примерно в окрестности 1, то для $S4(m,2)$ -кодов данный показатель примерно равен 3. При этом с увеличением длины кодового слова ϕ_n постепенно уменьшается, приближаясь к обозначенным величинам для обоих классов кодов.

Для $S4(m,2)$ -кодов существенно уменьшается значение величины γ_n по сравнению с аналогичной величиной для $S2(m,1)$ -кодов. На это влияет общее количество возможных ошибок.

Указанная величина γ_n не превышает порогового значения в 6,25 % ($2^{-4} \cdot 100\%$), а с увеличением длины информационного вектора постепенно возрастает и стремится к нему (рис. 5).

Также по сравнению с $S2(m,1)$ -кодами меняется распределение необнаруживаемых ошибок по видам и кратностям (табл. 5). Например, число монотонных и симметричных необнаруживаемых ошибок для данного значения m в $S4(m,2)$ -кодах уменьшается, а число асимметричных возрастает. У $S4(m,2)$ -кодов появляются необнаруживаемые ошибки с нечетными кратностями, возникающие как в информационных, так и в контрольных векторах одновременно. Рис. 6 и 7 дополняют данные табл. 4 и 5.

Таблица 4. Характеристика не обнаруживаемых S4 (m,2)-кодами ошибок

m	k	n	N_m	N_n	$N_{m,k}^D$	$N_{n,k}^{D+C}$	$N_{n,k}$	$\delta_n, \%$	$\eta_n, \%$	$\gamma_n, \%$	$\varepsilon_n, \%$	$\zeta_n, \%$	$\varphi_n, \%$
4	2	6	240	4032	56	184	240	1,389	4,563	5,952	23,333	76,667	3,286
5	2	7	992	16256	240	752	992	1,476	4,626	6,102	24,194	75,806	3,133
6	2	8	4032	65280	992	3040	4032	1,52	4,657	6,176	24,603	75,397	3,065
7	2	9	16256	261632	4032	12224	16256	1,541	4,672	6,213	24,803	75,197	3,032
8	2	10	65280	1047552	16256	49024	65280	1,552	4,68	6,232	24,902	75,098	3,016
9	2	11	261632	4192256	65280	196352	261632	1,557	4,684	6,241	24,951	75,049	3,008
10	2	12	1047552	16773120	261632	785920	1047552	1,56	4,686	6,245	24,976	75,024	3,004
11	2	13	4192256	67100672	1047552	3144704	4192256	1,561	4,687	6,248	24,988	75,012	3,002
12	2	14	16773120	268419072	4192256	12580864	16773120	1,562	4,687	6,249	24,994	75,006	3,001
13	2	15	67100672	1073709056	16773120	50327552	67100672	1,562	4,687	6,249	24,997	75,003	3
14	2	16	268419072	4294901760	67100672	201318400	268419072	1,562	4,687	6,25	24,998	75,002	3
15	2	17	1073709056	17179738112	268419072	805289984	1073709056	1,562	4,687	6,25	24,999	75,001	3
16	2	18	4294901760	68719214592	1073709056	3221192704	4294901760	1,562	4,687	6,25	25	75	3

Рис. 5. Значение коэффициента γ_n для $S4(m,2)$ -кодов

Отметим, что значительно меньшими становятся показатели $\beta_{n,d}$ для $S4(m,2)$ -кодов в сравнении с $S2(m,1)$ -кодами.

В табл. 5 и на рис. 7 прослеживаются зависимости изменения рассматриваемых величин для различных значений d .

Например, $\beta_{n,2}$ и $\beta_{n,4}$ возрастают с увеличением длины кодового слова, и характер их изменения схож.

Аналогично $\beta_{n,3}$ и $\beta_{n,5}$ убывают похожим образом с увеличением длины кодового слова. В рассматриваемом диапазоне длин кодовых слов все величины $\beta_{n,d}$ с $d=2...5$ не превосходят 12 %.

Значения величин υ_n , σ_n и α_n для $S4(m,2)$ -кодов не превосходят 7 %. При этом σ_n оказывается максимальной для любых значений n .

С ростом n величина несущественно возрастает, достигая своего максимума при $n=9$, затем начинает незначительно убывать.

Похожий характер изменения наблюдается у величины α_n : с увеличением n она сначала возрастает, достигая максимума при $n=8$, затем постепенно убывает в пределах 0,5 %, однако затем вновь начинает незначительно расти.

Величина υ_n сначала убывает до минимума при $n=8$, затем стремительно растет, а при $n=13$ достигает значений α_n и даже незначительно превосходит их.

Таблица 5. Характеристика не обнаруживаемых S4(m,2)-кодами ошибок по видам и кратностям

m	k	n	Число обнаруживаемых ошибок							$\beta_{n,2}, \%$	$\beta_{n,3}, \%$	$\beta_{n,4}, \%$
			Всего	Монотон- ных	Симметрич- ных	Асимме- тричных	Двукратных	Трехкратных	Четырех- кратных			
4	2	6	240	78	54	108	80	80	40	8,333	6,25	4,167
5	2	7	992	202	220	570	240	240	240	8,929	5,357	5,357
6	2	8	4032	546	860	2626	672	672	1120	9,375	4,688	6,25
7	2	9	16256	1766	3304	11186	1792	1792	4480	9,722	4,167	6,944
8	2	10	65280	6138	12614	46528	4608	4608	16128	10	3,75	7,5
9	2	11	261632	20462	48108	193062	11520	11520	53760	10,227	3,409	7,955
10	2	12	1047552	64086	183732	799734	28160	28160	168960	10,417	3,125	8,333
11	2	13	4192256	194306	703384	3294566	67584	67584	506880	10,577	2,885	8,654
12	2	14	16773120	588198	2700060	13484862	159744	159744	1464320	10,714	2,679	8,929
13	2	15	67100672	1791922	10392408	54916342	372736	372736	4100096	10,833	2,5	9,167
14	2	16	268419072	5443626	40100216	222875230	860160	860160	11182080	10,938	2,344	9,375
15	2	17	1073709056	16363646	155084752	902260658	1966080	1966080	29818880	11,029	2,206	9,559
16	2	18	4294901760	48774258	601014854	3645112648	4456448	4456448	77987840	11,111	2,083	9,722

Рис. 6. Значение коэффициентов u_n , σ_n и α_n для $S4(m,2)$ -кодов

Рис. 7. Значение коэффициентов $\beta_{n,d}$ для $S4(m,2)$ -кодов

2.4. Характеристики обнаружения ошибок кодами Боуза-Лина с модулем $M=8$

$S8(m,3)$ -коды, как и все модульные коды со значениями модуля $M \in \{2^i\}, i = 1, 2, \dots$, обнаруживают любые ошибки с нечетными кратностями в информационных векторах кодовых слов. Однако при рассмотрении характеристик обнаружения ошибок в обеих частях кодового слова начинают появляться и ошибки с нечетными кратностями. Интересно, что при любых значениях n $S8(m,3)$ -кодами обнаруживаются любые монотонные ошибки с кратностями $d=4, 6, 9, 12, 14, 17$ и т.д. Среди рассмотренных модульных кодов с суммированием $S8(m,3)$ -коды обладают максимальными смещениями значений необнаруживаемых ошибок в сторону ошибок, возникающих одновременно в информационной и контрольной частях кодовых слов. Значения показателей ϵ_n , ζ_n и φ_n для таких кодов с ростом n изменяются существенно (табл. 6). К примеру, величина φ_n от значения 3,444 % при $n=7$ возрастает до 5,904 % при $n=19$. Если для $S2(m,1)$ -кодов φ_n находится примерно в окрестности 1, то для $S4(m,2)$ -кодов данный показатель приблизительно равен 3.

Доля не обнаруживаемых $S8(m,3)$ -кодами ошибок от общего их количества изменяется аналогично приведенным выше показателям для рассмотренных ранее кодов, однако стремится к предельной величине 1,5625 % ($2^{-6} \cdot 100\%$) с увеличением n (рис. 8).

Рис. 8. Значение коэффициента γ_n для $S8(m,3)$ -кодов

Таблица 6. Характеристика не обнаруживаемых $S8(m,3)$ -кодами ошибок

m	k	n	N_m	N_n	$N_{m,k}^D$	$N_{n,k}^{D+C}$	$N_{n,k}$	$\delta_n, \%$	$\eta_n, \%$	$\gamma_n, \%$	$\varepsilon_n, \%$	$\zeta_n, \%$	$\phi_n, \%$
4	3	7	240	16256	54	186	240	0,332	1,144	1,476	22,5	77,5	3,444
5	3	8	992	65280	220	772	992	0,337	1,183	1,52	22,177	77,823	3,509
6	3	9	4032	261632	860	3172	4032	0,329	1,212	1,541	21,329	78,671	3,688
7	3	10	16256	1047552	3304	12952	16256	0,315	1,236	1,552	20,325	79,675	3,92
8	3	11	65280	4192256	12616	52664	65280	0,301	1,256	1,557	19,326	80,674	4,174
9	3	12	261632	16773120	48144	213488	261632	0,287	1,273	1,56	18,401	81,599	4,434
10	3	13	1047552	67100672	184112	863440	1047552	0,274	1,287	1,561	17,575	82,425	4,69
11	3	14	4192256	268419072	706464	3485792	4192256	0,263	1,299	1,562	16,852	83,148	4,934
12	3	15	16773120	1073709056	2721312	14051808	16773120	0,253	1,309	1,562	16,224	83,776	5,164
13	3	16	67100672	4294901760	10523968	56576704	67100672	0,245	1,317	1,562	15,684	84,316	5,376
14	3	17	268419072	17179738112	40853696	227565376	268419072	0,238	1,325	1,562	15,22	84,78	5,57
15	3	18	1073709056	68719214592	159156352	914552704	1073709056	0,232	1,331	1,562	14,823	85,177	5,746
16	3	19	4294901760	274877382656	622051456	3672850304	4294901760	0,226	1,336	1,562	14,483	85,517	5,904

Интересно, что в диапазоне длин информационных векторов $m=4...7$ общее число монотонных необнаруживаемых ошибок в $S8(m,3)$ -кодах совпадает с аналогичным показателем для $S4(m,2)$ -кодов. При этом коды $S8(m,3)$ обнаруживают большее количество симметричных ошибок и, соответственно, меньшее — асимметричных ошибок (табл. 7). При $m \geq 8$ соотношения нарушаются: $S8(m,3)$ -кодами обнаруживается большее количество монотонных и асимметричных ошибок, но меньшее — симметричных.

На рис. 9 приводятся зависимости величин υ_n , σ_n и α_n от длины кодового слова для $S8(m,3)$ -кодов. Они не превосходят 3,5 %, а характер изменения с ростом n отличается от характера изменения указанных величин для рассмотренных выше кодов. Наибольшей является величина σ_n . Ее значение меняется в диапазоне 1,8...3,2 %. С увеличением n эта величина сначала возрастает, достигая максимума при $n=10$, затем начинает незначительно убывать, достигая минимума при $n=13$, затем вновь растет до максимума при $m=18$ и снова убывает. График зависимости величины σ_n от n напоминает график незатухающей синусоиды. Величина υ_n сначала уменьшается от величины примерно 1,8 %, достигая минимума при $n=9$, затем вновь возрастает до максимума при $n=12$. Далее вновь убывает до минимума при $n=17$ (примерно 0,8 %) и затем вновь возрастает. Показатель α_n незначительно меняется в диапазоне 1,1...1,4 %.

Рис. 9. Значение коэффициентов υ_n , σ_n и α_n для $S8(m,3)$ -кодов

Таблица 7. Характеристика не обнаруживаемых $S8(m,3)$ -кодами ошибок по видам и кратностям

m	k	n	Число необнаруживаемых ошибок							$\beta_{n,2},\%$	$\beta_{n,3},\%$	$\beta_{n,4},\%$
			Всего	Монотон- ных	Симметрич- ных	Асимме- тричных	Двукратных	Трехкрат- ных	Четырех- кратных			
4	3	7	240	78	62	100	80	60	50	2,976	1,339	1,116
5	3	8	992	202	320	470	240	120	300	3,348	0,837	1,674
6	3	9	4032	546	1460	2026	672	252	1260	3,646	0,586	1,953
7	3	10	16256	1766	5754	8736	1792	672	4480	3,889	0,547	2,083
8	3	11	65280	5998	20510	38772	4608	2016	14688	4,091	0,597	2,173
9	3	12	261632	18698	70860	172074	11520	5760	46080	4,261	0,639	2,273
10	3	13	1047552	51906	255432	740214	28160	14960	139920	4,407	0,639	2,389
11	3	14	4192256	131078	1001044	3060134	67584	35904	411840	4,533	0,602	2,511
12	3	15	16773120	314562	4181124	12277434	159744	82368	1175616	4,643	0,552	2,628
13	3	16	67100672	764038	17674280	48662354	372736	186368	3261440	4,74	0,508	2,734
14	3	17	268419072	2020206	72672938	193725928	860160	423360	8823360	4,825	0,475	2,828
15	3	18	1073709056	6093386	286397752	781217918	1966080	967680	23362560	4,902	0,452	2,912
16	3	19	4294901760	20634874	1086826134	3187440752	4456448	2210816	60736512	4,971	0,435	2,989

На рис. 10 показаны графики величин $\beta_{n,d}$ для $S8(m,3)$ -кодов. Характер изменения указанных величин отличается от характера изменения аналогичных величин для $S4(m,2)$ -кодов, но величины $\beta_{n,2}$ и $\beta_{n,4}$ возрастают с увеличением длины кодового слова. Значения величин $\beta_{n,2}$ и $\beta_{n,4}$ изменяются в диапазонах соответственно 3...5 % и 1...3 % на рассматриваемых длинах кодовых слов $S8(m,3)$ -кодов. Показатели $\beta_{n,3}$ и $\beta_{n,5}$ сначала убывают, затем незначительно возрастают и вновь убывают, не превосходя 1,5 % при $n \geq 8$ %.

Рис. 10. Значение коэффициентов $\beta_{n,d}$ для $S8(m,3)$ -кодов

Заключение

Модульные коды с суммированием, эффективно применяемые при синтезе СВК по традиционной структуре без коррекции сигналов для контроля, могут эффективно применяться и в структуре логического дополнения, подразумевающей такую коррекцию. При этом становятся важными показатели обнаружения ошибок не только в информационных векторах кодовых слов, но и в информационном и контрольном векторе одновременно. Это справедливо, т. к. и информационные и контрольные векторы в СВК формируются

с участием исходного устройства, дефекты которого могут вызывать ошибки на преобразуемых и непреобразуемых выходах.

Все разделимые коды, включая модульные коды со значениями модуля $M \in \{2^i\}, i = 1, 2, \dots$, не обнаруживают одинаковое общее количество ошибок в кодовых словах. Оно определяется числом $N_{n,k} = N_m = 2^m(2^m - 1)$ (4). При этом, в зависимости от характеристик обнаружения ошибок в информационных векторах, меняются и характеристики обнаружения ошибок при их одновременном возникновении в информационной и контрольной частях кодового слова. Для модульных кодов с суммированием со значениями модуля $M=2$ примерно половина необнаруживаемых ошибок относится к ошибкам, возникающим только в информационных векторах, и столько же — к возникающим в обоих векторах кодовых слов. Для кодов со значениями $M=4$ соотношение необнаруживаемых ошибок 1 к 3, для кодов со значениями $M=8$ разброс значительно выше. Такие особенности модульных кодов с суммированием говорят о том, что в структуре логического дополнения необходимо учитывать возможные искажения как в информационном, так и в контрольном векторах одновременно. Чем больше значение модуля, тем выше вероятность появления таких ошибок. Это обстоятельство влияет на процедуру синтеза самопроверяемых вычислительных устройств и систем. В [43], например, подобная задача при использовании $S4(m, 2)$ -кодов решается за счет выделения группы полностью независимых выходов. Среди них ищется пара корректируемых выходов в СВК, что гарантирует отсутствие одновременных искажений в информационном и контрольном векторах кодовых слов. Представленный подход легко обобщается на случай использования модульных кодов со значениями модуля $M \in \{2^i\}, i = 1, 2, \dots$.

Разделимые двоичные коды, в т. ч. модульные с суммированием, могут быть использованы при реализации СВК по методу логического дополнения, однако при этом должны учитываться особенности обнаружения ими ошибок в кодовых словах. При низких интенсивностях сбоев элементов цифровых устройств вероятностные показатели обнаружения ошибок в СВК оказываются весьма высокими. Например, при расчетах вероятности необнаружения ошибки в кодовом слове $S8(8, 4)$ -кода с учетом вероятности безошибочности одного разряда $p=0,9$ (на практике данный показатель может оказаться еще выше) получена величина $P > 0,99$.

Библиографический список

1. Пархоменко П. П., Согомонян Е. С. Основы технической диагностики (оптимизация алгоритмов диагностирования, аппаратные средства). — М.: Энергоатомиздат, 1981. — 320 с.
2. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. Дискретные автоматы с обнаружением отказов. — Л.: Энергоатомиздат. Ленинградское отделение, 1984. — 112 с.
3. McCluskey E. J. Logic Design Principles: With Emphasis on Testable Semicustom Circuits. — N. J.: Prentice Hall PTR, 1986, 549 p.

4. Микони С. В. Общие диагностические базы знаний вычислительных систем. – СПб.: СПИИРАН, 1992, 234 с.
5. Fujiwara E. Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications. – John Wiley & Sons, 2006, 720 p.
6. Гаврилов М. А., Остиану В. М., Помехин А. И. Надежность дискретных систем // Итоги науки и техники. Серия «Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика». – 1969, 1970. – С. 7–104.
7. Согомонян Е. С., Слабаков Е. В. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. – М.: Радио и связь, 1989, 208 с.
8. Кодирование информации (двоичные коды) / Березюк Н. Т., Андрущенко А. Г., Мощицкий С. С., Глушков В. И., Бенеша М. М., Гаврилов В. А.; под ред. Н. Т. Березюка. – Харьков: Издательское объединение «Вища школа», 1978. – 252 с.
9. Mitra S., McCluskey E. J. Which Concurrent Error Detection Scheme to Choose? // Proceedings of International Test Conference, 2000, USA, Atlantic City, NJ, 03–05 October 2000, pp. 985–994, doi: 10.1109/TEST.2000.894311.
10. Piestrak S. J. Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes. – Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995, 111 p.
11. Matrosova A. Yu., Levin I., Ostanin S. A. Self-Checking Synchronous FSM Network Design with Low Overhead // VLSI Design. – 2000. – Vol. 11. – Issue 1. – Pp. 47–58. – DOI: 10.1155/2000/46578.
12. Гаврилов С. В., Гуров С. И., Жукова Т. Д., Рыжова Д. И. Применение теории кодирования для повышения помехозащищенности комбинационных схем // Информационные технологии. – 2016. – Т. 22. – № 12. – С. 931–937.
13. Tshagharyan G., Harutyunyan G., Shoukourian S., Zorian Y. Experimental Study on Hamming and Hsiao Codes in the Context of Embedded Applications // Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017), Novi Sad, Serbia, September 29 – October 2, 2017, pp. 25–28, doi: 10.1109/EWDTS.2017.8110065.
14. Ostanin S. Self-Checking Synchronous FSM Network Design for Path Delay Faults // Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017), Novi Sad, Serbia, September 29 – October 2, 2017, pp. 696–699, doi: 10.1109/EWDTS.2017.8110129.
15. Тельпухов Д. В., Деменева А. И., Жукова Т. Д., Гуров С. И. Схема функционального контроля для комбинационных схем на основе R-кода // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). – 2018. – № 4. – С. 98–104.
16. Стемпковский А. Л., Тельпухов Д. В., Жукова Т. Д., Деменева А. И., Надоленко В. В., Гуров С. И. Синтез схемы функционального контроля на основе спектрального R-кода с разбиением выходов на группы // Микроэлектроника. – 2019. – Т. 48. – № 4. – С. 284–294.
17. Жукова Т. Д. Разработка системы автоматизированного проектирования СФК на основе методов избыточного кодирования // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). – 2020. – № 4. – С. 51–57.
18. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В. Коды Хэмминга в системах функционального контроля логических устройств. – СПб.: Наука, 2018. – 151 с.
19. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В. Коды с суммированием для систем технического диагностирования. Том 1: Классические коды Бергера и их модификации. – М.: Наука, 2020. – 383 с.
20. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В. Коды с суммированием для систем технического диагностирования. Том 2: Взвешенные коды с суммированием. – М.: Наука, 2021. – 455 с.

21. Слабаков Е. В. Построение полностью самопроверяемых комбинационных устройств с использованием остаточных кодов // Автоматика и телемеханика. – 1979. – № 10. – С. 133–141.
22. Das D., Toubia N. A. Synthesis of Circuits with Low-Cost Concurrent Error Detection Based on Bose-Lin Codes // Journal of Electronic Testing: Theory and Applications. – 1999. – Vol. 15. – Issue 1–2. – Pp. 145–155. – DOI: 10.1023/A:1008344603814.
23. Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl., Efanov D. Modular Sum Code in Building Testable Discrete Systems // Proceedings of 13th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2015), Batumi, Georgia, September 26–29, 2015, pp. 181–187, doi: 10.1109/EWDTS.2015.7493133.
24. Ефанов Д. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. Применение модульных кодов с суммированием для построения систем функционального контроля комбинационных логических схем // Автоматика и телемеханика. – 2015. – № 10. – С. 152–169.
25. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В., Черепанова М. Р. Модульные коды с суммированием в системах функционального контроля. I. Свойства обнаружения ошибок кодами в информационных векторах // Электронное моделирование. – 2016. – Том 38. – № 2. – С. 27–48.
26. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В., Черепанова М. Р. Модульные коды с суммированием в системах функционального контроля. II. Уменьшение структурной избыточности систем функционального контроля // Электронное моделирование. – 2016. – Том 38. – № 3. – С. 47–61.
27. Гессель М., Морозов А. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. Логическое дополнение – новый метод контроля комбинационных схем // Автоматика и телемеханика. – 2003. – № 1. – С. 167–176.
28. Saposhnikov V. V., Saposhnikov Vl. V., Morozov A., Goessel M., Osadchy G. Design of totally self-checking combinational circuits by use of complementary circuits // Proceedings of 2th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2004), Crimea, Ukraine, September 15–17, 2004, pp. 83–87.
29. Гессель М., Морозов А. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. Контроль комбинационных схем методом логического дополнения // Автоматика и телемеханика. – 2005. – № 8. – С. 161–172.
30. Göessel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D. New Methods of Concurrent Checking: Edition 1. – Dordrecht: Springer Science+Business Media B. V., 2008, 184 p.
31. Sen S. K. A Self-Checking Circuit for Concurrent Checking by 1-out-of-4 code with Design Optimization using Constraint Don't Cares // National Conference on Emerging trends and advances in Electrical Engineering and Renewable Energy (NCEEERE 2010), Sikkim Manipal Institute of Technology, Sikkim, held during 22–24 December, 2010.
32. Das D. K., Roy S. S., Dmitiriev A., Morozov A., Gössel M. Constraint Don't Cares for Optimizing Designs for Concurrent Checking by 1-out-of-3 Codes // Proceedings of the 10th International Workshops on Boolean Problems, Freiberg, Germany, September, 2012, pp. 33–40.
33. Пивоваров Д. В. Организация систем функционального контроля комбинационных логических схем на основе метода логического дополнения по равновесному коду «1 из 5» // Автоматика на транспорте. – 2017. – Том 3. – № 4. – С. 605–624.
34. Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl., Osadchy G., Pivovarov D. Self-Dual Complement Method up to Constant-Weight Codes for Arrangement of Combinational Logical Circuits Concurrent Error-Detection Systems // Proceedings of 17th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2019), Batumi, Georgia, September 13–16, 2019, pp. 136–143, doi: 10.1109/EWDTS.2019.8884398.

35. Saposhnikov Vl. V., Dmitriev A., Goessel M., Saposhnikov V. V. Self-Dual Parity Checking – a New Method for on Line Testing // Proceedings of 14th IEEE VLSI Test Symposium, USA, Princeton, 1996, pp. 162–168.
36. Berger J. M. A Note on Error Detection Codes for Asymmetric Channels // Information and Control. – 1961. – Vol. 4. – Issue 1. – Pp. 68–73. – DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80037-5.
37. Morozov A., Saposhnikov V. V., Saposhnikov Vl. V., Goessel M. New Self-Checking Circuits by Use of Berger-codes // Proceedings of 6th IEEE International On-Line Testing Workshop, Palma De Mallorca, Spain, 3–5 July 2000, pp. 171–176, doi: 10.1109/OLT.2000.856626.
38. Ghosh S., Basu S., Toubia N. A. Synthesis of Low Power CED Circuits Based on Parity Codes // Proceedings of 23rd IEEE VLSI Test Symposium (VTS'05), 2005, pp. 315–320.
39. Bose B., Lin D. J. Systematic Unidirectional Error-Detection Codes // IEEE Transaction on Computers. – Vol. C-34, Nov. 1985. – Pp. 1026–1032.
40. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. Самопроверяемые дискретные устройства. – СПб.: Энергоатомиздат, 1992. – 224 с.
41. Ефанов Д. В. Теория и методы функционального диагностирования логических устройств железнодорожной автоматики и телемеханики на основе использования помехоустойчивых кодов с суммированием: дис. ... докт. техн. наук: 05.13.06: защищена 16.11.17: утв. 11.04.18 / Ефанов Дмитрий Викторович; [Место защиты: Петерб. гос. ун-т путей сообщ.]. – СПб., 2017. – В 2 т. Т. 1: Основное содержание работы. – 316 с. – Библиогр.: с. 290–316; Т. 2: Приложения. – 112 с.
42. Ефанов Д. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. Условия обнаружения неисправности логического элемента в комбинационном устройстве при функциональном контроле на основе кода Бергера // Автоматика и телемеханика. – 2017. – № 5. – С. 152–165.
43. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. The Self-Checking Concurrent Error-Detection Systems Synthesis Based on the Boolean Complement to the Bose-Lin Codes with the Modulo Value $M=4$ // Electronic Modeling. – 2021. – Vol. 43. – Issue 1. – Pp. 28–45. – DOI: 10.15407/emodel.43.01.028.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии Раймундом Убаром
Поступила в редакцию 03.11.2020, принята к публикации 28.12.2020*

ЕФАНОВ Дмитрий Викторович — д-р техн. наук, доцент, заместитель генерального директора по научно-исследовательской работе ООО НТЦ «Комплексные системы мониторинга», профессор Высшей школы транспорта Института машиностроения, материалов и транспорта Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (СПбПУ Петра Великого), профессор кафедры «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте» Российского университета транспорта (МИИТ)
e-mail: TrES-4b@yandex.ru

ОСАДЧИЙ Герман Владимирович — технический директор ООО НТЦ «Комплексные системы мониторинга»
e-mail: osgerman@mail.ru

ЗУЕВА Марина Владимировна — программист-аналитик ООО «Ф-ЛАЙН СОФТВЕР»
e-mail: marina-seo-media@yandex.ru

© Ефанов Д. В., Осадчий Г. В., Зуева М. В., 2021

THE CHARACTERISTICS OF ERROR DETECTION BY CODES WITH THE SUMMATION OF SINGLE INFORMATION BITS IN THE RING OF RESIDUES, ACCORDING TO A GIVEN MODULUS ARE ANALYZED, WHICH ARE MANIFESTED IN THE SYNTHESIS OF BUILT-IN CONTROL CIRCUITS USING THE BOOLEAN COMPLEMENT METHOD

Efanov D.V., Dr. Sci. in Engineering

LLC STC «Kompleksnyye sistemy monitoringa», Saint Petersburg
Higher School of Transport, The Institute of Metallurgy, Mechanical Engineering and Transport Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg
Department of Automation, Remote Control, and Communication in Railway Transport of Russian University of Transport, Moscow

Osadchiy G.V.

LLC STC «Kompleksnyye sistemy monitoringa», Saint Petersburg

Zueva M.V.

LLC «F-LINE SOFTWARE», Saint Petersburg

Errors occurring in the control vectors are always detected. Unlike previous studies in this subject area, the authors focus on the features of error detection by modular sum codes in all codewords, and not just in information vectors. Previously unknown properties of error detection by modular summation codes with their classification by types (unidirectional, symmetrical and asymmetrical errors) and multiplicities have been established. Catalogs of detailed characteristics of modular sum codes are provided. The key patterns inherent in this class of codes are described.

The research results can be used in organizing built-in control circuits using the Boolean complement method, in solving other problems of technical diagnostics, where it is important to know the properties of detecting errors in code words, as well as problems of data protection and transmission.

Built-in control circuitry, operational diagnostics, Boolean complement method, summation code, Berger code, modular summation code, error detection, undetectable error, error control

DOI: 10.20295/2412-9186-2021-7-2-284-314

References

1. Parkhomenko P.P., Sogomonyan E. S. (1981) Osnovy tekhnicheskoy diagnostiki (optimizatsiya algoritmov diagnostirovaniya, apparaturnyye sredstva [*Fundamentals of technical diagnostics (optimization of diagnostic algorithms, hardware)*]). Moscow, Energoatomizdat Publ., 320 p. (In Russian)
2. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.I. (1984) Diskretnyye avtomaty s obnaruzheniyem otkazov [*Discrete automata with failure detection*]. Leningrad, Energoatomizdat Publ., 112 p. (In Russian)
3. McCluskey E.J. (1986) *Logic Design Principles: With Emphasis on Testable Semicustom Circuits*. N.J.: Prentice Hall PTR Publ., 549 p.
4. Mikoni S.V. (1992) *Obshchiye diagnosticheskiye bazy znaniy vychislitel'nykh sistem* [*General diagnostic knowledge base of computing systems*]. Saint Petersburg, SPIIRAN Publ., 234 p. (In Russian)

5. Fujiwara E. (2006) *Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications*. John Wiley & Sons Publ., 720 p.
6. Gavrilov M.A., Ostianu V.M., Potekhin A.I. (1969, 1970) Nadezhnost' diskretnykh system [Reliability of discrete systems]. *Itogi nauki i tekhniki. Seriya «Teoriya veroyatnostey. Matematicheskaya statistika. Teoreticheskaya kibernetika»* [Results of Science and Technology. Series "Theory of Probability. Math statistics. Theoretical Cybernetics"], pp. 7–104. (In Russian)
7. Sogomonyan Y.S., Slabakov Y.V. (1989) *Samoproveryayemye ustroystva i otkazoustoychivyye sistemy* [Self-checking devices and fail-safe system]. Moscow, Radio i svyaz Publ., 208 p. (In Russian)
8. Berezyuk N.T., Andrushchenko A.G., Moshchitskiy S.S., Glushkov V.I., Benesha M.M., Gavrilov V.A. (1978) *Kodirovaniye informatsii (dvoichnyye kody)* [Information coding (binary codes)]. Kharkov, publishing association "Visha shkola" Publ., 252 p. (In Russian)
9. Mitra S., McCluskey E.J. (2000) Which Concurrent Error Detection Scheme to Choose? *Procee-directional Error Detecting Codes*. Wrocław, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej Publ., 111 p.
11. Matrosova A.Y., Levin I., Ostanin S.A. (2000) Self-Checking Synchronous FSM Network Design with Low Overhead. *VLSI Design*, vol. 11, iss. 1, pp. 47–58. DOI: 10.1155/2000/46578.
12. Gavrilov S.V., Gurov S.I., Zhukova T.D., Ryzhova D.I. (2016) Primneniye teorii kodirovaniya dlya povysheniya pomekhozashchishchennosti kombinatsionnykh skhem [Application of coding theory to improve noise immunity of combinational circuits]. *Informatsionnyye tekhnologii* [Information technologies], vol. 22, no. 12, pp. 931–937. (In Russian)
13. Tshagharyan G., Harutyunyan G., Shoukourian S., Zorian Y. (2017) Experimental Study on Hamming and Hsiao Codes in the Context of Embedded Applications. *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*, Novi Sad, Serbia, 2017 September 29 – October 2, pp. 25–28. doi: 10.1109/EWDTS.2017.8110065.
14. Ostanin S. (2017) Self-Checking Synchronous FSM Network Design for Path Delay Faults. *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*, Novi Sad, Serbia, September 29 – October 2, 2017, pp. 696–699. doi: 10.1109/EWDTS.2017.8110129.
15. Telpukhov D.V., Demeneva A.I., Zhukova T.D., Gurov S.I. (2018) Skhema funktsional'nogo kontrolya dlya kombinatsionnykh skhem na osnove R-koda [Functional control scheme for combinational circuits based on the R-code]. *Problemy razrabotki perspektivnykh mikro- i nanoelektronnykh sistem (MES)* [Problems of the development of promising micro- and nanoelectronic systems (MES)], no. 4, pp. 98–104. (In Russian)
16. Stempkovsky A.L., Telpukhov D.V., Zhukova T.D., Demeneva A.I., Nadolenko V.V., Gurov S.I. (2019) Sintez skhemy funktsional'nogo kontrolya na osnove spektral'nogo R-koda s razbiyeni- yem vykhodov na gruppy [Synthesis of a functional control circuit based on a spectral R-code with a division of outputs into groups]. *Mikroelektronika* [Microelectronics], vol. 48, no. 4, pp. 284–294. (In Russian)
17. Zhukova T.D. (2020) Razrabotka sistemy avtomatizirovannogo proyektirovaniya SFK na osnove metodov izbytochnogo kodirovaniya [Development of a computer-aided design system based on redundant coding methods]. *Problemy razrabotki perspektivnykh mikro- i nanoelektronnykh sistem (MES)* [Problems of the development of promising micro- and nanoelectronic systems (MES)], no. 4, pp. 51–57. (In Russian)
18. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.I., Yefanov D.V. (2018) *Kody Khemminga v sistemakh funktsional'nogo kontrolya logicheskikh ustroystv* [Hamming codes in functional control systems of logical devices]. Saint Petersburg, Nauka Publ., 151 p. (In Russian)
19. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.I., Efanov D.V. (2020) Kody s summirovaniyem dlya sistem tekhnicheskogo diagnostirovaniya. Tom 1: Klassicheskiye kody Bergera i ikh modi-

- fikatsii. [Summed codes for technical diagnostic systems. Vol. 1: Classic Berger codes and their modifications]. Moscow, Nauka Publ., 383 p. (In Russian)
20. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. I., Efanov D. V. (2021) *Kody s summirovaniyem dlya sistem tekhnicheskogo diagnostirovaniya*. Tom 2: *Vzveshennyye kody s summirovaniyem* [Summed codes for technical diagnostic systems. Vol. 2: Weighted codes with summation]. Moscow, Nauka Publ., 455 p. (In Russian)
 21. Slabakov E. V. (1979) Postroyeniye polnost'yu samoproveryayemykh kombinatsionnykh ustroystv s ispol'zovaniyem ostatochnykh kodov [Construction of fully self-checking combinational devices using residual codes]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], no. 10, pp. 133–141. (In Russian)
 22. Das D., Toubia N. A. (1999) Synthesis of Circuits with Low-Cost Concurrent Error Detection Based on Bose-Lin Codes. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, vol. 15, iss. 1–2, pp. 145–155. DOI: 10.1023/A:1008344603814.
 23. Sapozhnikov V., Sapozhnikov V. I., Efanov D. (2015) Modular Sum Code in Building Testable Discrete Systems. *Proceedings of 13th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2015)*, Batumi, Georgia, September 26–29, 2015, pp. 181–187. doi: 10.1109/EWDTS.2015.7493133.
 24. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. I. (2015) Primeneniye modul'nykh kodov s summirovaniyem dlya postroyeniya sistem funktsional'nogo kontrolya kombinatsionnykh logicheskikh skhem [The use of modular summation codes for the construction of functional control systems for combinational logic circuits]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], no. 10, pp. 152–169. (In Russian)
 25. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. I., Efanov D. V., Cherepanova M. R. (2016) Modul'nyye kody s summirovaniyem v sistemakh funktsional'nogo kontrolya. I. Svoystva obnaruzheniya oshibok kodami v informatsionnykh vektorakh [Modular codes with summation in functional control systems. I. Properties of error detection by codes in information vectors]. *Elektronnoye modelirovaniye* [Electronic simulation], vol. 38, no. 2, pp. 27–48. (In Russian)
 26. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. I., Efanov D. V., Cherepanova M. R. (2016) Modul'nyye kody s summirovaniyem v sistemakh funktsional'nogo kontrolya. II. Umen'sheniye strukturnoy izbytochnosti sistem funktsional'nogo kontrolya [Modular codes with summation in functional control systems. II. Reducing structural redundancy of functional control systems]. *Elektronnoye modelirovaniye* [Electronic simulation], vol. 38, no. 3, pp. 47–61 (In Russian)
 27. Gessel M., Morozov A. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. I. (2003) Logicheskoye dopolneniye – novyy metod kontrolya kombinatsionnykh skhem [Logic complement – a new method of control of combinational circuits]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], no. 1, pp. 167–176. (In Russian)
 28. Saposhnikov V. V., Saposhnikov V. I., Morozov A., Goessel M., Osadchy G. V. (2004) Design of totally self-checking combinational circuits by use of complementary circuits. *Proceedings of 2th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2004)*, Crimea, Ukraine, September 15–17, 2004, pp. 83–87.
 29. Goessel M., Morozov A., Saposhnikov V. V., Saposhnikov V. I. (2005) Kontrol' kombinatsionnykh skhem metodom logicheskogo dopolneniya [Control of combinational circuits by the logical complement method]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], no. 8, 161–172. (In Russian)
 30. Göessel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D. (2008) *New Methods of Concurrent Checking*. 1st ed. Dordrecht, Springer Science+Business Media B. V. Publ., 184 p.
 31. Sen S. K. (2010) A Self-Checking Circuit for Concurrent Checking by 1-out-of-4 code with Design Optimization using Constraint Don't Cares. *National Conference on Emerging trends*

- and advances in Electrical Engineering and Renewable Energy (NCEEERE 2010)*, Sikkim Manipal Institute of Technology, Sikkim, held during 22–24 December, 2010.
32. Das D. K., Roy S. S., Dmitriev A., Morozov A., Gössel M. (2012) Constraint Don't Cares for Optimizing Designs for Concurrent Checking by 1-out-of-3 Codes. *Proceedings of the 10th International Workshops on Boolean Problems*, Freiberg, Germany, September, pp. 33–40.
 33. Pivovarov D. V. (2017) Organizatsiya sistem funktsional'nogo kontrolya kombinatsionnykh logicheskikh skhem na osnove metoda logicheskogo dopolneniya po ravnovesnomu kodu "1 iz 5" [Organization of systems of functional control of combinational logic circuits based on the method of logical complement according to the equilibrium code "1 out of 5"]. *Avtomatika na transporte [Automation on Transport]*, vol. 3, no. 4, pp. 605–624. (In Russian)
 34. Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov V. I., Osadchy G., Pivovarov D. (2019) Self-Dual Complement Method up to Constant-Weight Codes for Arrangement of Combinational Logical Circuits Concurrent Error-Detection Systems. *Proceedings of 17th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2019)*, Batumi, Georgia, September 13–16, 2019, pp. 136–143. doi: 10.1109/EWDTS.2019.8884398.
 35. Saposhnikov V. I., Dmitriev A., Goessel M., Saposhnikov V. V. (1996) Self-Dual Parity Checking – a New Method for on Line Testing. *Proceedings of 14th IEEE VLSI Test Symposium*, USA, Princeton, pp. 162–168.
 36. Berger J. M. (1961) A Note on Error Detection Codes for Asymmetric Channels. *Information and Control*, vol. 4., iss. 1, pp. 68196173. DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80037-5.
 37. Morozov A., Saposhnikov V. V., Saposhnikov V. I., Goessel M. (2000) New Self-Checking Circuits by Use of Berger-codes. *Proceedings of 6th IEEE International On-Line Testing Workshop*, Palma De Mallorca, Spain, 3–5 July 2000, pp. 171–176. doi: 10.1109/OLT.2000.856626.
 38. Ghosh S., Basu S., Toubia N. A. (2005) Synthesis of Low Power CED Circuits Based on Parity Codes. *Proceedings of 23rd IEEE VLSI Test Symposium (VTS'05)*, pp. 315–320.
 39. Bose B., Lin D. J. (1985) Systematic Unidirectional Error-Detection Codes. *IEEE Transaction on Computers*, vol., C-34, November 1985, pp. 1026–1032.
 40. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. I. (1992) *Samoproveryayemye diskretnyye ustroystva [Self-checking discrete devices]*. Saint Petersburg, Energoatomizdat Publ., 224 p. (In Russian)
 41. Efanov D. V. (2017) *Teoriya i metody funktsional'nogo diagnostirovaniya logicheskikh ustroystv zheleznodorozhnoy avtomatiki i telemekhaniki na osnove ispol'zovaniya pomekhoustoychivyykh kodov s summirovaniyem [Theory and methods of functional diagnostics of logic devices in railway automation and telemechanics based on the use of noise-immune codes with summation]*. Dissertation of Doctor of Technical Sciences: 05.13.06, defended on 16.11.17, appr. 04.11.18. In two volumes: vol. 1: The main content of the work, 316 p., references pp. 290–316; vol. 2: Additions, 112 p. (In Russian)
 42. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. I. (2017) Usloviya obnaruzheniya neispravnosti logicheskogo elementa v kombinatsionnom ustroystve pri funktsional'nom kontrole na osnove koda Bergera [Conditions for detecting a logical element fault in a combination device under concurrent checking based on Berger's code]. *Avtomatika i telemekhanika [Automation and Remote Control]*, no. 5, pp. 152–165. (In Russian)
 43. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov V. I. (2021) The Self-Checking Concurrent Error-Detection Systems Synthesis Based on the Boolean Complement to the Bose-Lin Codes with the Modulo Value $M=4$. *Electronic Modeling*, vol. 43, iss. 1, pp. 28–45. DOI: 10.15407/emodel.43.01.028.