УДК 621.9:531.3

**Бифуркации притягивающих множеств
деформационных смещений режущего инструмента
в ходе эволюции свойств процесса обработки**

В. Л. Заковоротный, В. Е. Гвинджилия

Донской государственный технический университет
Россия, 344000 Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1
E-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru, sinedden@yandex.ru

Автор для переписки Заковоротный Вилор Лаврентьевич, vzakovorotny@dstu.edu.ru
Поступила в редакцию 17.05.2018; принята к публикации 20.06.2018

Цель. Исследование эволюционных изменений свойств динамической системы резания и бифуркаций притягивающих множеств деформационных смещений инструмента за счет необратимых преобразований подводимой энергии в сопряжении инструмент–процесс резания. **Метод.** Проведено математическое моделирование эволюционной системы в виде интегродифференциальных функционально связанных систем, а также рассмотрена проблема бифуркаций притягивающих множеств деформационных смещений инструмента относительно детали в ходе эволюции. Приведены примеры бифуркаций и их влияние на выходные свойства процесса обработки. **Новизна.** В отличие от известных исследований, в которых изменение этих свойств определяется заданными вариациями параметров системы, например, жесткости обрабатываемой детали, в статье эволюция параметров рассматривается как естественный процесс, обусловленный необратимыми преобразованиями энергии в зоне резания. В этом случае параметры динамической связи, формируемой процессом обработки, зависят от фазовой траектории работы и мощности необратимых преобразований в узлах сопряжения граней инструмента с деталью, а также в зоне стружкообразования. Поэтому параметры динамической связи рассматриваются зависящими от траектории работы и мощности необратимых преобразований в указанных областях. Таким образом, с одной стороны, параметры являются зависящими от указанных траекторий, с другой – их изменение влияет на работу и мощность необратимых преобразований. **Обсуждение.** Обсуждаются не рассмотренные ранее, важные общие закономерности управления обработкой на металлорежущих станках, заключающиеся в согласовании внешнего управления, например, от системы ЧПУ, с внутренней эволюционно изменяющейся динамикой системы.

Ключевые слова: динамическая система течения, эволюция системы, бифуркации притягивающих множеств деформационных смещений, оператор Вольтерры.

[https://doi.org/ 10.18500/0869-6632-2018-26-5-20-38](https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-5-20-38)

Образец цитирования: Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Бифуркации притягивающих множеств деформационных смещений режущего инструмента в ходе эволюции свойств процесса обработки // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, № 5. С. 20–38. [https://doi.org/ 10.18500/0869-6632-2018-26-5-20-38](https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-5-20-38)

Bifurcations of attracting sets of cutting tool deformation displacements at the evolution of treatment process properties

V.L. Zakovorotny, V.E. Gvindjiliya

Don State Technical University

1, Gagarin sq., 344000 Rostov-on-Don, Russia

E-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru, sinedden@yandex.ru

Correspondence should be addressed to Zakovorotny Vilor L., vzakovorotny@dstu.edu.ru

Received 17.05.2018; accepted for publication 20.06.2018

Aim. The aim of the investigation is to study the evolutionary properties changes of the dynamic cutting system and the bifurcation of the attracting sets of the deformation displacement of the tool due to the irreversible transformation of the energy input in coupling tool-processing are considered. **Method.** The mathematical modeling of the evolutionary system in form of the integro-differential functionally related systems is indicated, and the problem of bifurcation of the deformation displacement of the tool relatively to detail in the processing of evolution is considered. The example of the bifurcation and their influence on output properties of the processing. **Novelty.** In contrast to previously done researches in which the changes of this properties are determined by the set variations of the system parameters, for example, the rigidity of the workpiece, the evolution of the parameters is considered in the article as the natural process caused by the irreversible transformations of the energy in the cutting area. In this case the parameters of the dynamics (which is formed by the processing) depend on the phase work trajectories and the power of the irreversible transformations in the interface knots between the tool sides and the detail, and in the zone of the chip formation. Therefore the dynamic link parameters are considered as depending on the trajectories of the work and the power of the irreversible transformation in marked areas. Thus on the one side the parameters depend on these trajectories, on the another side their changing acts the work and the power of the irreversible transformation. **Discussion.** The important general regularities of the control of the processing on metal-cutting machines are not considered earlier. Their consist in coordination of the external control, for example, the NPC with the internal dynamic system changing evolutionarily. Their discussed here.

Key words: dynamic system softturning, system evolution, bifurcation of the attracting sets of the deformational displacement, Volterra operator.

[https://doi.org/ 10.18500/0869-6632-2018-26-5-20-38](https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-5-20-38)

Reference: Zakovorotny V.L., Gvindjiliya V.E. Bifurcations of attracting sets of cutting tool deformation displacements at the evolution of treatment process properties. *Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics*, 2018, vol. 26, no. 5, pp. 20–38. [https://doi.org/ 10.18500/0869-6632-2018-26-5-20-38](https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-5-20-38)

Введение

Свойства процесса резания и его результат (геометрия и качество поверхности детали) во многом определяются динамикой процесса резания [1–7]. При ее изучении рассматриваются взаимодействующие через процесс резания подсистемы со стороны инструмента и обрабатываемой детали [8, 9]. Взаимодействие в этом случае интерпретируется как модель сил в координатах состояния и внешних воздействиях, в том числе управлениях. Эта модель есть динамическая связь, формируемая процессом резания. Она объединяет взаимодействующие подсистемы и во многом определяет динамические свойства обработки. Эти свойства характеризуют устой-

чивость точки равновесия, рассматриваемой в подвижной системе координат. Движения ее определяются управляемыми (например, от ЧПУ) траекториями исполнительных элементов станка [10–13]. В окрестностях этого равновесия рассматриваются притягивающие множества деформационных смещений: автоколебаний [14–18], инвариантных торов и хаотических аттракторов [19–27]. При этом анализируются также условия параметрического самовозбуждения [28]. Так как модель динамической связи представляется в виде нелинейной зависимости сил резания не только от координат деформационных смещений, но и внешних воздействий, то неуправляемые воздействия (биения, кинематические возмущения) также влияют на динамику [29, 30]. Поэтому в исследованиях значительное внимание уделено бифуркациям притягивающих множеств деформационных смещений в зависимости от изменения параметров неуправляемых возмущений, формируемой динамической связи и технологических режимов, определяемых траекториями исполнительных элементов станка [23, 26, 27, 29, 30]. Однако практика показывает, что при всех неизменных условиях выходные свойства процесса резания (геометрическая точность, волнистость, шероховатость) изменяются во времени. Эти изменения обычно связывают с развитием износа инструмента (далее «износ»). Однако сам по себе износ, как некоторая геометрическая категория, не может изменять разнообразные оценки геометрического качества. Эти изменения определяются вариациями динамических характеристик обработки, прежде всего, изменениями параметров динамической связи, формируемой резанием.

Эти изменения определяются внутренней эволюцией свойств процесса резания. В связи с этим отметим, что после опубликования фундаментальных работ И. Пригожина и Г. Хакена [31–33] во многих исследованиях изменения свойств динамических систем стали рассматриваться под углом зрения раскрытия влияния необратимых преобразований на эволюцию системы. В этом случае взаимодействия подсистем определяются не только силами, но и необратимыми преобразованиями подводимой энергии к зоне резания. Настоящая статья посвящена изложению некоторых результатов по эволюционной перестройке динамической системы резания, обусловленной влиянием необратимых преобразований энергии механической системы. Главное внимание уделено бифуркациям притягивающих множеств деформационных смещений, которые изменяют геометрическую топологию детали и влияют на интенсивность изнашивания инструмента.

1. Моделирование эволюционных изменений в процессе резания

Рассмотрим продольное точение недеформируемой детали с постоянными режимами: скоростями поперечных $V_{1,0} = 0$ и продольных $V_{3,0} = \text{const}$ перемещений суппорта; скоростью резания $V_{2,0} = \text{const}$ и глубиной $t_p^{(0)} = \text{const}$. Уравнение динамики системы можно представить в виде [8, 9, 26, 27, 30]

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} + h \frac{dX}{dt} + cX = F_\Sigma(X, V_{i,0}, p_s), \quad i = 1, 2, 3; \quad s = 1, 2, \dots, k, \quad (1)$$

где $m = [m_{s,k}]$ в $[\text{kg} \cdot \text{s}^2/\text{mm}]$, $m_{s,k} = m$ при $s = k$, $m_{s,k} = 0$ при $s \neq k$, $s, k = 1, 2, 3$, $h = [h_{s,k}]$ в $[\text{kg} \cdot \text{s}/\text{mm}]$, $s, k = 1, 2, 3$, $c = [c_{s,k}]$ в $[\text{kg}/\text{mm}]$, $s, k = 1, 2, 3$ – симметричные, положительно определенные матрицы инерционных, скоростных и упругих

коэффициентов; $X = \{X_1, X_2, X_3\}^T$ – вектор упругих деформационных смещений вершины инструмента; $F_\Sigma = \{F_{\Sigma,1}, F_{\Sigma,2}, F_{\Sigma,3}\}$ – математическая модель динамической связи, формируемой резанием. В (1) входят параметры p_s , $s = 1, 2, \dots, k$, изменяющиеся в ходе эволюции. Для определения динамической связи в парадигме механики необходимо силы $F_\Sigma(X, V_{i,0}, p_s)$ представить в координатах состояния и внешних воздействий [31]. Представим силы в виде суммы $F_\Sigma = F + \Phi$. Учтем свойства силы $F = \{F_1, F_2, F_3\}^T$, действующие на переднюю поверхность инструмента; они зависят от площади срезаемого слоя. Их изменение запаздывает по отношению к вариациям площади, следовательно, и по отношению к деформационным смещениям. Силы уменьшаются при увеличении скорости резания. При движении инструмента в сторону контакта с задней гранью (главной или вспомогательной) наблюдаются зависящие от скорости сближения силы $\Phi^{(3)} = \{0, \Phi_2^{(3)}, \Phi_3^{(3)}\}^T$ и $\Phi^{(1)} = \{\Phi_1^{(1)}, \Phi_2^{(1)}, 0\}^T$, действующие в направлении, нормальном к поверхности контакта (рис. 1, а). Они дополнительно вызывают формирование сил трения. Коэффициент трения k_T в областях контакта задних граней считается одинаковым и постоянным, тогда $\Phi_2^{(1)} = k_T \Phi_1^{(1)}$, $\Phi_2^{(3)} = k_T \Phi_3^{(3)}$. В дальнейшем удобнее рассматривать сумму $\Phi = \Phi^{(1)} + \Phi^{(3)} = \{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3\}^T$, то есть

$$\begin{cases} \Phi_1 = \rho_1 \left\{ \int_{t-T}^t [V_{0,3} - dX_3/dt] dt - \Delta X_3(t) \right\} \exp[\alpha_1(\Delta V_1(t) - dX_1/dt)], \\ \Phi_2 = k_T[\Phi_1 + \Phi_3], \\ \Phi_3 = \rho_3[t_P^{(0)} + \Delta X_1(t) - X_1(t)] \exp \alpha_3[V_{0,3} - dX_3/dt + \Delta V_3(t)], \end{cases} \quad (2)$$

где ρ_1, ρ_3 – удельные силы, приведенные к длине контакта [kg/mm]; α_1, α_3 – коэффициенты крутизны нарастания сил. Силы $F = \{F_1, F_2, F_3\}^T$ определяются из системы уравнений

$$\begin{cases} T_1 dF_1/dt + F_1 = \rho_0 \chi_1 \{1 + \mu \exp[-\alpha(V_{0,2} + \Delta V_2(t) - dX_2/dt)]\} \times \\ \quad \times [t_P^{(0)} + \Delta X_1(t) - X_1(t)] \int_{t-T}^t \{V_{0,3} - dX_3/dt + \Delta V_3(t)\} dt, \\ T_2 dF_2/dt + F_2 = \rho_0 \chi_2 \{1 + \mu \exp[-\alpha(V_{0,2} + \Delta V_2(t) - dX_2/dt)]\} \times \\ \quad \times [t_P^{(0)} + \Delta X_1(t) - X_1(t)] \int_{t-T}^t \{V_{0,3} - dX_3/dt\} dt, \\ T_3 dF_3/dt + F_3 = \rho_0 \chi_3 \{1 + \mu \exp[-\alpha(V_{0,2} + \Delta V_2(t) - dX_2/dt)]\} \times \\ \quad \times [t_P^{(0)} + \Delta X_1(t) - X_1(t)] \int_{t-T}^t \{V_{0,3} - dX_3/dt\} dt, \end{cases} \quad (3)$$

где T_i , $i = 1, 2, 3$ – постоянные времени запаздывания сил; ρ_0 – давление на переднюю поверхность инструмента в области малых скоростей; μ – коэффициент соотношения сил в областях малых и больших скоростей; α – коэффициент, определяющий убывание сил при увеличении скорости; χ_1, χ_2, χ_3 – угловые коэффициенты ориентации сил, удовлетворяющие условиям нормировки $(\chi_1)^2 + (\chi_2)^2 + (\chi_3)^2 = 1$;

$T = 1/\Omega_0$ – время оборота детали; $\Delta X_i(t)$, $\Delta V_i(t) = d\Delta X_i/dt$, $i = 1, 2, 3$ – заданные функции неуправляемых возмущений. Параметры в (1) обладают свойством «медленной» эволюции, и главным фактором, влияющим на них, является износ. При традиционных режимах основное значение имеет износ по задней грани. Износ по вспомогательной грани имеет подчиненное значение, так как при точении выполняется условие $t_P^{(0)} \gg S_P^{(0)}$. Зависящие от износа параметры следующие: $p_1 = \rho_0$, $p_2 = \rho_1$, $p_3 = \rho_3$, $p_4 = T_1$, $p_5 = T_2$, $p_6 = T_3$, $p_7 = \alpha_1$, $p_8 = \alpha_3$, $p_9 = \alpha$. В дальнейшем их значения будем рассматривать в виде

$$p_i = p_{i,0} + \phi_i(w), \quad i = 1, 2, \dots, 9, \quad (4)$$

где $p_{i,0}$ – начальные значения параметров; $\phi_i(w)$ – их изменение в ходе эволюции, функционально связанное с износом по задней грани w .

В отличие от ранее выполненных исследований, при рассмотрении взаимодействия через процесс резания учтем необратимые преобразования энергии в зоне резания. Для этого примем гипотезу о связи скорости изнашивания $v_w = dw/dt$ с мощностью необратимых преобразований. Тогда скорость изнашивания связана с мощностью уравнением Вольтерры второго рода

$$v_w = c_w \{ N(t) + c_w^* \int_0^t W(t - \varsigma) N(\varsigma) d\varsigma \}, \quad (5)$$

где c_w^* , c_w – коэффициенты в $[s^{-1}]$, $[mm^3/kg \cdot m]$; $W(t - \varsigma)$ – безразмерное ядро интегрального оператора на участке до катастрофического изнашивания представляется в виде $W(t - \varsigma) = \exp[-(t - \varsigma)(T_w)^{-1}]$; T_w – постоянная наследственности предыстории мощности в $[s]$. Объемный износ $w(t)$ в момент t определяется по формуле

$$w(t) = \int_0^t v_w(\xi) d\xi. \quad (6)$$

Износ принято оценивать линейной величиной $w^{(h)}$. Существует связь между w и $w^{(h)}$. В экспериментах величину $w^{(h)}$ определить проще. При оценке связи w с $w^{(h)}$ учтем, что износ развивается неравномерно – увеличивается радиус R вершины инструмента (рис. 1, *с*, левый фрагмент) и уменьшается приведенный к вершине задний угол α (рис. 1, *а*, правый фрагмент).

Примем гипотезу развития износа по плоскости, проходящей через направление режущей кромки и скорости резания. На левом фрагменте рис. 1, *б* приведен пример фотографии износа. Здесь ширина ленточки. На правом фрагменте показаны изменения площадки контакта S_k по мере эволюции. Установлено, что площадь контакта в момент t_i примерно определяется соотношением $S(t_i) = (1/3)t_{P,0}w^{(h)}(t_i)$. Тогда в момент t_i имеем выражение для определения объемного износа

$$w(t_i) = \frac{1}{6}[t_P^{(0)} - X_1(t_i)]w^{(h)}(t_i)^2 \operatorname{tg}(\alpha), \quad (7)$$

где α – задний угол инструмента. Уравнения (1)–(6) характеризуют функциональные интегродифференциальные уравнения динамики. В них, с одной стороны, работа $A(t)$ и мощность $N(t)$ зависят от параметров системы, с другой, – сами параметры изменяются при вариациях $A(t)$ и $N(t)$.

Fig. 1. Scheme of the model of the evolution wearing: *a* – dynamic model of the cutting system; *b* – photo and scheme of the evolution wearing on the tool backside (dot curves); *c* – scheme of the evolution wearing in the form of the triangular approximation

Свойства необратимых преобразований и эволюции параметров

Методику анализа эволюции свойства необратимых преобразований рассмотрим на примере. Параметры системы даны в табл. 1 и 2. Примем $T_1 = T_3 = 0.5T_2 = T_p$. Обобщенная масса $m = 4 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{mm}$. Рассмотрим продольное течение

Таблица 1 (Table 1)

Параметры подсистемы инструмента
Parameters of the tool subsystem

$h_{11},$ kg·s/mm	$h_{2,2},$ kg·s/mm	$h_{3,3},$ kg·s/mm	$h_{1,2} = h_{21},$ kg·s/mm	$h_{1,3} = h_{31},$ kg·s/mm	$h_{2,3} = h_{3,2},$ kg·s/mm
0.25	0.15	0.15	0.1	0.08	0.08
$c_{11},$ kg/mm	$c_{2,2},$ kg/mm	$c_{3,3},$ kg/mm	$c_{1,2} = c_{21},$ kg/mm	$c_{1,3} = c_{31},$ kg/mm	$c_{2,3} = c_{3,2},$ kg/mm
1000	800	800	200	100	100

Таблица 2 (Table 2)

Начальные значения параметров динамической связи
Initial values of the dynamic link parameters

$\rho_0, \text{kg/mm}^2$	$\alpha, \text{s/mm}$	$\alpha_{1,0}, \text{s/mm}$	$\alpha_{3,0}, \text{s/mm}$	$T_{P,0}, \text{s}$	$\rho_1, \text{kg/mm}$	$\rho_3, \text{kg/mm}$
50.0	0.1	0.2	0.2	0.001	0.5	0.5

стали марки 45 на следующих режимах: скорость резания 80 m/min; глубина 2.5 mm; подача 0.14 mm на 1 оборот. Инструмент из твердого сплава марки T15K6. Углы в плане: $\varphi = 90^\circ$, $\varphi_1 = 30^\circ$ (см. рис. 1, *a*, левый фрагмент).

Работа и мощность в области контакта задней грани определяются

$$\begin{cases} A_3(t) = \int_0^t \{\Phi_3(\xi)[V_{3,0} - v_3(\xi)] + k_T T_3(\xi)[V_{2,0} - v_2(\xi)]\} d\xi; \\ N_3(t) = \Phi_3(t)\{[V_{3,0} - v_3(t)] + k_T[V_{2,0} - v_2(t)]\}, \end{cases} \quad (8)$$

где v_2, v_3 – скорости деформационных смещений в направлениях X_2 и X_3 . Аналогично можно вычислить работу $A_1(t)$ и мощность $N_1(t)$ в области вспомогательной задней грани. Так как рассматривается продольное точение, то $V_{1,0} = 0$. Силы $\Phi_1(t)$ и $\Phi_3(t)$ зависят от X , то есть в стационарном состоянии зависят от притягивающих множеств деформационных смещений, проанализированных ранее [28, 34–37].

Приведем пример траекторий X и Φ (рис. 2). Силы быстро увеличиваются с возрастанием колебательной скорости при условии $dX_i(t)/dt < 0$, $i = 1, 3$. На рис. 2, *b* примеры участков со значительным возрастанием скорости выделены крупными точками. Максимуму сил (темные точки) соответствует максимальная площадь контакта. При реверсировании направления движения силы, действующие на задние грани, обращаются практически в нуль. Таким образом, они не обладают потенциальными свойствами и на виртуальных перемещениях совершают работу. Силы трения всегда совершают работу.

При анализе динамики работа $A_1(t)$ и мощность $N_1(t)$ существенно меньше, чем $A_3(t)$ и $N_3(t)$. Это связано с тем, что выполняется условие $t_{P,0} \gg S_{P,0}$. Поэтому при оценке параметров можно ограничиться $p_i(w_3) = p_{i,0} + \Delta p_i(w_3)$, $i = 1, 2, \dots, 9$.

Рис. 2. Пример траекторий X и Φ_3 : a – траектории на временном отрезке 48.5–53.5 с; b – фрагмент траектории на временном отрезке 10.06–10.10 с

Fig. 2. Example of the trajectories X and Φ_3 : a – trajectories on the time span 48.5–53.5 s; b – trajectory fragment on the time span 10.060–10.10 s

Не все параметры чувствительны к вариациям износа. При изучении эволюции параметров использовались принципы и алгоритмы параметрической идентификации, основанные на методах экспериментальной динамики [8, 9]. Отметим тенденции изменения параметров (рис. 3).

- По мере развития износа возрастают практически все параметры, входящие в модель связи.
- Имеется тенденция развития неопределенности связи износа с этими параметрами. Последнее объясняется большим разнообразием законов распределения износа по поверхности и, прежде всего, изменениями геометрии вершины инструмента.
- Изменение параметров зависит от режимов, прежде всего, от скорости резания. Они также зависят от задних углов.

Рис. 3. Связь основных параметров динамической модели процесса резания с износом инструмента
Fig. 3. Relation of the main parameters of the dynamic model of the cutting process with the tool wearing

Эксперименты показали, что наиболее удачная среднеквадратичная аппроксимация осуществляется по нижеприведенным формулам для следующих параметров (см. также табл. 3):

$$\begin{aligned} \rho_0 &= 50 + c_{\rho_0}(w^{(h)})^2, & \rho_3 &= 2 + c_{\rho_3}(w^{(h)})^2, \\ T_P &= 0.001 + c_{T_P}(w^{(h)})^2, & \alpha_3 &= 10 + c_{\alpha_3}(w^{(h)})^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Таблица 3 (Table 3)

Параметры аппроксимации
Parameters of approximation

$c_{\rho_0},$ kg/mm ⁴	$c_{\rho_3},$ kg/mm ³	$c_{T_P},$ s/mm ²	$c_{\alpha_3},$ s/mm ³
300.0	40.0	0.02	60.0

Таким образом, аппроксимации (9) совместно с приведенными выше зависимостями позволяют изучать свойства эволюционной перестройки системы.

Эволюционная перестройка динамической системы

Непотенциальные свойства сил, формируемых в области контакта задней грани, приводят к зависимости параметров от неуправляемых возмущений, например, биений шпинделя. Эволюционные изменения являются медленными функциями времени. В зависимости от временного масштаба можно обнаружить различные особенности изменения свойств (рис. 4). В частности, регулярные притягивающие множества (предельные циклы, двумерные торы), соответствующие регулярной динамике, по мере совершения работы трансформируются в системы с нерегулярной динамикой. Эволюционные изменения проявляются не только в образовании различных

Рис. 4. Пример изменения деформационных смещений инструмента в ходе эволюции динамической системы резания при амплитуде биений 0.005 мм: *a* – вся траектория до величины критического износа; *b*, *c* – фрагменты на временных участках, выделенных точками на траекториях рис. 4, *a*

Fig. 4. Example of the change of the tool deformational displacements in the evolution process of the dynamic cutting system with wobble amplitude 0.005 mm: *a* – trajectory up to the value of the critical wearing; *b*, *c* – fragments on the time spans are allocated by points on the trajectories of the fig. 4, *a*

Рис. 5. Бифуркации притягивающих множеств деформационных смещений: 1 – асимптотически устойчивая периодическая траектория; 2 – двумерный инвариантный тор; 3 – каскад удвоения периода; 4 – хаотический аттрактор; 5 – система, неустойчивая в целом

Fig. 5. Bifurcations of the attractive sets of the deformation displacements: 1 – asymptotically steady periodic trajectory; 2 – two-dimensional invariant torus; 3 – cascade of the doubling of the period; 4 – chaotic attractor; 5 – unsteady system

ена на основе анализа эволюционных диаграмм. Для точек, выделенных на рис. 5 черными треугольниками, на рис. 6 приведены примеры проекций фазовых траекторий на плоскость $(X_1 - dX_1/dt)$. Так как выбранные точки приведены при наличии биений, то в области 1 в случае асимптотической устойчивости траектории в фазовой плоскости образуется предельный цикл. В области 2 на траекторию, обусловленную биениями, накладываются автоколебания с периодически изменяющейся амплитудой

притягивающих множеств деформационных смещений, но и в образовании динамической постоянной составляющей, непосредственно изменяющей диаметр детали. Причем этот процесс связан не с изменением внешних условий, а характеризует внутренние свойства системы, мощность необратимых преобразований в которой является конструктором эволюционных изменений.

Наконец, сами притягивающие множества изменяют мощность необратимых преобразований. Это функционально связанные процессы. Более наглядную картину дают диаграммы бифуркаций (рис. 5) по мере совершения работы. Диаграмма бифуркаций построена

Рис. 6. Примеры проекций фазовых траекторий, соответствующие треугольным точкам на рис. 5

Fig. 6. Example of the projections of the phase trajectories are corresponding to triangular points in fig. 5

дой. Они образуют сложный двумерный инвариантный тор, который через последовательность бифуркаций удвоения периода в области 3 преобразуется в хаотический аттрактор – область 4. При этом спектральный состав деформаций смещается в низкочастотную область, и спектр из дискретного преобразуется в непрерывный.

Важно отметить, что приведенный пример бифуркаций зависит от фазовой траектории мощности необратимых преобразований по совершенной работе, и в ходе эволюции проявляются все известные особенности нелинейных динамических систем. Они характеризуют внутреннюю динамику системы резания, которая, наряду с управлением, влияет на траектории формообразующих движений.

Анализ результатов

При рассмотрении динамической системы резания анализируются связанные между собой подсистемы инструмента и детали. Связь между ними определяется моделью сил резания в координатах состояния и внешних возмущениях. Однако взаимодействия имеют более сложную природу, сопровождающуюся различными физическими эффектами, первичным источником которых является мощность необратимых преобразований в области сопряжения инструмента с деталью через зону резания. Их совокупное влияние можно учесть, используя известное интегральное преобразование Вольтерры. Тогда свойства системы изменяются в зависимости от траектории мощности необратимых преобразований по совершенной работе, и одновременно траектория мощности зависит от этих изменений. Важно отметить, что эволюционные изменения зависят как от параметров взаимодействующих подсистем и динамической связи, так и от внешних возмущений, в том числе управлений. В связи с этим при управлении процессами обработки на станках имеет место проблема согласования внешнего управления (например, от ЧПУ) с эволюционно изменяющейся внутренней динамикой системы резания, зависящей от состояния и точности станка.

Охарактеризуем общие свойства эволюционных преобразований.

- Имеются параметры, вариации которых приводят к существенному изменению эволюционных свойств. Поэтому можно ввести понятие чувствительности эволюции к малым вариациям параметров и возмущений, то есть рассматривать свойства по принципу грубости к эволюции. В понятие эволюции входят не параметры, а свойства, которые влияют на устойчивость, бифуркации и эволюционные преобразования между изменениями топологии притягивающих множеств. Эти свойства влияют на цель процесса резания: изготовления деталей заданного качества при минимизации приведенных затрат.
- На эволюционные траектории принципиальное влияние оказывают начальные значения параметров. При их удалении от фигуративной линии в параметрическом пространстве изменяются не только диаграммы бифуркаций, но и чувствительность эволюции к вариациям параметров. При удалении начальных параметров от границы области устойчивости уменьшается их чувствительность к эволюции.
- Геометрическая топология поверхности детали в единстве геометрического размера, волнистости и шероховатости, а также свойства процесса резания,

оцениваемые, например, интенсивностью изнашивания инструмента, зависят как от управляемых траекторий движения исполнительных элементов станка, так и от внутренней динамики процесса. Поэтому при управлении, например, от ЧПУ необходимо согласовывать внешнее управление с внутренней эволюционно изменяющейся динамикой системы. Например, изучение эволюции износа, выполненное на станке, имеющем одни динамические параметры, нужно переносить на станок с другими динамическими параметрами с большой осторожностью.

- В ходе эволюции, как правило, увеличивается размах деформационных смещений, что вызывает увеличение шероховатости и в отдельных случаях приводит к образованию продольной и поперечной волнистости. Эта особенность позволяет ввести в рассмотрение понятие терминального множества эволюционного изменения свойств системы. Компонентами этого множества, наряду с величиной износа и скорости изнашивания, являются оценки геометрических параметров качества детали.
- Эволюция деформационных смещений зависит от параметров биений. При увеличении амплитуды биений интенсивность эволюционной перестройки возрастает. Поэтому перестройка свойств системы, в том числе бифуркации притягивающих множеств, зависят от параметров биений, то есть от состояния металлорежущего станка. В зависимости от состояния станка изменяются не только бифуркации, но и свойства достижимой на данной станке точности, а также время, в течение которого возможно изготовление деталей заданного качества.
- Изложенные новые представления о динамической системе резания являются естественным развитием знаний, существующих в настоящее время, и они показывают, что система резания является эволюционно изменчивой, причем в ходе эволюции наблюдается каскад бифуркаций притягивающих множеств деформационных смещений, характеризующий внутреннюю динамику системы.

Заключение

Динамическая система резания, описываемая нелинейными функционально связанными интегродифференциальными уравнениями, изменяет за счет необратимых преобразований энергии свойства процесса обработки. Они характеризуются эволюционными изменениями в зависимости от фазовой траектории мощности необратимых преобразований в зоне резания по совершенной работе. В свою очередь, мощность необратимых преобразований зависит от эволюционно изменяющихся параметров системы. Эволюционные изменения в деформационных смещениях проявляются в бифуркациях притягивающих множеств деформационных смещений и в изменении интенсивности изнашивания инструмента. Поэтому при проектировании технологического процесса и управлении процессом резания, например, с помощью ЧПУ необходимо не только обеспечивать соответствие траекторий исполнительных элементов станка геометрическому образу детали, но и согласовывать внешнее управление с внутренней динамикой системы, изменяющейся в ходе эволюции и зависящей от управления.

Библиографический список

1. *Дальский А.М., Суслов А.Г.* Научные основы технологии машиностроения. М.: Машиностроение, 2002. 684 с.
2. *Васильев А.С., Дальский А.М., Золотаревский Ю.М., Кондаков А.И.* Направленное формирование свойств изделий машиностроения. М.: Машиностроение, 2005, 352 с.
3. *Плотников А.Л.* Управление параметрами лезвийной обработки на станках с ЧПУ. ОНИКС, 2012, 231 с.
4. *Сосонкин В.Л.* Концепция системы ЧПУ на основе персонального компьютера // Станки и инструмент. 1990. № 11. С. 9–14.
5. *Козочкин М.П., Алленов Д.Г.* Исследование влияния износа режущей кромки инструмента на деформации поверхностного слоя детали // Вестник МГТУ «Станкин». 2015, № 4 (35). С. 22–29.
6. *Bekir Yalçın.* Surface roughness and cutting forces in turning of tool steel with mixed ceramic and cubic boron nitride cutting tools // Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, 2015. Vol. 39, no. 2.
7. *Бородкин Н.Н., Васин Л.А., Васин С.А.* Особенности формирования структуры силового поля в окрестности вершины резца с высокодемпфирующей конструкцией державки // СТИН, 2018, № 4. С. 19–26.
8. *Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Нгуен С.Т., Рыжкин М.Н.* Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения, в задачах динамики процесса резания (скоростная связь) // Вестник Донского государственного технического университета. 2011. Т. 11, № 2 (53). С. 137–146.
9. *Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Нгуен С.Т., Рыжкин М.Н.* Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения, в задачах динамики процесса резания (позиционная связь) // Вестник Донского государственного технического университета. 2011. Т. 11, № 3 (54). С. 301–311.
10. *Кудинов В.А.* Динамика станков. М.: Машиностроение, 1967. 359 с.
11. *Воронов С.А., Непочатов А.В., Киселев И.А.* Критерии оценки устойчивости процесса фрезерования нежестких деталей // Известия вузов. Машиностроение. 2011, № 1. С. 50–62.
12. *Вейц В.Л., Васильков Д.В.* Задачи динамики, моделирования и обеспечения качества при механической обработке мало жестких заготовок // СТИН. 1999, № 6. С. 9–13.
13. *Городецкий Ю.И.* Теория нелинейных колебаний и динамика станков // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия: Математическое моделирование и оптимальное управление. 2001, № 2. С. 69–88.
14. *Эльясберг М.Е.* Автоколебания металлорежущих станков: Теория и практика. СПб.: ОКБС, 1993. 182 с.
15. *Васин С.А., Васин Л.А.* Синергетический подход к описанию природы возникновения и развития автоколебаний при точении // Научно-технические технологии в машиностроении. 2012, № 1. С. 11–16.

16. *Бородин Н.Н., Васин С.А., Васин Л.А.* Предотвращение процесса возникновения и развития автоколебаний при точении резцами со структурированными державками // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2014, № 11–1. С. 234–243.
17. *Воронов С.А., Киселев И.А.* Нелинейные задачи динамики процессов резания // Машиностроение и инженерное образование. 2017, № 2 (51). С. 9–23.
18. *Gousskov A.M., Voronov S.A., Paris H., Batze S.A.* Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays // Commun. Nonlin. Sci. Numer. Simul. 2002. Vol. 7. Pp. 207–221.
19. *Kao Y.-C., Nguyen N.-T., Chen M.-S., Su S.T.* A prediction method of cutting force coefficients with helix angle of flat-end cutter and its application in a virtual three-axis milling simulation system // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2015. Vol. 1, iss. 9–12. Pp. 1793–1809.
20. *Warminski J., Litak G., Cartmell M.P., Khanin R., Wiercigroch M.* Approximate analytical solutions for primary chatter in the non-linear metal cutting model // Journal of Sound and Vibration. 2003. Vol. 259 (4). Pp. 917–933.
21. *Stepan G.* Delay-differential equation models for machine tool chatter // In Nonlinear Dynamics of Material Processing and Manufacturing / ed. Moon, F. C. NY: John Wiley, 199. Pp. 165–192.
22. *Stepan G., Insperger T., Szalai R.* Delay, parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2005. Vol. 15, no. 9. Pp. 2783–2798.
23. *Zakovorotny V.L., Lukyanov A.D., Gubanova A.A., Khristoforova V.V.* Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting // Journal of Sound and Vibration, 2016, vol. 368. Pp. 174–190.
24. *Куфарев Г.Л., Наумов В.А.* Влияние износа на силы резания при точении // Известия Томского политехнического института. 1966. 147. С. 187–192.
25. *Farouk Mahfoudi, Gautier List, Alain Molinari and Abdelhadi Moufki, Lakhdar Boulanouar.* High speed turning for hard material with PCBN inserts: Tool wear analysis // Int. J. Machining and Machinability of Materials. 2008. Vol. 3, no. 1/2. Pp. 62–79.
26. *Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Быкадор В.С.* Самоорганизация и бифуркации динамической системы обработки металлов резанием // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2014. Т. 22, № 3. С. 26–39.
27. *Заковоротный В.Л., Фам Д.Т., Быкадор В.С.* Влияние изгибных деформаций инструмента на самоорганизацию и бифуркации динамической системы резания металлов // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2014. Т. 22, № 3. С. 40–52.
28. *Заковоротный В.Л., Фам Т.Х.* Параметрическое самовозбуждение динамической системы резания // Вестник ДГТУ. 2013. Т. 13, № 5–6 (74). С. 97–103.
29. *Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е.* Влияние кинематических возмущений в

направлении продольной подачи на траектории формообразующих движений // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. 2016, № 4 (192). С. 67–76.

30. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Бифуркации притягивающих множеств деформационных смещений режущего инструмента в зависимости от биений шпиндельной группы // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25, № 6. С. 40–52.
31. Хакен Г. Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействии. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2003. 320 с.
32. Пригожин И. От существующего к возникающему. М.: Наука, 1985. 296 с.
33. Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса: Новый диалог человека с природой. М.: Прогресс, 1986. 432 с.
34. Remadna M., Rigal J. Evolution during time of tool wear and cutting forces in the case of hard turning with CBN inserts // Journal of Materials Processing Technology. 2006. Vol. 178. Pp. 67–75.
35. Бржозовский Б.М., Мартынов В.В. Управление системами и процессами. Саратов: Саратов. гос. техн. ун-т, 2008. С. 137–142.
36. Заковоротный В.Л., Бордачев Е.В. Информационное обеспечение системы динамической диагностики износа режущего инструмента на примере токарной обработки // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1995. № 3. С. 95–103.

References

1. Dalskiy A.M. Suslov A.G. Scientific Bases of Technology of Mechanical Engineering. M.: Mechanical Engineering, 2002. 684 p. (in Russian).
2. Vasilyev A.S., Dalskiy A.M., Zolotarevskiy Y. M., Kondakov A.I. The Directing Formation of the Properties of Products of the Mechanical Engineering. M.: Mechanical Engineering, 2005, 352 p. (in Russian).
3. Plotnikov A.L. The Control of the Parameters of the Bladed Process on the Machines with NCN. ONIKS, 2012. 231 p. (in Russian)
4. Sosonkin V.L. The concept of the NCN system basis on PC. *STIN*, 1990, no. 11, pp. 9–14 (in Russian)
5. Kozochkin M.P., Allenov D.G. The research of influence of wear of the cutting edge of the tool on deformations of a blank of a detail. *Vestnik MSTU «Stankin»*, 2015, no. 4 (35), pp. 22–29 (in Russian).
6. Bekir Yalçın. Surface roughness and cutting forces in turning of tool steel with mixed ceramic and cubic boron nitride cutting tools. *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, 2015, vol. 39, no. 2.
7. Borodkin N.N., Vasin S.A., Vasin L.A. Features of formation of the force field structure in the vicinity of the cutter top with a high-damping design of the toolholder. *STIN*, 2018, no. 4, pp. 19–26 (in Russian).

8. Zakovorotny V.L., Fam D.T., Nguen S.T., Rigkin M.N. Modeling of the dynamic communication formed by turning process in problems of dynamics of process of cutting (speed communication). *Vestnik DSTU*, 2011, vol. 11, no. 2 (53), pp. 137–146 (in Russian).
9. Zakovorotny V.L., Fam D.T., Nguen S.T., Rigkin M.N. Modeling of the dynamic communication formed by turning process in problems of dynamics of process of cutting (position communication). *Vestnik DSTU*, 2011, vol. 11, no. 3 (54), pp. 301–311 (in Russian).
10. Kudinov V.A. The dynamic of the machine. M.: Mechanical engineering, 1967, 359 p. (in Russian)
11. Voronov C.A., Nepochatov A.V., Kiselev I.A. Criteria of the valuation stability of the milling process of the non-rigid parts. Scientific-educational and applied journal. *University news, Engineering*, 2011, no. 1, pp. 50–62 (in Russian).
12. Veic V.L., Vasilkov D.V. Problems of dynamics, modeling and ensuring quality when machining low-rigid preparations, *STIN*, 1999, no. 6, pp. 9–13 (in Russian).
13. Gorodetsky Y.I. The theory of the nonlinear vibrations and the dynamic of the machines. *Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod, Series: Mathematical modeling and optimal control*, 2001, no. 2, pp. 69–88 (in Russian).
14. El'yasberg M.E. Self-Oscillation of the Cutting Machine: Theory and Practice. St. P.: OKBS, 1993, 182 p. (in Russian).
15. Vasin S.A., Vasin L.A. Synergetic approach to the description of the origin and development of the self-oscillation when turning. *Science Intensive Technologies in Mechanical Engineering*, 2012, no. 1, pp. 11–16 (in Russian).
16. Borodkin N.N., Vasin S.A., Vasin L.A. Prevention of the process of the emergence and development of self-oscillations whith turning cutters with structured tools. *Izvestija Tluskogo Gosudarstvennogo Universiteta, Technical Science*, 2014, no. 11–1, pp. 234–243 (in Russian).
17. Voronov S.A., Kisilev I.A. Nonlinear problems of the dynamic of cutting processes. *Mechanical Engineering and Engineering Education*, 2017, no. 2(51), pp. 9–23 (in Russian).
18. Gouskov A. M., Voronov S. A., Paris H., Batzer S. A. Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays, *Commun. Nonlin. Sci. Numer. Simul.*, 2002, 7, pp. 207–221.
19. KaoY.-C., NguyenN.-T., ChenM.-S., Su S.T. A prediction method of cutting force coefficients with helix angle of flat-end cutter and its application in a virtual three-axis milling simulation system. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2015, Vol. 1, iss. 9–12, pp. 1793–1809.
20. Warminski J., Litak G., Cartmell M.P., Khanin R., Wiercigroch M.. Approximate analytical solutions for primary chatter in the non-linear metal cutting model. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 259 (4), pp. 917–933.
21. Stepan G. Delay-differential equation models for machine tool chatter In *Nonlinear Dynamics of Material Processing and Manufacturing*, ed. Moon F.C., NY: John Wiley, 1998, pp. 165–192.

22. Stepan G., Insperge T., Szalai R. Delay, parametric excitation and the nonlinear dynamics of cutting processes. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2005, vol. 15, no. 9, pp. 2783–2798.
23. Zakovorotny V.L., Lukyanov A.D., Gubanova A.A., Khristoforova V.V. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, vol. 368, pp. 174–190.
24. Kufarev G.L., Naumov V.A. Influence of wear on cutting forces when turning. *News of the Tomsk Polytechnical Institute of S.M. Kirov*, 1966, vol. 147, pp. 187–192 (in Russian).
25. Farouk Mahfoudi, Gautier List, Alain Molinari and Abdelhadi Moufki, Lakhdar Boulanouar. High speed turning for hard material with PCBN inserts: Tool wear analysis. *Int. J. Machining and Machinability of Materials*, 2008, vol. 3, no. 1/2, pp. 62–79.
26. Zakovorotny V.L., Fam D.T., Bykador V.S. Self-organization and bifurcation of the dynamic system of metal cutting. *Izvestia VUZ, Applied Nonlinear Dynamics*, 2014, vol. 22, no. 3, pp. 26–39 (in Russian).
27. Zakovorotny V.L., Fam D.T., Bykador V.S. The influence of bending deformations of the tool on the self-organization and bifurcation of the dynamic system of metal cutting. *Izvestia VUZ, Applied Nonlinear Dynamics*, 2014, vol. 22, no. 3, pp. 40–52 (in Russian).
28. Zakovorotny V.L., Fam T.H. Parametric-excitation of the dynamic system of cutting. *Vestnik of DSTU*, 2013, vol. 13, no. 5–6(74), pp. 97–103 (in Russian).
29. Zakovorotny V.L., Gvindjiliya V.E. The influence of kinematic perturbations towards longitudinal motion on shape-generating movement trajectories in cutting dynamic system. *University News. North-Caucasian Region. Technical Sciences Series*, 2016, no. 4 (192), pp. 67–76 (in Russian).
30. Zakovorotny V.L., Gvindjiliya V.E. Bifurcations of attracting sets of deformation displacement of cutting tool depending on the spindle group beats. *Izvestia VUZ, Applied Nonlinear Dynamics*, 2017, vol. 25, no. 6, pp. 40–52 (in Russian).
31. Haken G. *Secrets of the Nature. Synergetic: the Doctrine of Interaction*. M.-Izhevsk, Institute of the Computer Researches, 2003, 320 p. (in Russian)
32. Prigogine I. *From Being to Becoming*. Moscow: Science, 1985, 296 p. (in Russian)
33. Prigogine I., Stengers I. *Order out of Chaos: Man's New Dialogue with the Nature*. M.: Progress, 1986. 432 p. (in Russian)
34. Remada M., Rigal J. Evolution during time of tool wear and cutting forces in the case of hard turning with CBN inserts. *Journal of Materials Processing Technology*, 2006, vol. 178, pp. 67–75.
35. Brzhozovsky B.M., Martynov V.V. *The Control of Systems and Processes*, Saratov, Saratov State Technical University, 2008, pp. 137–142 (in Russian).
36. Zakovorotny, V.L., Bordachev E.V. Information support of the dynamic diagnostic system for cutting tool wear by the example of lathing. *Journal of Machinery Manufacture and reliability*, 1995, no. 3, pp. 95–103 (in Russian).

Заковоротный Вилор Лаврентьевич родился в Красноярске (1940), окончил Ростовский институт сельскохозяйственного машиностроения (1962). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук (1966, Новочеркасский политехнический институт) и доктора технических наук (1983, Киевский политехнический институт). Основал научную школу, исследующую синергетические принципы управления и диагностики процессов резания и трения. Более 40 лет работает в области исследования устойчивости и эволюции динамических нелинейных систем, взаимодействующих со средами. Заведующий кафедрой «Автоматизация производственных процессов» ДГТУ (1981–2015), проректор по научной работе ДГТУ (1991–2008). Автор более чем 400 научных статей как в российских, так и зарубежных научных журналах, а также ряда авторских свидетельств и патентов. Опубликовал 10 научных монографий. Под его руководством защищено 7 докторских и 42 кандидатских диссертаций. Лауреат Государственной премии Украинской ССР, заслуженным деятелем науки РФ. Входит в редакционную коллегию 3 журналов, включенных в перечень ВАК РФ. Член трех диссертационных советов.

Россия, 344000 Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1
Донской государственный технический университет
E-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru

Гвинджилия Валерия Енвериевна родилась в Ростове-на-Дону (1994). Окончила бакалавриат (2016) и магистратуру (2018) Донского государственного технического университета по специальности «Управление в технических системах» и направлению «Анализ и синтез систем управления движением механических объектов, взаимодействующих с различными средами». Работает инженером в Ростовском научно-исследовательском институте радиосвязи. Область научных интересов – фундаментальные основы инженерных наук, нелинейная динамика процессов обработки на металлорежущих станках, проблемы самоорганизации и эволюции. Опубликовала 12 научных статей как в российских, так и зарубежных научных журналах.

Россия, 344000 Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1
Донской государственный технический университет
E-mail: sinedden@yandex.ru