КОМПЛЕКС ИНТЕРПРЕТАЦИИ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ ДЛЯ ГЕОЛОГИИ

Н. П. Костров, К. С. Иванов

Институт геологии и геохимии им. академика А. Н. Заварицкого УрО РАН, Екатеринбург

kostrov65@yandex.ru, ivanovks55@ya.ru

Представлен комплекс интерпретации потенциальных полей для геологии с использованием прямого моделирования. При помощи этого метода возможна как проверка разнообразных геологических гипотез, так и моделирование плотностных, магнитных и тепловых свойств геологической среды. 2D- и 3D-моделирование магнитных свойств выполнено с учётом размагничивания и неоднородности намагничивающего поля. Графический интерфейс позволяет получать сечения моделей по произвольному профилю.

Ключевые слова: геологическая интерпретация, моделирование, поле температур, аномальное магнитное поле, аномальное гравитационное поле.

COMPLEX FOR INTERPRETATION OF THE POTENTIAL FIELDS FOR GEOLOGY

N. P. Kostrov, K. S. Ivanov

Institute of Geology and Geochemistry UB RAS, Yekaterinburg

kostrov65@yandex.ru, ivanovks55@ya.ru

We present a complex for interpretation of the potential fields for geology using a direct modeling. This method allows to verify various geological hypotheses as well as to model density, magnetic and thermal properties of the geological environment. We performed 2D- and 3D-modeling of magnetic properties taking into consideration the demagnetization effect and inhomogeneity of magnetized field. The graphical interface allows to build cross-sections along arbitrary profile.

Keywords: geological interpretation, modeling, temperature field, anomalous gravity, anomalous magnetic field.

Введение

Инструментарий для моделирования плотностных, магнитных, тепловых свойств геологической среды, предоставляемый на коммерческой основе [13, 20 и др.], зачастую за внешним интерфейсом скрывает методы расчёта и условия их применимости. По сути, мы имеем дело с «чёрным ящиком», на вход которого подаются известные нам данные, а на выходе получается результат, в который полагается просто верить. В случае сомнений нет никакой возможности проверить алгоритм вычислений и убедиться, что вычисления не вышли за пределы применимости алгоритма, либо выявить иные обстоятельства. Повторить полученные в таких программных продуктах опубликованные результаты один в один, как следует из нашего опыта, редко удаётся: кроме случайного разброса может наблюдаться постоянное или изменяющееся по какому-либо закону смещение результата повторных вычислений, полученных на другой программной базе, относительно опубликованных при одних и тех же входных данных. Понять, в чём дело, в таких случаях, как правило, не представляется возможным ввиду закрытости коммерческих кодов. Корректность своих вычислительных программ мы проверяли, сравнивая результаты с теоретическими. Все эти нюансы лежат в плоскости применяемых вычислительных процедур и используемых приближений, которые всегда скрыты от пользователей. Функционально интерфейсы программных продуктов, приведённых в обзоре [20] и нашем «Комплексе интерпретации...» [2, 3], совпадают друг с другом, имея те или иные несущественные различия. Основное отличие «Комплекса интерпретации...» от них — это наличие модулей для моделирования тепловых потоков.

Мотивация при создании «Комплекса интерпретации потенциальных полей» была следующая. Мы хотели бы иметь программное обеспечение с из-

вестными кодами, структурой данных, проверенными численными процедурами реализации наших собственных или известных алгоритмов; по мере необходимости подсоединять те или иные вычислительные модули без особых затрат времени и сил на обновления «Комплекса...» в целом. Нам необходим достаточно удобный, легко изменяемый интерфейс пользователя, который просто модифицировать при добавлении новых вычислительных модулей и модулей представления данных.

Для организации и обслуживания пользовательского интерфейса, хранения, ввода и вывода данных был выбран свободно распространяемый инструмент Scilab [25], позволяющий легко и просто подсоединять вычислительные модули, написанные на языках C++ и Fortran. Таким образом, «Комплекс интерпретации...» технически представляет собой несколько сот макросов Scilab и несколько десятков программ на языках C++ и Fortran.

Вычислительные программы

В настоящее время наши вычислительные модули решают прямые задачи, то есть по заданным источникам с помощью численного решения соответствующих уравнений мы получаем поля от этих источников. Интерпретатор сравнивает результат с данными наблюдений, изменяет источники, и вычисления повторяются. Эта процедура длится до тех пор, пока не будет достигнута необходимая точность подгонки результата к наблюдаемым данным. На сегодняшний день мы не применяем и не программируем методы решения обратных задач для интерпретации потенциальных полей.

Таким образом, для проверки разнообразных геологических гипотез о строении земной коры интерпретатор подаёт на вход «Комплекса...» информацию

об аномальных полях, учитывает данные сейсморазведки, вводя предполагаемую геометрию объектов, а при корректировке источников руководствуется ограничениями, следующими из представлений о генезисе земной коры в регионе. На выходе же получает структуру магнитной восприимчивости, остаточной намагниченности, плотности, теплопроводности и пр. либо в форме разрезов (2D-моделирование), либо в форме «куба» (3D-моделирование), которые при заданных внешних условиях воспроизводят с достаточной точностью аномальные поля.

Наш «Комплекс интерпретации потенциальных полей» был задуман и создан преимущественно в 1999—2005 гг. и на протяжении последующих лет совершенствовался, тестировался [11 и др.] и развивался. «Комплекс...» можно разделить на две основные части: вычислительные программы и системы ввода/вывода и представления данных.

Методы, реализованные в вычислительных программах

Вычислительные программы комплекса моделирования основаны на методе численного решения объёмных векторных интегральных уравнений [6, 7 и др.] для соответствующих полей или на расчёте интеграла по точным формулам для гравитационного поля [12]. В последнее время программы адаптированы для ведения параллельных вычислений на многопроцессорных многоядерных вычислительных системах. Так, для 2D-моделирования эффективного магнитного поля $H(r)$ (рис. 1) при помещении в немагнитное пространство S_1 (относительная магнитная проницаемость $\mu_1 = 0$, остаточная намагниченность $R_1 = 0$) тела S_2 с магнитной проницаемостью $\mu_2 = \mu(r')$ и остаточной намагниченностью $R_2 = R(r')$ имеем следующее интегральное уравнение:

$$H(r) = H_0(r) - \frac{1}{2\pi} \nabla \int_{S_2} [(\mu(r') - 1)H(r') + R(r')] \frac{r - r'}{|r - r'|^2} dS_2. \quad (1)$$

Геометрия задачи приведена в нашей работе [23], как и подробности численного метода решения урав-

Рис. 1. Геометрия задачи 2D-моделирования [19]

Fig.1. 2D-geometry problem [19]

Рис. 2. Геометрия задачи 3D-моделирования

Fig. 2. 3D-geometry problem

нения (1), из которого также следует метод расчета гравитационного поля в двумерной задаче.

Для 3D-моделирования магнитного поля имеем:

$$H(r) = H_0(r) - \frac{1}{4\pi} \nabla \int_{V_2} [(\mu(r') - 1)H(r') + R(r')] \frac{r - r'}{|r - r'|^3} dV_2, \quad (2)$$

где приведённые величины поясняет рис. 2, на котором изображена модель $V_2(\mu_2, R_2)$, точка наблюдения P , в которой считается поле $H(r)$, намагничивающее поле $H_0(r)$, а также точка P' , которая находится в центре масс элементарной ячейки. Если точка наблюдения находится в центре масс элементарной ячейки, то есть $P, P' \in V_2(\mu_2, R_2)$, то выражение (2) представляет собой уравнение, в результате решения которого получается внутреннее поле в центрах ячеек. Далее для вычисления поля вне тела используем выражение (2) как формулу, в правую часть которой помещаем найденные на предыдущем шаге значения поля в центрах тяжести элементарных ячеек. Результирующее поле рассчитывается либо на профиле, либо на заданной поверхности.

Намагничивающее поле как в 2D-, так и в 3D-задачах может быть неоднородно, что учитывается в программном комплексе: намагничивающее поле рассчитывается по модели IGRF-11 или IGRF-12 [26] на сетке (3D) или на профиле (2D). Как видно из формул (1) и (2), при расчёте магнитного поля учитывается эффект размагничивания. Те же самые элементы модели используются для расчёта аномального гравитационного поля.

Уравнения (1) и (2) решались численными методами [16, 18, 23, 24 и др.]. Численный расчёт аномального гравитационного поля в 3D-случае выполнялся стандартными методами [12 и др.], в 2D — по единой методике с вычислением магнитного поля [23].

В 3D-части «Комплекса интерпретации...» реализовано моделирование тепловых потоков и тепловых полей по уравнениям, аналогичным уравнению (2) [8]. При моделировании тепловых потоков предполагается, что нормальный тепловой фон создаётся, в первую очередь, источниками, лежащими ниже земной коры, а во-вторых, теплогенерацией. Конфигурация источ-

ников ниже земной коры неизвестна, и поэтому источники моделируются набором точечных фиктивных источников, вычисляемых с помощью минимизации по наблюденной температуре [15, 28]. Интегрирование при учёте теплогенерации в земной коре проводится методом Монте-Карло [19, 20]. При вычислении нормальных градиентов для интегрального уравнения задаются фоновая теплопроводность и теплогенерация, вертикальный градиент температуры и коэффициент отражения. Аномальная теплопроводность должна быть задана до решения интегрального уравнения. Таким образом, на входе можно использовать либо вертикальный температурный градиент, либо сумму вертикального градиента, градиента из-за теплогенерации и градиента из-за фиктивных источников, а на выходе из интегрального уравнения получить градиенты температуры, то есть внутреннее поле в центрах элементарных ячеек с теплопроводностью, отличной от фоновой. Внутреннее поле используется для дальнейших вычислений градиентов и температур на горизонтальной плоскости или плотности теплового потока и температуры в вертикальной плоскости.

Для вспомогательных операций использовались свободно распространяемые программы и программные библиотеки вычислительной геометрии. В частности, триангулирование сечений тел в 2D-моделировании выполняется с помощью программы Triangle [27], в которой реализованы различные методы генерации качественных сетей, например с наперёд заданными максимальной площадью и минимальным углом треугольника. C++-библиотека Clipper [17] использовалась для программ проверки взаимного расположения сечений тел при изменении их границ или при вводе новых. Кроме того, программы из библиотеки LAPACK [22] применялись по мере необходимости.

Описание комплекса интерпретации

Комплекс интерпретации предназначен для построения моделей, в которых одним и тем же элементам (геологическим телам) в результате подбора присваиваются различные физические параметры: плотность, магнитная восприимчивость, остаточная намагниченность, теплопроводность. На вход «Комплекса...» подаются аномальное магнитное поле (АМП), аномальное гравитационное поле, определённые на сетках, а также поверхность кристаллического фундамента и другие вспомогательные поверхности. В случае моделирования тепловых потоков вводятся поля температур на различных глубинах. В 2D-моделировании вводятся аномальные поля вдоль профиля и на параллельных профилях, а также предполагаемая геометрия тел, если есть.

Основной функционал

Неразрывно с вычислительными программами связана система интерактивного ввода/вывода и представления данных, включающая графическое редактирование данных. Структура подсистемы ввода/вывода и представления данных однотипна для 3D- и 2D-метода и представляет упорядоченные наборы независимых программных модулей, вызов ко-

торых организован через системы меню или «горячие» клавиши, что удобно при многократном изменении модели в процессе интерпретации, а также при подключении новых модулей. Программный модуль работает со своим набором данных, который сохраняет по завершению. Таким образом обеспечивается сохранение результатов при любых отключениях вычислительной системы.

Для 2D- и 3D-блоков возможно назначение цветowych шкал для параметров, а также изменение масштаба при выводе изолиний (3D) или графиков (2D) полей, а также экспорт/импорт контуров тел для ГИС-систем (MIF-файлы, GRD-файлы и др.).

Моделирование 2D

Особенности ввода модели при 2D-моделировании:

- масштабирование и сдвиг окна моделирования, которое движется вдоль профиля моделирования, что позволяет выстраивать геологическую среду с произвольной точностью;
- вывод в верхней части окна различных полей по отдельности или совместно;
- вывод потенциальных полей на параллельных профилю моделирования профилях, что, с одной стороны, позволяет визуально оценить пригодность 2D-метода на конкретном участке, а с другой — отсекает возможность создания формально точных, но геологически абсурдных моделей. В такой ситуации неточные результаты подбора следует понимать как первое приближение и использовать 3D-моделирование для уточнения.

Основной функционал помимо всего прочего включает:

- нелинейную фильтрацию исходных полей;
- использование моделей IGRF-11 и IGRF-12 главного магнитного поля Земли;
- экспорт/импорт контуров тел для ГИС-систем (MIF-файлы);
- автоматическое триангулирование сечений тел треугольниками с заданными свойствами;
- графический ввод и изменение сечений тел;
- представление различных свойств тел цветом путём введения цветовой шкалы;
- назначение одним и тем же телам различных параметров (плотности, остаточной намагниченности, магнитной восприимчивости и др.).

Моделирование 3D

3D-моделирование после введения полей и поверхностей, определённых на сетках, включает следующие этапы:

- разбиение пространства моделирования на слои, мощность которых может быть различна;
- разбиение пространства моделирования на ячейки в плане, причём размер ячеек может меняться от слоя к слою.

Особенность представления данных в трех измерениях:

- представление данных в плане послойно с одновременным выводом разреза, который может быть проведён вдоль произвольного профиля;
- одновременный вывод разрезов и плана для двух различных параметров (например, плотности и магнитной восприимчивости);

• при 3D-моделировании для отображения геологических структур обычно назначаются свойства сразу определённой группы ячеек, для чего созданы различные методы выборки ячеек.

Основной функционал помимо всего прочего включает:

- фильтрацию исходных полей;
- вывод различных полей (расчётных, наблюдаемых, их разности) в плане и на разрезе;
- использование модели IGRF-11 и IGRF-12 главного магнитного поля Земли;
- экспорт/импорт контуров тел для ГИС-систем (MIF-файлы, GRD-файлы и др.);
- представление различных свойств тел цветом путём введения цветовой шкалы;
- назначение одним и тем же телам различных параметров (плотности, остаточной намагниченности, магнитной восприимчивости и др.);
- вывод положения скважин в плане, что позволяет более точно соотносить характеристики модели с керном скважин.

Выводы и результаты применения

«Комплекс интерпретации потенциальных полей» позволяет не только эффективно моделировать геологическую среду, создавать её комплексные геофизические модели, удовлетворяющие априорной информации и геологическим требованиям, но и оперативно вводить новые способы обработки данных.

Конкретные результаты применения «Комплекса...» для геологии приведены в работах [1–5, 9,

10]. На рис. 3 приведена часть комплексной модели района Главного Уральского глубинного разлома [3].

Исследования проводятся при поддержке Российского научного фонда (проект № 16-17-10201).

Литература

1. Иванов К. С., Коротеев В. А., Костров Н. П. Глубинные структуры сочленения Урала с Русской и Западно-Сибирской платформами // Доклады АН. 2017. Т. 475. № 1. С. 64–67.
2. Иванов К. С., Костров Н. П. Новая геолого-геофизическая интерпретация потенциальных полей в районе Среднеуральского сейсмического трансекта. Статья 1. Западная часть Урала // Литосфера. 2016. № 5. С. 916–108.
3. Иванов К. С., Костров Н. П. Новая геолого-геофизическая интерпретация потенциальных полей в районе Среднеуральского трансекта. Статья 2. Восток Урала и Западная Сибирь // Литосфера. 2017. № 1. С. 96–115.
4. Иванов К. С., Костров Н. П., Манушко Е. А. Глубинное строение Даниловского грабена Западной Сибири: геологическая интерпретация плотностных моделей // Доклады АН. 2013. Т. 451. № 5. С. 569–573.
5. Иванов К. С., Панов В. Ф., Писецкий В. Б., Костров Н. П., Манушко Е. А. Глубинная нефть и разломы: геологическое применение некоторых геофизических технологий // Глубинная нефть. 2013. Т. 1. № 10. С. 1545–1555.
6. Кормильцев В. В., Костров Н. П. Исследование алгоритмов, основанных на объемном векторном интегральном уравнении для напряженности магнитного поля // Деп. в ВИНТИ: 1999, № 83-В99, 19 с.
7. Кормильцев В. В., Ратушняк А. Н. Векторные интегральные уравнения для градиента потенциала геофизи-

Рис. 3. Часть комплексной модели [3]. Вверху показаны аномальные поля, внизу — разрез модели. Наблюдаемое АМП — синяя кривая, модельное АМП — зеленая кривая; наблюдаемое АГП — черная кривая, модельное АГП — красная кривая. Внизу внутри контуров сечений модельных тел в круглых скобках приведена их плотность в г/см³ и магнитная восприимчивость в единицах СИ (плотность; восприимчивость)

Fig. 3. A part of the complex model from [3]. At the upper part anomalous fields are shown. In the bottom part model section is shown. The observed anomalous total force magnetic field is shown in blue. The model anomalous total force magnetic field is shown in green. The observed anomalous gravity is shown in black. The model anomalous gravity is shown in red. At the bottom part inside contours of bodies density in g/cm³ and magnetic susceptibility in SI are shown in parentheses: (density; susceptibility)

ческих полей // Российский геофизический журнал. 1995. № 5—6. С. 4—10.

8. Кормильцев В. В., Ратушняк А. Н. Объемные векторные интегральные уравнения для стационарного переноса тепла в фильтрующей среде // Деп. в ВИНТИ. 1996. № 1849 — В96. 21 с.

9. Костров Н. П., Манушко Е. А., Иванов К. С. Построение комплексных плотностных и магнитных моделей глубинного строения Западной Сибири и их геологическая интерпретация (на примере Даниловского грабена) // Пути реализации нефтегазового и рудного потенциала ХМАО-Югры: Пятнадцатая научно-практическая конференция. Ханты-Мансийск, 2013. Т. 2. С. 169—178.

10. Костров Н. П., Манушко Е. А., Иванов К. С. Магнитная модель центральной части Даниловского грабена Западной Сибири // Литосфера. 2014. № 1. С. 94—103.

11. Костров Н. П., Кормильцев В. В., Федоров Ю. Н. Система 3D-интерпретации результатов гравимагнитных наблюдений с целью геологического картирования доюрского комплекса Западной Сибири // Горные ведомости. 2005. № 1. С. 57—61.

12. Сорокин Л. В. Гравиметрия и гравиметрическая разведка. М.: Государственное изд-во нефтяной и горно-топливной литературы. Ленинград, 1953. 483 с.

13. Петров А. В. Информация по современному программному обеспечению и техническим средствам решения основных профессиональных задач в области геологического изучения, поисков и разведки МПИ / Российский государственный геологоразведочный университет. Москва, 2012. С. 15.

14. Atkinson K. E. The numerical Solution of Integral Equations of the Second Kind. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. 552 pages.

15. Byrd R. H., Lu P., Nocedal J. A Limited Memory Algorithm for Bound Constrained Optimization, (1995), SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 16, 5, pp. 1190—1208.

16. Blokh Yu. I. Magnetic field calculation for three-dimensional anisotropic geological objects with corrections for demagnetization // Izvestiya, Earth Physics 1987. V. 23, No 12. P. 1003—1008.

17. Clipper — an open source freeware library for clipping and offsetting lines and polygons. <http://www.angusj.com/delphi/clipper.php>.

18. Eloranta E. H. Potential field of a stationary electric current using Fredholm's integral equations of the second kind // Geophysical Prospecting. 1986. 34. P. 856—872.

19. Lepage G. P., 1978, Journal of Computational Physics, vol. 27, pp. 192—203

20. Lepage G. P., 1980, «VEGAS: An Adaptive Multidimensional Integration Program», Publication CLNS-80/447, Cornell University.

21. Geosoft. <http://www.geosoft.com/>

22. LAPACK — Linear algebra PACKage. <http://www.netlib.org/lapack/>

23. Kostrov N. P. Calculation of magnetic anomalies caused by 2D bodies of arbitrary shape with consideration of demagnetization // Geophysical Prospecting. 2007. V. 55 (1), P. 91—115.

24. Sharma P. V. Rapid computation of magnetic anomalies and demagnetization effects caused by bodies of arbitrary shape // Pure and Applied Geophysics. 1966. V. 64, No 2. P. 89—109.

25. Scilab. Open source software for numerical computation. <http://www.scilab.org/>

26. Thébault E., Finlay C. C., Beggan C. D., Alken P., Aubert J., Barrois O., Bertrand F., Bondar T., Boness A., Brocco L.,

Canet E., Chambodut A., Chulliat A., Coisson P., Civet F., Du A., Fournier A., Fratter I., Gillet N., Hamilton B., Hamoudi M., Hulot G., Jager T., Korte M., Kuang W., Lalanne X., Langlais B., Léger J.-M., Lesur V., Lowes F. J., Macmillan S., Manda M., Manoj C., Maus C., Olsen N., Petrov V., Ridley V., Rother M., Sabaka T. J., Saturnino D., Schachtschneider R., Sirol O., Tangborn A., Thomson A., Toffner-Clausen L., Vigneron P., Wardinski I., Zvereva T. International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation // Earth, Planets and Space. 2015. P. 67—79. DOI 10.1186/s40623-015-0228-9.

27. Triangle. A two dimensional quality mesh generator and Delaunay triangulator. <https://www.cs.cmu.edu/~quake/triangle.html>

28. Zhu C., Byrd R. H., Nocedal J. L-BFGS-B: Algorithm 778: L-BFGS-B, FORTRAN routines for large scale bound constrained optimization (1997), ACM Transactions on Mathematical Software, Vol 23, Num. 4, pp. 550—560.

References

1. Ivanov K. S., Koroteev V. A., Kostrov N. P. *Glubinnye struktury sochleneniya Urala s Russkoi i Zapadno-Sibirskoi platformami* (Deep structures of juncture of the Urals with Russian and West Siberian platforms). Doklady Earth Sciences, 2017, V. 475, No. 1, pp. 64—67.

2. Ivanov K. S., Kostrov N. P. *Novaya geologo-geofizicheskaya interpretatsiya potentsialnykh polei v raione Sredne-Uralskogo seismicheskogo transeкта. Statya 1. Zapadnaya chast Urala* (New geological and geophysical interpretation of potential fields in the area of Middle Uralian seismic transect. Article 1. Western Urals). Litosfera, 2016, No. 5, pp. 916—108.

3. Ivanov K. S., Kostrov N. P. *Novaya geologo-geofizicheskaya interpretatsiya potentsialnykh polei v raione Sredne-Uralskogo transeкта. Statya 2. Vostok Urala i Zapadnaya Sibir* (New geological and geophysical interpretation of potential fields in the area of Middle Uralian seismic transect. Article 2. Eastern Urals and Western Siberia). Litosfera, 2017, No. 1, pp. 96—115.

4. Ivanov K. S., Kostrov N. P., Manushko E. A. *Glubinnoe stroenie Danilovskogo grabena Zapadnoi Sibiri: geologicheskaya interpretatsiya plotnostnykh modelei* (Deep structure of Danilov graben of Western Siberia: geological interpretation of density models). Doklady Earth Sciences, 2013, V. 451, No. 5, pp. 569—573.

5. Ivanov K. S., Panov V. F., Pisetskii V. B., Kostrov N. P., Manushko E. A. *Glubinnyaya neft i razlomy: geologicheskoe primeneniye nekotorykh geofizicheskikh tehnologii* (Deep oil and faults: geological use of some geophysical technologies). *Glubinnyaya neft*, 2013, V. 1, No. 10, pp. 1545—1555.

6. Kormiltsev V. V., Kostrov N. P. *Issledovanie algoritmov, osnovannykh na obemnom vektornom integral'nom uravnenii dlya napryazhennosti magnitnogo polya* (Researches of algorithms based on volumetric vector integral equation for intensity of magnetic field). *Dep. VINITI*: 1999, No. 83-B99, 19 pp.

7. Kormiltsev V. V., Ratushnyak A. N. *Vektornye integralnye uravneniya dlya gradienta potentsiala geofizicheskikh polei* (Vector integral equations for gradient of potential of geophysical fields). *Rossiiskii geofizicheskii zhurnal*, 1995, No. 5—6, pp. 4—10.

8. Kormiltsev V. V., Ratushnyak A. N. *Obemnye vektornye integralnye uravneniya dlya statsionarnogo perenosu tepla v filtruyushej srede* (Volumetric vector integral equations for stationary transmission of heat in filtering environment). *Dep. VINITI*, 1996, No. 1849 — B96, 21 pp.

9. Kostrov N. P., Manushko E. A., Ivanov K. S. *Postroenie kompleksnykh plotnostnykh i magnitnykh modelei glubinnoho stroe-*

- niya Zapadnoi Sibiri i ih geologicheskaya interpretatsiya (na primere Danilovskogo grabena) (Building of complex density and magnetic models of deep structure of Western Siberia and their geological interpretation (on example of Danilov graben). Collection «Puti realizatsii neftegazovogo i rudnogo potentsiala HMAO-Yugry» (Realization of oil and gas potential of Yugra Region). 15th conference. Khanty-Mansiysk, 2013, V. 2, pp. 169—178.
10. Kostrov N. P., Manushko E. A., Ivanov K. S. *Magnitnaya model tsentralnoi chasti Danilovskogo grabena Zapadnoi Sibiri* (Magnetic model of central part of Danilov graben of Western Siberia). *Litosfera*, 2014, No. 1, pp. 94—103.
11. Kostrov N. P., Kormil'tsev V. V., Fedorov Yu. N. *Sistema 3D interpretatsii rezultatov gravimagnitnykh nablyudenii s tselyu geologicheskogo kartirovaniya doyruskogo kompleksa Zapadnoi Sibiri* (3D interpretation of results of gravimetric observations aiming at geological mapping of Pre-Jurassic complex of Western Siberia). *Gornye vedomosti*, 2005, No. 1, pp. 57—61.
12. Sorokin L. V. *Gravimetriya i gravimetricheskaya razvedka* (Gravimetry and gravimetrical survey). Moscow: State publishing house of oil and mining literature, Leningrad, 1953, 483 pp.
13. Petrov A. V. *Informatsiya po sovremennomu programmno-mu obespecheniyu i tehnikeskim sredstvam resheniya osnovnykh professionalnykh zadach v oblasti geologicheskogo izucheniya, poiskov i razvedki MPI*. (Information about modern software and technologies for main tasks in area of geological survey). Moscow: *Rossiiskii gosudarstvennyi geologorazvedochnyi universitet*, 2012, pp. 15.
14. Atkinson K. E. *The numerical Solution of Integral Equations of the Second Kind*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997, 552 pp.
15. Byrd R. H., Lu P., Nocedal J. A Limited Memory Algorithm for Bound Constrained Optimization, (1995), *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 16, 5, pp. 1190—1208.
16. Blokh Yu. I. Magnetic field calculation for three-dimensional anisotropic geological objects with corrections for demagnetization. *Izvestiya, Earth Physics* 1987, V. 23, No 12. P. 1003—1008.
17. Clipper — an open source freeware library for clipping and offsetting lines and polygons. <http://www.angusj.com/delphi/clipper.php>.
18. Eloranta E. H. Potential field of a stationary electric current using Fredholm's integral equations of the second kind. *Geophysical Prospecting*. 1986, 34, pp. 856—872.
19. Lepage, G. P., 1978, *Journal of Computational Physics*, V. 27, pp. 192—203
20. Lepage, G. P., 1980, “VEGAS: An Adaptive Multi-dimensional Integration Program”, Publication CLNS—80/447, Cornell University.
21. Geosoft. <http://www.geosoft.com/>
22. LAPACK — Linear algebra PACKage. <http://www.netlib.org/lapack/>
23. Kostrov N. P. Calculation of magnetic anomalies caused by 2D bodies of arbitrary shape with consideration of demagnetization. *Geophysical Prospecting*. 2007, V. 55 (1), pp. 91—115.
24. Sharma P. V. Rapid computation of magnetic anomalies and demagnetization effects caused by bodies of arbitrary shape. *Pure and Applied Geophysics*. 1966, V. 64, No 2, pp. 89—109.
25. Scilab. Open source software for numerical computation. <http://www.scilab.org/>
26. Thébault E., Finlay C. C., Beggan C. D., Alken P., Aubert J., Barrois O., Bertrand F., Bondar T., Boness A., Brocco L., Canet E., Chambodut A., Chulliat A., Consson P., Civet F., Du A., Fournier A., Fratter I., Gillet N., Hamilton B., Hamoudi M., Hulot G., Jager T., Korte M., Kuang W., Lalanne X., Langlais B., Léger J-M., Lesur V., Lowes F. J., Macmillan S., Manda M., Manoj C., Maus C., Olsen N., Petrov V., Ridley V., Rother M., Sabaka T. J., Saturnino D., Schachtschneider R., Sirol O., Tangborn A., Thomson A., Toffner-Clausen L., Vigneron P., Wardinski I., Zvereva T. International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation. *Earth, Planets and Space*. 2015, pp. 67—79. DOI 10.1186/s40623-015-0228-9
27. Triangle. A two dimensional quality mesh generator and Delaunay triangulator. <https://www.cs.cmu.edu/~quake/triangle.html>
28. Zhu C., Byrd R. H., Nocedal J. L-BFGS-B: Algorithm 778: L-BFGS-B, FORTRAN routines for large scale bound constrained optimization (1997), *ACM Transactions on Mathematical Software*, V. 23, Num. 4, pp. 550 — 560.