Regressão não linear quantílica para classificação de sítio em povoamentos de *Eucalyptus* sp.Non-linear quantile regression for site classification in *Eucalyptus* sp standsCarlos Juliano Santos¹, Cláudio Roberto Thiersch¹, Monica Fabiana Bento Moreira²**RESUMO**

A capacidade produtiva é estimada convencionalmente por meio de curvas de sítio calculadas de forma anamórfica ou polimórfica, contudo, estas curvas possuem algumas limitações. Devido a estas limitações, o objetivo deste trabalho foi avaliar a criação de curvas de crescimento para classificação de sítio pelo método de regressão não linear quantílica e compará-las com as curvas geradas pelo método da diferença algébrica. A base de dados foi coletada em duas mesorregiões do estado de São Paulo (Macro Metropolitana Paulista e Bauru), com 460 medições em 98 parcelas com períodos distintos em *Eucalyptus* sp. As curvas de sítio foram ajustadas segundo modelo de Chapman-Richards pelo método de diferença algébrica para curvas anamórficas e polimórficas e regressão não linear quantílica (RNLQ). Os resultados permitiram concluir que as curvas de sítio ajustadas pelo método da RNLQ são superiores às curvas geradas pelo método da diferença algébrica.

Palavras-chave: curvas de crescimento; índice de sítio; curvas anamórficas; curvas polimórficas.

ABSTRACT

Productive capacity of trees is conventionally estimated by calculated anamorphic or polymorphic site curves; however, these curves have some limitations. Due to these limitations, the objective of this work was to evaluate the creation of growth curves for site classification by the nonlinear quantile regression method and to compare them with the curves generated by the algebraic difference method. The database was collected in two regions of the state of São Paulo (Paulista and Bauru Metropolitan Macro), with 460 measurements in 98 plots with distinct periods in *Eucalyptus* sp. The site curves were adjusted according to the Chapman-Richards model using the algebraic difference method for anamorphic and polymorphic curves and nonlinear quantum regression (RNLQ). The results of this work allowed us to conclude that the site curves adjusted by the RNLQ method are superior to the curves generated by the algebraic difference method.

Keywords: growth curves; site index, anamorphic curves; polymorphic curves.

INTRODUÇÃO

Para atender a demanda de madeira, é grande a relevância de florestas plantadas no Brasil e no mundo. Assim, o desenvolvimento da tecnologia, gestão e manejo da produção é primordial para aperfeiçoar os processos da cadeia florestal (ASSIS et al., 2009). O Relatório Anual de 2016, com base no ano de 2015, apresentou a área de 7,8 milhões de hectares de floresta plantada no Brasil, os gêneros de maior importância foram o *Eucalyptus* sp. com 5,6 milhões de hectares, e *Pinus* com 1,6 milhões de hectares (IBÁ, 2017). O clima tropical e subtropical ocorrente em território nacional possibilitam rotações de *Eucalyptus* de 5 a 7 anos convencionalmente, o que em locais com clima temperado necessita de aproximadamente 12 anos para acumular a mesma biomassa (SCAVINSKI, 2014). Essas características tornam o Brasil um grande produtor de florestas renováveis.

Para que haja a otimização dos processos relacionados ao setor, é necessário reduzir desperdícios tanto nas operações de produção quanto no produto gerado, o que passa pelo acerto no material genético utilizado, manejo correto e mensuração de variáveis de interesse. A estimativa do crescimento embasa o planejamento de um empreendimento florestal, pois as decisões como quantidade de área para o volume necessário de madeira, quantidade de madeira colhida anualmente e até a espécie

1. Departamento de Ciências Ambientais, Universidade Federal de São Carlos – UFSCar. Sorocaba / SP. E-mail: juliano@kotab.com.br

2. Departamento de Administração, Universidade Federal de São Carlos – UFSCar. Sorocaba / SP.

a ser implantada dependem destas estimativas (SCHNEIDER; SCHNEIDER, 2008). A capacidade produtiva do local interfere no desenvolvimento florestal, pois fatores físicos e químicos do solo, climáticos, fisiográficos e bióticos são limitantes independentes dos tratamentos silviculturais empregados no cultivo (CARVALHO, 1999). A classificação desses fatores é chamada de índice de sítio, definido por Scolforo (1998) como o conjunto de condições climáticas, edáficas e biológicas que interferem no desenvolvimento de uma floresta em uma determinada área. Esta independência torna a classificação produtiva do sítio uma ferramenta necessária ao manejo. Os modelos mais disseminados para o ajuste de crescimento florestal no Brasil são Schumacher e Hall e Chapman-Richards (TONINI et al., 2002).

Vários métodos de construção das curvas do índice de sítio foram aplicados ao longo do tempo. Atualmente, os mais utilizados são o método da equação das diferenças algébricas, em que a relação altura-idade é mantida nos pares de observação (PRODAN et al., 1997) e o método da curva-guia, que resume em uma curva central que define as curvas adjacentes com amplitude proporcional a cada curva (FIGUEIREDO, 2005).

As curvas de índice local podem ser classificadas em dois tipos, anamórficas ou harmônicas e polimórficas ou naturais (BATISTA; COUTO, 1986). As curvas anamórficas mantêm a mesma taxa de crescimento em altura para todas as curvas (SCAVINSKI, 2014), variando somente seu ponto de interseção (CAMPOS; LEITE, 2017). As curvas polimórficas não possuem essa proporcionalidade entre si, sendo o crescimento dependente dos fatores de sítio (SCAVINSKI, 2014). Contudo, esses utilizam somente medidas centrais para a criação da curva e a partir da estimativa principal criam as curvas adjacentes.

O índice de local não é uma medida exata, havendo três principais fontes de erros. Método de amostragem inadequado, o qual tem representatividade de apenas uma ou duas classes dos dados; curvas anamórficas em povoamentos onde o crescimento de cada classe é distinto e mau uso da curva guia (CAMPOS; LEITE, 2017). Além destas, as curvas apresentam distâncias entre si fixadas de forma empírica, não se embasando na distribuição dos dados. Outra importante fonte de erro é o fato das curvas adjacentes serem criadas a partir da fixação de um dos parâmetros do modelo, podendo acarretar na degeneração da curva, ou seja, essa ocorrência passa a não ter nenhuma explicação biológica.

A regressão quantílica, segundo Koenker e Bassett (1978), é o método estatístico que estima a relação entre variáveis em todas as porções ocorrentes da base amostral. Esse fato diminui a relevância dos problemas encontrados na regressão com somente um valor central, pois divide a população em n partes criando para cada classe um ajuste. Segundo Penna et al. (2013), a utilização da regressão quantílica resulta em uma “descrição mais ampla das relações entre as variáveis”, pois para cada quantil há uma estimativa única e, também, possibilita a avaliação dos efeitos independentes de qualquer variável em qualquer quantil (KOENKER, 2004; 2005). As vantagens do uso da regressão quantílica são permitir caracterizar toda distribuição condicional da variável resposta a partir de um conjunto de regressores, não somente sobre as suas medidas centrais. Não necessita de que a distribuição seja gaussiana e não há sub amostragem do conjunto de dados, pois usa todos os dados para estimar os coeficientes angulares dos quantis (KOENKER ; BASSETT, 1978). Ainda a regressão quantílica é robusta a dados discrepantes (outliers), devendo ser preferida à regressão linear quando existem pontos discordantes (CHAMBERS; TZAVIDIS, 2006).

Essas propriedades tornam esta metodologia promissora para a geração das curvas de sítio, já que contornam os problemas supracitados apresentados pelas metodologias clássicas.

Sendo assim, o objetivo desse estudo foi avaliar a criação de curvas de crescimento para classificação de sítio pelo método de regressão quantílica não linear e compará-las com as curvas geradas pelo método da diferença algébrica.

MATERIAL E MÉTODOS

O estudo foi realizado nas mesorregiões Macro Metropolitana Paulista e Bauru. A primeira com altitude média de 632m em relação ao nível do mar e solo latossolo vermelho, e a segunda com altitude média de 810m acima do nível do mar e nitossolo vermelho (EMBRAPA, 2006). O Clima é classificado para a Macro Metropolitana Paulista como Cwb para Cwa na classificação de Köppen com temperatura anual de 22°C e precipitação pluvial de 1310mm em média. A mesorregião de Bauru está como Cwa na classificação de Köppen, com temperatura média anual de 19,3°C e precipitação pluvial média de 1433 mm (CUNHA et al., 1999).

Os dados utilizados no estudo são originários de 460 medições em 98 parcelas permanentes variando de 1 a 7 medições em povoamentos clonais de *Eucalyptus sp.*, com espaçamento de 3m x 2,5m e idades variando entre 2 a 7 anos. As unidades amostrais apresentavam forma retangular de 375m² com medições de circunferência a altura do peito (CAP) de todas as árvores, a altura das cinco primeiras árvores consideradas normais, além das 3 árvores de maior CAP.

MODELAGEM DE CURVAS DE SÍTIO PELO MÉTODO DA DIFERENÇA ALGÉBRICA

Utilizou-se o modelo biológico de Chapman-Richards $H = \beta_0 \left(1 - e^{(-\beta_1 I)}\right)^{\beta_2} + \varepsilon_i$, uma vez que é um dos mais utilizados no meio florestal (TONINI, 2002). Em que H = Altura do indivíduo; β_0 = valor assintótico; β_1 = taxa de crescimento da variável de interesse; β_2 = ponto de inflexão da curva (SCOLFORO, 2006).

Para curvas anamórficas, β_1 e β_2 são parâmetros considerados comuns para todos os sítios, no entanto β_0 é um parâmetro específico do sítio. Assim, para qualquer par altura-idade (H_i, I_i) tem-se

$$\beta_0 = \frac{H_i}{\left(1 - e^{(-\beta_1 I_i)}\right)^{\beta_2}}.$$

Então, para dois pares observados de mesmo indivíduo (H_1, I_1, H_2, I_2) tem-se o modelo

$$H_2 = H_1 \left(\frac{1 - e^{-\beta_1 I_2}}{1 - e^{-\beta_1 I_1}} \right)^{\beta_2} + \varepsilon_i. \text{ Para curvas polimórficas, } \beta_2 \text{ é considerado o parâmetro específico, enquanto}$$

β_0 e β_1 são os parâmetros constantes do sítio. Assim, para qualquer par altura-idade (H_i, I_i) tem-se

$$\beta_2 = \frac{\ln\left(\frac{H_i}{\beta_0}\right)}{\ln\left(1 - e^{\beta_1 I_i}\right)}. \text{ Então, para dois pares observados de mesmo indivíduo } (H_1, I_1, H_2, I_2) \text{ tem-se o modelo}$$

$$H_2 = \beta_0 \left(\frac{H_1}{\beta_0} \right)^{\frac{\ln[1 - \exp(-\beta_1 I_2)]}{\ln[1 - \exp(-\beta_1 I_1)]}} + \varepsilon_i, \text{ em que: } H_1 \text{ e } H_2 = \text{alturas dominantes nas idades } I_1 \text{ e } I_2, \text{ respectivamente;}$$

β_0 e β_1 = parâmetros do modelo.

Como as curvas pelo método de diferença algébrica são criadas a partir de um valor estipulado empiricamente, para melhor comparação com o método de regressão quantílica, foram considerados valores máximo e mínimo próximos aos valores encontrados no método de regressão não linear quantílica (RNLQ). A idade referência para a modelagem foi de 72 meses, idade convencionalmente utilizada para o corte de um plantio adulto.

MODELAGEM DE CURVAS DE SÍTIO UTILIZANDO REGRESSÃO QUANTÍLICA

Koenker e Basset (1978) introduziram o método de regressão linear quantílica como uma alternativa aos métodos de regressão tradicionais, como o método de mínimos quadrados (MMQ). Segundo Silva (2013), a regressão quantílica possui algumas vantagens quando comparada ao MMQ, como a robustez das estimativas na presença de um dado discrepante. Essa única observação (outlier) faz com que a média seja afetada significativamente, ocasionando viés na estimativa de mínimos quadrados (MQ). Ao contrário do que ocorre nos percentis amostrais, nos quais esse efeito é menor, pois são estimadas várias regressões para os diversos percentis amostrais, fazendo com que os outliers afetem apenas localmente.

A utilização da técnica de regressão quantílica possibilita gerar um mapeamento mais completo do desenvolvimento da floresta em relação ao seu crescimento temporal (SILVA; PORTO JÚNIOR, 2006). As vantagens do uso da regressão quantílica são permitir caracterizar toda distribuição condicional da variável resposta a partir de um conjunto de regressores, não somente sobre as suas medidas centrais (KOENKER; BASSETT, 1978). Ainda a regressão quantílica é robusta a dados discrepantes (outliers), devendo ser preferida à regressão linear quando existem pontos discordantes (CHAMBERS; TZAVIDIS, 2006). A regressão quantílica está cada vez mais presente nas áreas de finanças (SILVA; PORTO JÚNIOR, 2006), genômica (BEYERLEIN et al., 2011), pecuária (NASCIMENTO et al., 2012) além da economia, onde foi estudada e utilizada desde a década de 1970 (CADE; NOON, 2003). Contudo, está pouco difundida na área florestal. Os trabalhos encontrados em literatura utilizando regressão quantílica como metodologia na área são apresentados por pesquisadores como Araújo et al. (2016) que trabalharam com curvas de índice de local em modelos lineares em comparação ao método de mínimos quadrados ordinários em Minas Gerais com *Eucalyptus sp.*, Vaz et al., (2008)

com interações de genótipo versus ambiente e Meyer et al. (2005), com crescimento em altura de rebrotas de Acácia após incêndio.

Para o cálculo dos parâmetros da regressão quantílica foi utilizado o pacote quantreg (KOENKER, 2016). Este por sua vez utiliza um método do ponto interior para calcular os parâmetros da regressão quantílica não linear segundo o artigo do Koenker e Park (1996). A biblioteca quantreg, desenvolvida para o programa R (R CORE TEAM, 2017) explicita que os modelos de regressão quantílica com respostas não lineares seguem as convenções do comando “nls” com estimação de mínimos quadrados não lineares, o qual foi utilizado para a estimativa dos parâmetros da regressão não linear clássica, utilizando o algoritmo de Gauss-Newton. Para a criação do índice de sítio, foram criadas 5 classes com centro de classe nos quantis 90%, 70%, 50%, 30% e 10%. As curvas de sítio, que limitam as classes, foram calculadas nos quantis 80%, 60%, 40% e 20%, nos quais os valores acima da curva de sítio do quantil 80% foram classificados na classe 1 e valores abaixo da curva de sítio no quantil 20, na classe 5.

ERRO PADRÃO RESIDUAL

Para teste e comparação, entre os três conjuntos de curvas de sítio, foi calculado o erro padrão residual da estimativa (S_{yx}) e o erro padrão residual percentual ($S_{yx}\%$) em cada curva gerada. O seu valor representa a dispersão dos resíduos ao longo da linha de regressão (WEBER, 2007). Para o

cálculo do erro padrão residual foi utilizada a expressão $S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y - \hat{Y})^2}{n - p}}$ e para o erro padrão residual percentual foi utilizada a expressão $S_{yx}\% = \frac{S_{yx}}{\bar{Y}} * 100$, em que: S_{yx} = erro padrão residual na unidade da variável resposta; $\hat{Y}$ = variável regressora estimada no centro da classe; Y = variável observada dentro do limite da classe; n = número de observações dentro do limite da classe; p = número de parâmetros; $S_{yx}\%$ = erro padrão percentual residual na unidade da variável resposta; $\bar{Y}$ = média da variável observada.

Os valores de $S_{yx}\%$ trazem a possibilidade de analisar dados com diferentes medidas, uma vez que seu resultado é dado em porcentagem, é útil para análise dos erros encontrados em cada classe de sítio, mesmo em povoamentos com diferentes proporções.

ANÁLISE GRÁFICA DOS RESÍDUOS

A análise gráfica é de suma importância, pois além dos resultados pontuais como S_{yx} , consegue-se identificar a ocorrência de tendências, superestimativas ou subestimativas e heterocedasticidade nos valores modelados (SANTOS, 2012). Os resíduos de um ajuste de regressão têm alta relação com a qualidade do modelo (Weber, 2007). Para a estimativa dos resíduos foi utilizada a expressão

$E_i = \frac{(Y_i - \hat{Y}_i)}{\hat{Y}_i} * 100$, em que: E_i = resíduo da i -ésima observação; Y_i = variável dependente observada dentro do limite da classe; $\hat{Y}_i$ = variável dependente estimada no centro da classe.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

MODELAGEM DAS CURVAS DE SÍTIO

As estimativas dos parâmetros pela regressão não linear clássica (RNLC) e da regressão não linear quantílica (RNLQ) no percentil 50% apresentaram resultados estatisticamente diferentes de zero ($\alpha=1\%$) (Tabela 1). Assim pode-se utilizar tanto a média quanto a mediana para esse caso (CHAMBERS; TZAVIDIS, 2006).

O ajuste das equações pelo método da RNLQ (Tabela 2) apresentou parâmetros significativos ($\alpha=1\%$) para todos os percentis. O erro padrão se manteve próximo ao encontrado na mediana (Tabela 1), com exceção do parâmetro $\hat{a}_0$ calculado no quantil 20%, que obteve erro maior que o mesmo parâmetro nos outros quantis. O parâmetro $\hat{a}_0$ é responsável pelo ponto assintótico da curva, no quantil 20% a dispersão dos dados é maior que nos outros quantis calculados e por isso aumenta o erro padrão para a curva em questão não somente em $\hat{a}_0$, mas em $\hat{a}_1$ e $\hat{a}_2$ também, mesmo que em menor relevância.

Com as curvas de sítio (Figura 1) foram estimadas as alturas dominantes na idade de referência, 72 meses (Tabela 3), definindo assim os limites entre as classes de sítio.

Tabela 1. Parâmetros e medidas de precisão das equações ajustadas por RNLC e RNLQ no percentil 50%.**Table1.** Parameters and precision measurements of equations adjusted by RNLC and RNLQ in the 50% percentile

Regressão Não Linear				Regressão Quantílica Não Linear			
Parâmetro	Valor	Erro Padrão	p-valor	Parâmetro	Valor	Erro Padrão	p-valor
$\hat{a}_0$	35,9564	1,6015	<0,01	$\hat{a}_0$	34,9384	1,5038	<0,01
$\hat{a}_1$	- 0,0234	0,0034	<0,01	$\hat{a}_1$	- 0,0251	0,0039	<0,01
$\hat{a}_2$	1,3119	0,1438	<0,01	$\hat{a}_2$	1,3523	0,1669	<0,01

Onde: p-valor é a probabilidade de se observar um valor da estatística de teste maior ou igual ao encontrado, sob a hipótese de que H_0 é verdadeira.

Tabela 2. Parâmetros e medidas de precisão das equações ajustadas por RNLQ para os quantis 80%, 60%, 40% e 20%.**Table 2.** Parameters and precision measurements of equations adjusted by RNLQ for quantiles 80%, 60%, 40% e 20%.

Quantil (%)	Parâmetro	Valor	Erro Padrão	p-valor
80	$\hat{a}_0$	35,44816	1,42024	<0,01
	$\hat{a}_1$	-0,02828	0,00429	<0,01
	$\hat{a}_2$	1,36002	0,17874	<0,01
60	$\hat{a}_0$	35,16094	1,93101	<0,01
	$\hat{a}_1$	-0,02621	0,00472	<0,01
	$\hat{a}_2$	1,36509	0,18645	<0,01
40	$\hat{a}_0$	36,17222	1,84626	<0,01
	$\hat{a}_1$	-0,02175	0,00371	<0,01
	$\hat{a}_2$	1,26610	0,16290	<0,01
20	$\hat{a}_0$	37,15089	3,66319	<0,01
	$\hat{a}_1$	-0,01855	0,00532	<0,01
	$\hat{a}_2$	1,24080	0,20540	<0,01

Tabela 3. Valores de altura dominante (Hdom) para as curvas de sítio calculadas pela RNLQ.**Table 3.** Values of dominant height (Hdom) for site curves calculated by RNLQ.

Classe	Limites (quantil) (%)	Hdom (Iref=72) (m)
1	≥80	≥29,31
2	[60; 80[	[28,10; 29,31[
3	[40; 60[	[26,89; 28,10[
4	[20; 40[	[25,44; 26,89[
5	<20	<25,44

Figura 1. Curvas de sítio ajustadas pelo método de RNLQ nos quantis 80%, 60%, 40% e 20%.**Figure 1.** Site curves adjusted by the RNLQ method in quantiles 80%, 60%, 40% and 20%.

As curvas centrais das classes de sítio tiveram seus parâmetros estimados para possibilitar o cálculo do resíduo de cada classe de dados (Tabela 4). Os quantis centrais das classes mais extremas 1 e 5 apresentaram erro padrão superiores às outras classes. Esses estimadores com maior erro nos quantis mais extremos se dão pela distribuição menos concentrada dos dados, no qual ocorrem fatores externos que aumentam ou diminuem a taxa de crescimento dos indivíduos mensurados ou erros de medição que prejudicam a precisão dos ajustes.

Tabela 4. Parâmetros e medidas de precisão das equações ajustadas por RNLQ para os quantis estipulados como centro de classe.

Table 4. Parameters and precision measurements of the equations adjusted by RNLQ for quantiles stipulated as class center.

Quantil (%)	Parâmetro	Valor	Erro Padrão	p-valor
90	$\hat{a}_0$	36,65905	2,08096	<0,01
	$\hat{a}_1$	-0,02818	0,00569	<0,01
	$\hat{a}_2$	1,32368	0,21977	<0,01
70	$\hat{a}_0$	35,54631	1,68113	<0,01
	$\hat{a}_1$	-0,02687	0,00443	<0,01
	$\hat{a}_2$	1,35838	0,17968	<0,01
50	$\hat{a}_0$	34,93840	1,50380	<0,01
	$\hat{a}_1$	-0,02510	0,00390	<0,01
	$\hat{a}_2$	1,35230	0,16690	<0,01
30	$\hat{a}_0$	35,14452	1,85529	<0,01
	$\hat{a}_1$	-0,02376	0,00424	<0,01
	$\hat{a}_2$	1,42806	0,21659	<0,01
10	$\hat{a}_0$	38,12510	5,73789	<0,01
	$\hat{a}_1$	-0,01614	0,00695	0,021
	$\hat{a}_2$	1,20996	0,25405	<0,01

A criação das curvas anamórficas e polimórficas pelo método da diferença algébrica geraram parâmetros distintos para cada tipo de curva, os resultados apresentaram baixo erro padrão e valores significativos ($\alpha=1\%$) (Tabela 5). Para a geração das curvas de sítio adotou-se na idade de referência os valores 25m e 30m como limites mínimo e máximo, respectivamente (Figura 2). Esses valores foram adotados pela proximidade na idade referência com os valores encontrados na modelagem da regressão quantílica (Tabela 3). As curvas de tendência anamórficas (Figura 2a), graficamente, possuem melhor representatividade do universo amostral que as curvas polimórficas (Figura 2b), principalmente, nas idades avançadas.

Tabela 5. Parâmetros e suas estatísticas das equações ajustadas pelo método da diferença algébrica.

Table 5. Parameters and their statistics of the equations adjusted by the algebraic difference method.

Curva Anamórfica				Curva Polimórfica			
Parâmetro	Valor	Erro Padrão	Valor p	Parâmetro	Valor	Erro Padrão	Valor p
$\hat{a}_1$	-0.025192	0,00198	<0,01	$\hat{a}_0$	34,51679	0,6509	<0,01
$\hat{a}_2$	1,373653	0,07855	<0,01	$\hat{a}_1$	-0,027966	0,00176	<0,01

Figura 2. Curvas de sítio anamórficas (a) e polimórficas (b) geradas pelo método de diferenças algébricas.

Figure 2. Anamorphic (a) and polymorphic (b) site curves generated by the algebraic difference method.

Na comparação entre as três curvas (Figura 1 e Figura 2), as geradas pela RNLQ mantém melhor distribuição ao longo das idades mensuradas e também apresentam melhor padrão entre as classes. As curvas anamórficas aumentam a amplitude entre as classes nas idades superiores, enquanto o conjunto polimórfico tem tendência contrária, já que diminui a amplitude ao longo do período de medição. Não há ajuste de parâmetros para o conjunto de curvas de sítio anamórficas e polimórficas geradas por diferença algébrica (DA), pois não são provenientes de regressão e sim de dedução matemática, o que não permite analisar estatisticamente os parâmetros como no conjunto de curvas ajustadas por RNLQ.

São estipulados valores da distância entre curvas para metodologias que não utilizam a RNLQ levando em consideração os valores observados para cada base de dados e pela experiência do pesquisador, como a utilização de 4m de amplitude por classe para idade referência de 60 meses (SCAVINSKI, 2014) ou variação entre 2,5m e 4m de amplitude entre as classes com idade de referência de 60 meses (MIRANDA, 2012). Na Figura 3a pode-se observar as curvas anamórficas e na Figura 3b as curvas polimórficas. As curvas polimórficas têm tendência não biológica, pois as classes de menor valor não amostraram a base de dados (limite de classe 18) e as de maior valor estimaram altura dominante (Hdom) maior nas idades iniciais que em idades finais. Essa tendência é das curvas polimórficas, ocorrido pela constância de $\hat{a}_0$ e $\hat{a}_1$, que matematicamente confere ao modelo o encontro das curvas no infinito. As curvas anamórficas, por sua vez, apresentam o mesmo problema nas classes extremas, o qual superestima Hdom nas classes superiores e subestima em classes inferiores, não há tendência referente aos dados e sim ao modelo matemático que, nesse caso, assegura uma mesma relação de distância entre as curvas, o que não ocorre na regressão quantílica. Ao utilizar funções matemáticas para expressar o crescimento florestal é importante analisar se a forma de crescimento de outros locais mantém o mesmo padrão, podendo haver falta de conectividade com a base de dados (SCAVINSKI, 2014).

Figura 3. Conjunto de curvas de sítio anamórficas (a) e polimórficas (b), gerado pelo método de diferença algébrica.
Figure 3. Set of anamorphic (a) and polymorphic (b) site curves, generated by the algebraic difference method.

ERRO PADRÃO RESIDUAL

O erro padrão residual (Tabela 6) das classes 1, 2, 3 e 4 foi inferior nas curvas quantílicas, enquanto na classe 5 observou-se melhor resultado na família polimórfica. Esses resultados sugerem que para esta estatística as curvas geradas pela RNLQ são as mais indicadas. A classe 5 da família polimórfica apresentou tal resultado pela menor quantidade de observações e não confere aptidão ao conjunto de curvas considerando uma análise prévia da figura 2b, pois a análise gráfica é imprescindível para que se avalie a homogeneidade dos dados ao longo da variável idade.

Tabela 6. Erro padrão residual em metros e percentual para as 5 classes de sítio nas 03 famílias de curvas empregadas.
Tabela 6. Residual standard error in meters and percentage for the 5 site classes in the 03 families of curves used.

Classe	Curvas Anamórficas		Curvas Polimórficas		Curvas Quantílicas	
	Syx(m)	Syx(%)	Syx(m)	Syx(%)	Syx(m)	Syx(%)
1	1,015	4,094	1,285	4,125	0,997	3,760
2	0,429	1,674	0,820	3,317	0,365	1,484
3	0,453	1,833	0,727	3,310	0,368	1,571
4	0,432	1,896	0,654	3,007	0,417	1,865
5	1,067	5,657	0,672	2,914	0,855	4,210

GRÁFICO DE RESÍDUOS

Avaliar somente o erro padrão residual pode omitir informações como viés ou tendências dentro das classes de sítio e comprometer o uso do conjunto. A análise gráfica dos resíduos para cada curva gerada pelos métodos em estudo permite visualizar a dispersão dos resíduos em todas as classes.

Considerando as curvas quantílicas, nota-se pequena dispersão dos erros e sem tendências nas classes 2, 3 e 4 (Figura 4). Nas classes 1 e 2 a dispersão aumenta com uma pequena tendência a superestimar as alturas dominantes inferiores. Para as classes 2, 3 e 4, o comportamento das curvas anamórficas é semelhante às curvas quantílicas, por sua vez, as classes 1 e 5 são claramente tendenciosas. Isso acarreta subestimativas (classe 1) e superestimativas (classe 5) (Figura 5). Por sua vez, os resíduos gerados pelas curvas polimórficas nas classes 1, 2, 3 e 4 possuem maior dispersão e as tendências são acentuadas (Figura 6).

Figura 4. Gráficos de resíduos para a RNLQ para classes de sítio.

Figure 4. Waste graph for RNLQ for site classes.

Figura 5. Gráficos de resíduos para o conjunto anamórfico para classes de sítio.

Figure 5. Residue graph for the anamorphic set for site classes.

Figura 6. Gráficos de resíduos para o conjunto polimórfico para classes de sítio.
Figure 6. Residue graph for the polymorphic set for site classes.

Somente para a classe 5, assim como o erro padrão residual de 2,914%, apresentou resultados superiores aos demais no âmbito dispersão, porém há tendência a subestimar Hdom em idades pequenas e superestimar Hdom em idades avançadas, o que desqualifica-a para estimar Hdom. Novamente esses resultados sugerem que as curvas quantílicas são superiores às demais.

CONCLUSÕES

A RNLQ para classificação de sítio em povoamentos de *Eucalyptus* sp. na região de estudo, mostrou-se eficiente e portanto, podem ser utilizadas.

O método da RNLQ é mais robusto que o método da diferença algébrica pela não geração de curvas degeneradas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARAÚJO JUNIOR, C. A.; SOARES, C.; P. B.; LEITE, H.; G. **Curvas de índices de local em povoamentos de eucalipto obtidas por regressão quantílica.** Pesquisa Agropecuária brasileira, Brasília, v. 51, n. 6, p. 720-727, 2016.
- ASSIS, A. L.; MELLO, J. M.; GUEDAS, I. C. L.; SCOLFORO, J. R. S. Development of a sampling strategy for young stands of *Eucalyptus* sp. using geostatistics. **Cerne**, Lavras, v. 15, n. 2, p. 166-173, 2009.
- BATISTA, J. L. F., DO COUTO, H. T. Z. **Escolha de modelos matemáticos para a construção de curvas de índice de sítio para florestas implantadas de Eucalyptus sp no Estado de São Paulo.** IPEF, Piracicaba, n. 32, p. 32-41, 1986.
- BEYERLEIN, A.; VON KRIES, R.; NESS, A.R.; ONG, K.K. **Genetic markers of obesity risk: stronger associations with body composition in overweight compared to normal-weight children.** PLoS ONE, v. 6, 2011.
- CADE, B.S.; NOON, B.R. **A gentle introduction to quantile regression for ecologists.** Frontiers in Ecology and the Environment, v. 1, n. 8, p. 412-420, 2003.
- CAMPOS, J. C. C., LEITE, H. G. **Mensuração Florestal:** Perguntas e respostas. 5 ed. Viçosa: UFV, 2017. 636p.

CARVALHO, A. P.; MENEGO, O.; OLIVEIRA, E. B.; MACHADO, S. A.; POTTER, R. O.; FASOLO, P. J.; FERREIRA, C. A.; BARTOSZECK, A. Efeitos de características do solo sobre a capacidade produtiva de *Pinus taeda*. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 39, p. 51-66, 1999.

CHAMBERS, R.; TZAVIDIS, N. M-quantile models for small area estimation. **Biometrika**, Cambridge, v. 93, p. 255-268, 2006.

CUNHA, A.R.; KLOSOWSKI, E.S.; GALVANI, E.; SCOBEDO, J.F.; MARTINS, D. Classificação climática para o município de Botucatu-SP, segundo Köppen. In: SIMPÓSIO EM ENERGIA NA AGRICULTURA, 1., 1999, Botucatu. **Anais...** Botucatu: Faculdade de Ciências Agrônômicas, Universidade Estadual Paulista, 1999. p.487-491.

EMBRAPA - EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA. Centro Nacional de Pesquisa de Solos. **Sistema brasileiro de classificação de solos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Embrapa Solos, 2006. 306 p.

FIGUEIREDO, E. O. **Avaliação de povoamentos de Teca (*Tectona grandis* L.f.) na microrregião do Baixo Rio Acre**. 301 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2005.

IBÁ - INDÚSTRIA BRASILEIRA DE ÁRVORES. **Relatório IBÁ 2016**. São Paulo: IBÁ, 2017.

KOENKER, R. **Quantreg: Quantile Regression**. R package version 5.29. 2016. Disponível em: < <https://CRAN.R-project.org/package=quantreg> >. Acesso em: 12 jan. 2017.

KOENKER, R. **Quantile Regression**. New York, NY: Cambridge University Press, 2005.

KOENKER, R. Quantile regression for longitudinal data. **Journal of Multivariate Analysis**, 91, n. 1, p. 74–89, 2004.

KOENKER, R.; PARK, B. J. An interior point algorithm for nonlinear quantile regression. **Journal of Econometrics**, v. 71, p. 265-283, 1996.

KOENKER, R.; BASSETT JR., G. Regression quantiles. **Econometrica**, Menasha, v.46, p.33-50, 1978.

MEYER, K. M.; WARD, D.; MOUSTAKAS, A.; WIEGAND, K. Big is not better: small *Acacia mellifera* shrubs are more vital after fire. **African Journal of Ecology**, v. 43, p. 131-136, 2005.

MIRANDA, R. O. V. **Modelagem em nível de povoamento para *Eucalyptus* sp. com estratificação em classes de precipitação pluviométrica**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Faculdade de Engenharia Florestal, Universidade Estadual do Centro-Oeste, 2012.

NASCIMENTO, A. C. C.; LIMA, J. E.; BRAGA, M. J.; NASCIMENTO, M.; GOMES, A.P. Eficiência técnica da atividade leiteira em Minas Gerais: uma aplicação de regressão quantílica. **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 41, p. 783-789, 2012.

PENNA, C. M.; GOMES, P. E. M.; NETO, N. T.; LINHARES, F. C. Trabalho, transferências e desigualdade: a curva de kuznets para o nordeste. **Revista Brasileira de Estudos Regionais e Urbanos**, Juiz de Fora, v. 7, n. 2, p. 34-51, 2013.

PRODAN, M.; PETERS, R.; COX, F.; REAL, P. **Mensura Forestal**. San José, C. R: Deutsche Gesellschaft für Technische Zusammenarbeit (GTZ), Instituto Internacional de Cooperación para la Agricultura (IICA), 1997. 586 p.

R Core Team. **R: A language and environment for statistical computing**. Vienna: R Foundation for Statistical Computing. Disponível em: < <https://www.R-project.org/> >. Acesso em: 17 jan. 2017

SANTOS, R. C. **Curvas de crescimento em altura e índice de sítio de povoamentos clonais de *Eucalyptus* spp. na Chapada do Araripe, Pernambuco**. 2012. 83 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2012.

SCAVINSKI, V. **Projeção da produção utilizando curvas de sítio anamórficas e polimórficas para plantios de *Eucalyptus grandis* W. Hill**. Ex. Maiden. 61 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Irati, 2014.

SCHNEIDER, P. R.; SCHNEIDER, P. S. P. **Introdução ao Manejo Florestal**. Santa Maria: FACOS – UFSM, 2008. 566 p.

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal**: modelos de crescimento e produção florestal. Lavras: UFLA/FAEPE, 2006. 393 p.

SCOLFORO, J. R. **Mensuração Florestal**: Modelagem do crescimento e da produção de florestas plantadas e nativas. Lavras: UFLA/FAEPE, 1998. 451 p..

SILVA, E. N. **Efeito do número de filhos na distribuição condicional da renda familiar: Uma aplicação de variáveis instrumentais para estimar o efeito quantílico de um tratamento**. 2013. 69 p. Dissertação (Mestrado em Economia) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

SILVA, E. N.; PORTO JÚNIOR, S. S. Sistema financeiro e crescimento econômico: uma aplicação de regressão quantílica. **Economia Aplicada**, v. 10, p. 425-442, 2006.

TONINI, H.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R.; SPATHELF, P. Comparação gráfica entre curvas de índice de sítio para *Pinus elliottii* e *Pinus taeda* desenvolvidas no sul do Brasil. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 12, n. 1, p. 143-152, 2002.

VAZ, S.; MARTIN, C.S.; EASTWOOD, P.D.; ERNANDE, B.; CARPENTIER, A.; MEADEN, G.J.; COPPIN, F. Modelling species distributions using regression quantiles. **Journal of Applied Ecology**, Oxford, v. 45, p. 204-217, 2008.

WEBER, K. S. **Manejo do crescimento diamétrico de bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.) baseado em árvores individuais**. 2007. 141 p. Dissertação (Mestrado em Recursos Florestais) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

Recebido em: 03/05/2017

Aceito em: 02/05/2018