ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННОМ ПОТОКЕ В СКРЕЩЕННЫХ СТАТИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ ПРИ ЕГО ДВИЖЕНИИ В СРЕДЕ С КОМПЛЕКСНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ

А. А. Фунтов

Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
E-mail: aafuntov@mail.ru

Рассматривается резистивный усилитель – вакуумный СВЧ-прибор, в котором усиление происходит благодаря сдвигу фаз между переменным током электронного потока и переменными составляющими поля, возникающего из-за присутствия поглощающих стенок. Интересен он тем, что отсутствует необходимость в замедляющей системе, что важно, например, для освоения субмиллиметрового диапазона. В рассматриваемом приборе также почти полностью отсутствует обратная связь между выходом и входом.

В последнее время к резистивному усилителю вновь проявлено внимание в связи с возможностью использования метаматериалов, заметно увеличивающих коэффициент усиления.

Построена двумерная линейная адиабатическая теория устройства с электронным потоком конечной толщины, который движется в скрещенных статических электрическом и магнитном полях (поток магнетронного типа) между двумя плоскими поверхностями с комплексной проводимостью. В работе впервые изложена последовательная теория для усилителя на поглощении М-типа с пучком конечной толщины при движении электронного потока магнетронного типа в среде с комплексной проводимостью.

Рассмотрены случаи, когда обе поверхности металлические, и когда одна из поверхностей металлическая, а другая – имеет активную, емкостную или индуктивную проводимость. Исследованы случаи тонкого и толстого пучка. Показано, что комплексная проводимость поверхностей увеличивает область неустойчивости, и при емкостной проводимости возникает неустойчивость толстых пучков, невозможная только из-за дионоэлектронной неустойчивости. Показано увеличение коэффициента усиления при приближении потока к плоским поверхностям с комплексной проводимостью.

Ключевые слова: Резистивный усилитель, М-тип, линейная теория, толстый пучок.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-3-75-88

Образец цитирования: Фунтов А.А. Волновые процессы в электронном потоке в скрещенных статических электрических и магнитных полях при его движении в среде с комплексной проводимостью // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25, № 3. С. 75–88.

WAVE PROCESSES IN THE ELECTRON BEAM IN CROSSED STATIC ELECTRIC AND MAGNETIC FIELDS AS IT MOVES IN A MEDIUM WITH A COMPLEX CONDUCTIVITY

A. A. Funtov

Saratov State University
Russia, 410012 Saratov, Astrakhanskaya str., 83
E-mail: aafuntov@mail.ru

Resistive wall amplifier is vacuum microwave device. The gain is due to the phase shift between a.c. of electron beam and the alternating field components. The absorbing device walls influence on the alternating field components is considered. It is interesting that there is no need for a slowing system that is important to learn the submillimeter range. Furthermore the feedback is completely absent between the output and the input.

Recently, attention has been paid to resistive wall amplifier in connection with the possibility of using metamaterials that significantly increases the gain.

It is worked out (developed) two-dimensional linear adiabatic theory of a device with an electron beam moving in crossed static electric and magnetic fields (magnetron-type flux). The electron beam of finite thickness is inserted between two flat surfaces with complex conductivity.

In this paper, a consistent theory for an M-type absorption amplifier with a beam of finite thickness, and for the motion of an electron beam of a magnetron type in a medium with complex conductivity is present for the first time.

The cases, when both surfaces are metallic, and when one of the surfaces is metallic, and the other has active, capacitive or inductive conductivity, are considered. The cases of a thin and thick beam are investigated. It is shown that the complex conductivity of surfaces increases the instability region, and with capacitive conductivity, an instability of thick beams is created, which is impossible only because of the diocotron instability. An increase in the gain as the flow approaches the flat surfaces with complex conductivity is shown.

Keywords: Resistive wall amplifier, linear theory, M-type, thick beam.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-3-75-88

Paper reference: Funtov A.A. Wave processes in the electron beam in crossed static electric and magnetic fields as it moves in a medium with a complex conductivity // *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2017. Vol. 25. Issue 3. P. 75–88.

Введение

Резистивный усилитель – один из вакуумных СВЧ-приборов, не получивших распространения. Однако в последнее время он снова привлек внимание из-за своих особенностей: почти полное отсутствие обратной связи между выходом и входом и исключение необходимости в замедляющей системе. Усиление происходит благодаря сдвигу фаз между переменным током электронного потока и переменными составляющими поля, возникающего из-за присутствия поглощающих стенок.

В данной работе строится теория усилителя на поглощении М-типа с пучком конечной толщины, движущимся в пространстве дрейфа со стенками с комплексной проводимостью. Решение данной задачи инициировано следующими причинами.

1. Возвращение интереса к усилителю на поглощении (резистивному усилителю) в связи с появлением метаматериалов [1–5].
2. Отсутствие теории резистивного усилителя, в котором используется электронный поток, движущийся в статических электрическом и магнитном полях (поток магнетронного типа). О возможности осуществления такого прибора есть лишь краткое упоминание в [6].
3. Отсутствие последовательной теории волновых процессов в различных моделях электронного потока магнетронного типа при его движении в среде с комплексной проводимостью.

Полученное дисперсионное уравнение исследуется при различных проводимостях среды для различной конечной толщины пучка; также рассчитывается коэффициент усиления.

1. Модели и основные уравнения. Дисперсионное уравнение

Рассмотрим двумерную плоскую модель усилителя на поглощении М-типа в приближении слабого сигнала. Начнем с модели потока конечной толщины, который движется в положительном направлении оси x между двумя плоскими поверхностями, имеющими в общем случае комплексные проводимости

$$jY_{1,2} = \frac{E_y}{E_x} \Big|_{y=0,d},$$

где индексы « x », « y » означают соответствующую компоненту поля. Поток движется между плоскими поверхностями в вакууме, внешнее ВЧ поле отсутствует (рис. 1).

В общем случае проводимость можно представить в виде [7]

$$Y = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} + j \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0},$$

где $j = \sqrt{-1}$, ω – рабочая частота, σ – действительная погонная проводимость, ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума, ε – диэлектрическая проницаемость среды; формально индуктивную проводимость можно сопоставить с метаматериалом с $\varepsilon < 0$.

Считаем, что $\omega_p^2 \ll \omega_c^2$, где $\omega_p^2 = \eta \rho_0 / \varepsilon_0$ – квадрат плазменной частоты, η – удельный заряд электрона, ρ_0 – средняя плотность электронного потока, $\omega_c = \eta B$ – циклотронная частота. Воспользуемся адиабатическим приближением.

На границах пучка x -компоненты поля непрерывны, то есть

$$\begin{aligned} E_{x2}^- &= E_{x2}^+ = E_{x2}, \\ E_{x1}^- &= E_{x1}^+ = E_{x1}, \end{aligned} \quad (*)$$

Рис. 1. Двумерная плоская модель усилителя на поглощении М-типа. Здесь: y_0 – координата оси пучка; 2Δ – толщина пучка; d – расстояние между поверхностями; B – индукция статического магнитного поля

где верхние индексы «+», «-» означают, что поле берется над и под границей пучка, соответственно; нижние индексы «1», «2» означают, что поле берется на нижней или верхней границе, соответственно.

Условия разрыва нормальной составляющей напряженности поля пространственного заряда имеют вид

$$\begin{aligned} E_y^+(y_2) - E_y^-(y_2) &= \frac{\rho_0}{\varepsilon_0} \tilde{y}_2, \\ E_y^+(y_1) - E_y^-(y_1) &= -\frac{\rho_0}{\varepsilon_0} \tilde{y}_1, \end{aligned} \quad (**)$$

где $y_1 = y_0 - \Delta + \tilde{y}_1$ – координата нижней границы пучка, а $y_2 = y_0 + \Delta + \tilde{y}_2$ координата верхней границы пучка; $y_0 \gg \tilde{y}_{1,2}$, где $\tilde{y}_{1,2}$ – смещения соответствующих границ.

На входе в пространство между пластинами (см. рис. 1) пучок имеет толщину 2Δ . В результате действия наведенных на поверхностях зарядов возникает продольное $\tilde{x}$ и поперечное $\tilde{y}$ смещения границ пучка. В представлении полей в пространстве между проводящими поверхностями будем следовать методики, описанной в [8].

Волны, которые могут распространяться ниже и выше пучка (области 1 и 2 на рис. 1, соответственно), а также в пучке, возьмем в виде $\bar{E} = \bar{E}(y) e^{j(\omega t - \beta x)}$, где $E_x(y) = a \operatorname{sh} \beta y + b \operatorname{ch} \beta y$, β – искомая постоянная распространения. Если известны поля на плоскостях $y = y'_1$ и $y = y'_2$, то поля между ними можно записать в виде

$$\begin{aligned} E_x(y) &= \frac{1}{\operatorname{sh} \beta (y'_2 - y'_1)} [E_x(y'_1) \operatorname{sh} \beta (y'_2 - y) + E_x(y'_2) \operatorname{sh} \beta (y - y'_1)], \\ E_y(y) &= \frac{j}{\operatorname{sh} \beta (y'_2 - y'_1)} [-E_x(y'_1) \operatorname{ch} \beta (y'_2 - y) + E_x(y'_2) \operatorname{ch} \beta (y - y'_1)]. \end{aligned} \quad (1)$$

Если известны поля на границах пучка (то есть при y_1 и y_2), то из (1) следует

$$\begin{aligned} E_y^-(y_2) &= \frac{j}{\operatorname{sh} 2\beta\Delta} [-E_{x1} + E_{x2} \operatorname{ch} 2\beta\Delta], \\ E_y^+(y_1) &= \frac{j}{\operatorname{sh} 2\beta\Delta} [-E_{x1} \operatorname{ch} 2\beta\Delta + E_{x2}]. \end{aligned}$$

Подставив граничные условия (*) в (1), получим

$$\begin{aligned} E_y|_{y=d} &= \frac{j}{\operatorname{sh} \beta (y_0 - \Delta)} [-E_{x2} + E_x|_{y=d} \operatorname{ch} \beta (d - y_0 - \Delta)] = jY_2 E_x|_{y=d}, \\ E_y|_{y=0} &= \frac{j}{\operatorname{sh} \beta (y_0 - \Delta)} [-E_x|_{y=0} \operatorname{ch} \beta (y_0 - \Delta) + E_{x1}] = jY E_x|_{y=0}. \end{aligned}$$

Из этих соотношений, используя (1), легко найти выражение

$$E_y^-(y_1) = jE_{x1} \frac{Y_1 + \operatorname{th} \beta (y_0 - \Delta)}{Y_1 \operatorname{th} \beta (y_0 - \Delta) + 1}$$

и

$$E_y^+(y_2) = -jE_{x2} \frac{Y_2 - \operatorname{th} \beta (d - y_0 - \Delta)}{Y_2 \operatorname{th} \beta (d - y_0 - \Delta) - 1}.$$

Тогда условия разрыва (**) примут вид

$$\frac{\rho_0}{j\varepsilon_0} \tilde{y}_2 = \frac{E_{x1}}{\operatorname{sh} 2\beta\Delta} - E_{x2} S_2 \operatorname{cth} 2\beta\Delta,$$

$$-\frac{\rho_0}{j\varepsilon_0} \tilde{y}_1 = \frac{E_{x2}}{\operatorname{sh} 2\beta\Delta} - E_{x1} S_1 \operatorname{cth} 2\beta\Delta,$$

$$\text{где } S_1 = 1 + \operatorname{th} 2\beta\Delta \frac{Y_1 + \operatorname{th} \beta (y_0 - \Delta)}{Y_1 \operatorname{th} \beta (y_0 - \Delta) + 1}, \quad S_2 = 1 + \operatorname{th} 2\beta\Delta \frac{Y_2 - \operatorname{th} \beta (d - y_0 - \Delta)}{Y_2 \operatorname{th} \beta (d - y_0 - \Delta) - 1}.$$

После простых алгебраических преобразований получим

$$\begin{cases} E_{x1} = \frac{\rho_0}{j\varepsilon_0} \operatorname{sh} 2\beta\Delta \frac{\tilde{y}_2 - \tilde{y}_1 S_2 \operatorname{ch} 2\beta\Delta}{1 - S_1 S_2 \operatorname{ch}^2 2\beta\Delta} \\ E_{x2} = \frac{\rho_0}{j\varepsilon_0} \operatorname{sh} 2\beta\Delta \frac{\tilde{y}_2 S_1 \operatorname{ch} 2\beta\Delta - \tilde{y}_1}{1 - S_1 S_2 \operatorname{ch}^2 2\beta\Delta} \end{cases} \quad (2)$$

В указанных приближениях уравнения движения на границах пучка можно записать как систему уравнений

$$\begin{cases} j(\omega - \beta(v_0 - \Delta\omega_p^2/\omega_c)) \tilde{y}_1 = -\frac{\eta}{\omega_c} E_{x1}, \\ j(\omega - \beta(v_0 + \Delta\omega_p^2/\omega_c)) \tilde{y}_2 = -\frac{\eta}{\omega_c} E_{x2}, \end{cases} \quad (3)$$

где v_0 – средняя скорость на оси пучка, так как скорости на нижней и верхней границах равны $v_1 = v_0 - \Delta\omega_p^2/\omega_c$ и $v_2 = v_0 + \Delta\omega_p^2/\omega_c$, соответственно.

Подставив соотношения (2) в уравнения (3), из условий совместности полученной системы находим дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned} (\omega - \beta v_0)^2 - (\omega - \beta v_0)(S_1 - S_2) \frac{\omega_p^2}{\omega_c} \frac{\operatorname{ch} 2\beta\Delta \operatorname{sh} 2\beta\Delta}{1 - S_1 S_2 \operatorname{ch}^2 2\beta\Delta} = \\ = -\left(\frac{\omega_p^2}{\omega_c}\right)^2 \left[\frac{\operatorname{sh} 2\beta\Delta}{1 - S_1 S_2 \operatorname{ch}^2 2\beta\Delta} (\operatorname{sh} 2\beta\Delta - (S_1 + S_2) \beta\Delta \operatorname{ch} 2\beta\Delta) - \beta^2 \Delta^2 \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Заменим в правой части (4) и в тригонометрических функциях β на β_e (адиабатическое приближение $\beta \approx \beta_e$) и решим (4) относительно $(\omega - \beta v_0)$. Тогда корни дисперсионного уравнения запишутся в виде

$$\beta = \beta_e \left(1 - \frac{\Omega}{2} (X \pm jM) \right), \quad (5)$$

где

$$jM = \sqrt{(S_1 - S_2)^2 \chi^2 \operatorname{ch}^2 2\beta_e \Delta - 4\chi (\operatorname{sh} 2\beta_e \Delta - (S_1 + S_2) \beta_e \Delta \operatorname{ch} 2\beta_e \Delta) + 4\beta_e^2 \Delta^2},$$

$$X = (S_1 - S_2) \chi \operatorname{ch} 2\beta_e \Delta, \quad \chi = \frac{\operatorname{sh} 2\beta_e \Delta}{1 - S_1 S_2 \operatorname{ch}^2 2\beta_e \Delta}, \quad \Omega = \frac{\omega_p^2}{\omega_c \omega}.$$

При $Y_{1,2} \rightarrow \infty$ (металлические стенки) S_1 и S_2 примут вид

$$S_1 = 1 + \frac{\text{th } 2\beta_e \Delta}{\text{th } \beta_e (y_0 - \Delta)}, \quad S_2 = 1 + \frac{\text{th } 2\beta_e \Delta}{\text{th } \beta_e (d - y_0 - \Delta)}. \quad (6)$$

Подставим выражения (6) в уравнение (4), с учетом замены β на β_e после несложных преобразований (4) с точностью до обозначений переходит в уравнение работы [9, ур-ие (121)]

$$(\omega - \beta v_1)(\omega - \beta v_2) + (\omega - \beta v_1) \frac{\omega_p^2}{\omega_c} a_{22} - (\omega - \beta v_2) \frac{\omega_p^2}{\omega_c} a_{11} = - \left(\frac{\omega_p^2}{\omega_c} \right)^2 (a_{12}^2 - a_{11} a_{22}),$$

где $a_{ij} = \frac{\text{sh } \beta_e z_i \text{ sh } \beta_e (d - z_j)}{\text{sh } \beta_e d}$, $z_{1,2} = y_0 \mp \Delta$.

При $Y_{1,2} \rightarrow \infty$ и бесконечно удаленных стенках ($d \rightarrow \infty$) имеем

$$S_1 = S_2 = 1 + \text{th } 2\beta_e \Delta.$$

Тогда уравнение (4) в случае $\beta \approx \beta_e$ с точностью до обозначений переходит в уравнение работы [10, ур-ие (V.8)]

$$(\beta - \beta_e)^2 = - \left(\frac{\omega_p^2 \beta_e \Delta}{\omega_c v_0} \right)^2 \frac{e^{-4\beta_e \Delta} + 4\beta_e \Delta - 1 - 4\beta_e^2 \Delta^2}{4\beta_e^2 \Delta^2}. \quad (7)$$

Если предположить ещё и очень малую толщину пучка, то есть $\beta_e \Delta \ll 1$, то уравнение (7) сведется к хорошо известному (см., например, [8, 10, 11]) дисперсионному уравнению

$$(\beta - \beta_e)^2 = - \left(\frac{\omega_p^2 \beta_e \Delta}{\omega_c v_0} \right)^2.$$

2. Анализ дисперсионного уравнения

Рис. 2. Область (здесь и далее отмечена серым цветом) существования неустойчивости корней уравнения (7) на карте параметров Ω и $\beta_e \Delta$ в случае бесконечно удаленных стенок пространства дрейфа

2.1. Толстый пучок. Прежде

всего, рассмотрим область существования неустойчивости для корней уравнения (7) (рис. 2). Так как уравнение (7) получено при условии бесконечно удаленных стенок, неустойчивость возможна только при $\beta_e \Delta \ll 1$.

Найдем границы существования неустойчивости, используя выражение (5). Нетрудно видеть, что для этого достаточно использовать условие

$$M = 0.$$

Введем для удобства фактор заполнения

$$F = \frac{2\Delta}{d}.$$

На рис. 3 представлена область существования неустойчивости на карте параметров Ω и F в случаях, когда одна из поверхностей металлическая, а другая имеет индуктивную ($\text{Im } Y_2 < 0$) (а) или емкостную ($\text{Im } Y_2 > 0$) (б) проводимость. Видно, что при емкостной проводимости появляется неустойчивость для толстых пучков, чего не было при индуктивной проводимости и в случае бесконечно удаленных поверхностей [9].

Таким образом, неустойчивость толстых пучков, невозможная при наличии обеих металлических поверхностей (диокотронная неустойчивость отсутствует), возникает из-за емкостной проводимости одной из поверхностей, что можно объяснить появлением резистивной неустойчивости.

Рассмотрим также область неустойчивости на карте параметров F и $\beta_e d$. На рис. 4, а показаны результаты в случае, когда обе поверхности металлические. Нетрудно видеть, что для толстого пучка, как и на рис. 2, неустойчивости не существует, а для сохранения неустойчивости нужно уменьшать фактор заполнения с увеличением расстояния между поверхностями. На рис. 4, б представлена область неустойчиво-

Рис. 3. Область существования неустойчивости корней (5) на карте параметров Ω и F при $2\beta_e y_0 = \beta_e d = 100$, когда одна из поверхностей пространства дрейфа металлическая $Y_1 \rightarrow \infty$, а другая имеет индуктивную или емкостную проводимость: а - $Y_2 = -j$, б - $Y_2 = j$

Рис. 4. Область существования неустойчивости корней (5) на карте параметров F и $\beta_e d$ при $y_0 = d/2$, $\Omega = 10^{-6}$ и металлической поверхности $Y_1 \rightarrow \infty$: а - $Y_2 \rightarrow \infty$; б - $Y_2 = 0$

Рис. 5. Область существования неустойчивости корней (5) на карте параметров F и $\beta_e d$ при $\beta_e y_0 = \beta_e d/2$, $\Omega = 10^{-6}$, когда одна из поверхностей пространства дрейфа металлическая $Y_2 \rightarrow \infty$, а другая имеет индуктивную или емкостную проводимость: а – $Y_1 = -j$; б – $Y_1 = j$

Рис. 6. Область существования неустойчивости корней (5) на карте параметров F и $\text{Im} Y_1$ при $\beta_e d = 50$, $\beta_e y_0 = \beta_e d/2$, $\Omega = 10^{-6}$, $\text{Re} Y_1 = 0$, $Y_2 \rightarrow \infty$

сти, когда одна из поверхностей металлическая, а другая – диэлектрик. В этом случае область неустойчивости больше при малых $\beta_e d$, и неустойчивость возможна для толстого пучка.

На рис. 5 показаны области неустойчивости, когда одна из поверхностей металлическая, а другая имеет индуктивную (а) или емкостную (б) проводимость. В случае индуктивной проводимости область неустойчивости при малых $\beta_e d$ увеличивается ещё больше, чем на рис. 4, б, а в случае емкостной – увеличивается и для толстых пучков.

На рис. 6 приведена область неустойчивости корней (5) на карте параметров F и $\text{Im} Y_1$, в случае, когда одна из поверхностей металлическая. Видно, что для тонкого пучка неустойчивость существует для обоих типов проводимостей, а для толстого – только при емкостной проводимости.

Исследуем корни дисперсионного уравнения. В случае $Y_{1,2} \rightarrow \infty$ в [9] показано, что зависимость мнимой части одного из корней дисперсионного уравнения от толщины пучка имеет максимум, а затем обращается в 0 с увеличением толщины (рис. 7), что также наблюдалось и в настоящей работе.

Рассмотрим детальное поведение корней (5) от различных параметров. На рис. 8 представлена зависимость $\text{Im}(\beta/\beta_e)$ от фактора заполнения в случаях, когда одна из поверхностей металлическая, а другая с индуктивной (а) или емкостной (б) проводимостью. Как и обсуждалось выше, зависимость имеет максимум, а в случае емкостной проводимости возможна неустойчивость для толстого пучка, причем при $F \rightarrow 1$ $\text{Im}(\beta/\beta_e)$ принимает большие значения, чем в максимуме.

Можно было бы заподозрить, что резкое возрастание $\text{Im}(\beta/\beta_e)$ при $F \rightarrow 1$ происходит из-за выхода теории за пределы допущений, однако значения $\text{Re}(\beta/\beta_e)$ на рис. 8, в отличаются от 1 только в 6-ом знаке после запятой, то есть нарушения допущений не произошло.

На рис. 9 показаны зависимости $\text{Im}(\beta/\beta_e)$ от $\text{Im}Y_2$ в случае, когда толстый пучок расположен посередине между поверхностями. Видно, что в этом случае максимум $\text{Im}(\beta/\beta_e)$ имеет место при емкостной проводимости.

Рис. 7. а – зависимость мнимой части корня (5) от толщины пучка при $\beta_e d = 10$, $\Omega = 10^{-6}$ в случае обеих металлических поверхностей; б – аналогичная зависимость из работы [9] (здесь $\omega_п = \omega_e$, $\omega_{пл} = \omega_p$, $\omega_{e0} = \beta v_0$, $\epsilon = \Delta$)

Рис. 8. Зависимости $\text{Im}(\beta/\beta_e)$ и $\text{Re}(\beta/\beta_e)$ от фактора заполнения F при $\beta_e d = 10$, $\Omega = 10^{-6}$, $\beta_e \Delta = 10^{-3}$, $Y_2 \rightarrow \infty$: а – $Y_1 = -j$; б, в – $Y_1 = j$. На фрагменте «в» пунктиром показаны результаты в случае обеих металлических поверхностей. Здесь и далее черные и серые линии соответствуют разным корням дисперсионного уравнения

Рис. 9. Зависимость $\text{Im}(\beta/\beta_e)$ от $\text{Im}Y_2$ для толстого пучка, расположенного посередине между поверхностями, при $\beta_e d = 10$, $\Omega = 10^{-6}$, $Y_1 \rightarrow \infty$, $\text{Re}Y_2 = 0$, $\beta_e y_0 = 5$, $F = 0.9$

2.2. Тонкий пучок. Исследуем корни (5) в случае тонкого пучка. Из рис. 10 видно, что в случае, когда одна из поверхностей металлическая, а другая имеет чисто мнимую проводимость, отличие от случая обеих металлических поверхностей возникает только вблизи проводящей поверхности. Причем, если проводимость емкостная (рис. 10, *в* и *з*), $\text{Im}(\beta/\beta_e)$ увеличивается по мере приближения к поверхности. Из рис. 11 видно, что $\text{Im}(\beta/\beta_e)$ почти не зависит от проводимости посередине между поверхностями и имеет максимум вблизи поверхности с емкостной проводимостью.

Итак, емкостная и индуктивная проводимости увеличили область существования неустойчивости, в первую очередь, для толстых пучков. Для тонких пучков, по сравнению с одной только диокотронной неустойчивостью, появилась заметное изменение мнимой части корней дисперсионного уравнения у поверхности с конечной проводимостью.

Рис. 10. Зависимости $\text{Im}(\beta/\beta_e)$ от $\beta_e y_0$ для очень тонкого пучка при $\beta_e d = 10$, $\Omega = 10^{-6}$, $\beta_e \Delta = 10^{-3}$, *а* – $Y_1 = -j$, $Y_2 \rightarrow \infty$; *б* – $Y_1 \rightarrow \infty$, $Y_2 = -j$; *в* – $Y_1 = j$, $Y_2 \rightarrow \infty$; *г* – $Y_1 \rightarrow \infty$, $Y_2 = j$. Пунктиром показаны результаты в случае обеих металлических поверхностей

Рис. 11. Зависимость $\text{Im}(\beta/\beta_e)$ от $\text{Im} Y_1$ при $\beta_e d = 10$, $\Omega = 10^{-6}$, $\beta_e \Delta = 10^{-3}$, $Y_2 \rightarrow \infty$, $\text{Re} Y_1 = 0$: *а* – $\beta_e y_0 = 5$, *б* – $\beta_e y_0 = 0.5$. Пунктиром показаны результаты в случае двух металлических поверхностей

3. Расчёт коэффициента усиления

Для расчета коэффициента усиления рассмотрим модель усилителя с пространством дрейфа, имеющим комплексную проводимость стенок (рис. 12). Входная и выходная секции представляют собой отрезки линий передачи с длинами l_1 и l_2 , соответственно. Электронный пучок конечной толщины модулируется полями отрезка линии передачи во входной секции, проходит через секцию с комплексной проводимостью и наводит поле в отрезке линии передачи в выходной секции.

Во входную секцию с сопротивлением связи K поступает входной сигнал E_{in} и невозмущенный электронный поток с полным током I_0 при ускоряющем напряжении V_0 . Для расчета возмущений границ электронного потока во входной секции используем теорию, изложенную в статье [12].

В приближении заданного поля с учетом использованных выше допущений уравнение для возмущений примет вид

Рис. 12. Модель резистивного усилителя для расчета коэффициента усиления

$$\frac{\partial^2 \tilde{y}_{1,2}^0}{\partial x^2} + j\beta_e \left(2 - \frac{\Omega Q}{\text{sh } \beta_e d} \right) \frac{\partial \tilde{y}_{1,2}^0}{\partial x} + \beta_e^2 \left(-1 + \frac{\Omega Q}{\text{sh } \beta_e d} + \frac{\Omega^2 W}{\text{sh}^2 \beta_e d} \right) \tilde{y}_{1,2}^0 = \frac{g_{1,2}}{v_0^2} E_{in} e^{-j\beta_0 l_1},$$

где β_0 – постоянная распространения в отрезке линии передачи без пучка;

$$Q = \text{sh } \beta_e (d - y_0 - \Delta) \text{sh } \beta_e (y_0 + \Delta) - \text{sh } \beta_e (d - y_0 + \Delta) \text{sh } \beta_e (y_0 - \Delta);$$

$$W = \text{sh } \beta_e (d - y_0 - \Delta) \text{sh } \beta_e (y_0 + \Delta) \text{sh } \beta_e (d - y_0 + \Delta) \text{sh } \beta_e (y_0 - \Delta);$$

$$g_1 = -j \frac{\eta (\omega - \beta_0 v_0)}{\omega_c} + j \frac{\eta \omega_p^2}{\omega_c^2} \frac{\text{sh } \beta_e (d - y_0 - \Delta)}{\text{sh } \beta_e d} (\text{sh } \beta_e (y_0 + \Delta) - \text{sh } \beta_e (y_0 - \Delta));$$

$$g_2 = -j \frac{\eta (\omega - \beta_0 v_0)}{\omega_c} + j \frac{\eta \omega_p^2}{\omega_c^2} \frac{\text{sh } \beta_e (y_0 - \Delta)}{\text{sh } \beta_e d} (\text{sh } \beta_e (d - y_0 - \Delta) - \text{sh } \beta_e (d - y_0 + \Delta)).$$

При начальных условиях

$$\begin{cases} \tilde{y}_{1,2}^0(x = -l_1) = 0, \\ \frac{\partial \tilde{y}_{1,2}^0}{\partial x}(x = -l_1) = 0 \end{cases}$$

с помощью простых, но громоздких вычислений найдем искомые возмущения

$$\tilde{y}_{1,2}^0(x = 0) = \frac{g_{1,2} E_{in}}{v_0^2 H} \left(\frac{-k_2 - j\beta_0}{k_2 - k_1} e^{k_1 l_1} + \frac{k_1 + j\beta_0}{k_2 - k_1} e^{k_2 l_1} + e^{-j\beta_0 l_1} \right), \quad (8)$$

$$\text{где } H = -(\beta_0 - \beta_e)^2 + \beta_e \frac{\Omega Q}{\text{sh } \beta_e d} (\beta_e - \beta_0) + \frac{\Omega^2 W \beta_e^2}{\text{sh}^2 \beta_e d}, \quad k_{1,2} = j\beta_e \left(-1 + \frac{\Omega (Q \pm Q')}{2 \text{sh } \beta_e d} \right),$$

$$Q' = \text{sh } \beta_e (d - y_0 - \Delta) \text{sh } \beta_e (y_0 + \Delta) + \text{sh } \beta_e (d - y_0 + \Delta) \text{sh } \beta_e (y_0 - \Delta).$$

Так как дисперсионное уравнение, полученное в разделе 1, имеет два корня, то возмущения границ в секции с комплексной проводимостью можно записать как

$$\tilde{y}_{1,2} = A_{1,2}e^{-j\beta_1 x} + C_{1,2}e^{-j\beta_2 x},$$

которые с использованием уравнения (8) в качестве начальных условий примут вид

$$\begin{aligned} \tilde{y}_{1,2} = \frac{1}{jM\Omega} \left(\left[\left(1 - \frac{\Omega}{2} (X - jM) \right) \tilde{y}_{1,2}^0 - \frac{j}{\beta_e} \frac{\partial \tilde{y}_{1,2}^0}{\partial x} \right] e^{-j\beta_e x \left(1 - \frac{\Omega}{2} (X + jM) \right)} + \right. \\ \left. + \left[\frac{j}{\beta_e} \frac{\partial \tilde{y}_{1,2}^0}{\partial x} - \left(1 - \frac{\Omega}{2} (X + jM) \right) \tilde{y}_{1,2}^0 \right] e^{-j\beta_e x \left(1 - \frac{\Omega}{2} (X - jM) \right)} \right). \end{aligned}$$

В выходной секции наведенное пучком поле найдем из работы [12, ур-ие (8)]

$$E_{\text{out}} = -\frac{\beta_0^2 \beta_e K I_0}{4\beta_0 \Delta \text{sh } \beta_e d} \int_0^{l_2} [\tilde{y}_2(L) \text{sh } \beta_e (y_0 + \Delta) - \tilde{y}_1(L) \text{sh } \beta_e (y_0 - \Delta)] e^{-j\beta_0(l_2 - \zeta)} d\zeta,$$

где L – длина секции с комплексной проводимостью (длина пространства дрейфа), l_2 – длина выходной секции. Это выражение в уже сделанных допущениях и в приближении заданных возмущений ($\tilde{y}_{1,2}(L) = \tilde{y}_{1,2}(L + \zeta)$) примет вид

$$\frac{E_{\text{out}}}{E_{\text{in}}} = \frac{j(1 - e^{-j\beta_0 l_2}) D^2 \beta_0}{4\beta_e \Delta} [\tilde{y}'_2(L) \text{sh } \beta_e (y_0 + \Delta) - \tilde{y}'_1(L) \text{sh } \beta_e (y_0 - \Delta)],$$

где $\tilde{y}_{1,2} = \frac{\eta \omega}{v_0^2 \omega_c \beta_e^2} E_{\text{in}} \tilde{y}'_{1,2}$, $D^2 = \frac{K I_0}{2V_0 \text{sh } \beta_e d} \frac{\omega}{\omega_c}$ – параметр усиления отрезка линии передачи.

Коэффициент усиления будем искать в виде

$$G = 20 \lg \left| \frac{E_{\text{out}}}{E_{\text{in}}} \right|.$$

На рис. 13 представлены зависимости коэффициента усиления от длины секции с комплексной проводимостью при различных положениях пучка и факторах

Рис. 13. Зависимости коэффициента усиления от $\beta_e L$ при $\Omega = 10^{-6}$, $\beta_e l_1 = \beta_e l_2 = 16$, $D = 0.63$, $\beta_0/\beta_e = 1$, $\beta_e d = 20$, $Y_2 \rightarrow \infty$, $Y_1 = -j$, (а) $F=0.1$, (б) $\beta_e y_0 = 10$

заполнения. Видно, что усиление максимально вблизи верхней поверхности. Отметим, что зависимости не изменяются при смене типа проводимости и при наличии нижней металлической поверхности, и потому не приводятся.

Из рис. 14 видно, что наибольшее усиление достигается при большом факторе заполнения. В случае обеих металлических поверхностей это объясняется действием входной секции подобно действию ЛБВМ-усилителя [12].

Рис. 14. Зависимости коэффициента усиления от F при $\beta_e d = 2\beta_e y_0 = 20$, $\Omega = 10^{-6}$, $\beta_e l_1 = \beta_e l_2 = 16$, $D = 0.63$, $Y_2 \rightarrow \infty$, $Y_1 = -j$, $\beta_e L = 100$

Заключение

- Изложена последовательная теория усилителя М-типа с комплексной проводимостью области дрейфа и пучком конечной толщины.
- Показано, что комплексная проводимость поверхностей увеличивает область неустойчивости, и при емкостной проводимости возникает неустойчивость толстых пучков, невозможная только из-за диокотронной неустойчивости.
- Показано увеличение коэффициента усиления при приближении потока к плоским поверхностям с комплексной проводимостью.

Библиографический список

1. Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifiers // IVEC-2015.
2. Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifiers: Theory and particle-in-cell simulation // IEEE Transactions on Plasma Science. 2015. Vol. 43, Iss. 7. Pp. 2123–2131.
3. Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial design for a metamaterial-enhanced resistive wall amplifier // IVEC-2016.
4. Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifier design using periodically spaced inductive meandered lines // IEEE Transactions on Plasma Science. 2016. Vol. 44, Iss. 10. Pp. 2476–2484.
5. Фунтов А.А. Об учете поперечных движений электронов в резистивном усилителе // Изв. вузов. «ПНД». 2016. Т. 24, № 2. С. 64–76.
6. Варнеке Р. Эволюция принципов действия современных электровакуумных приборов для СВЧ // Миллиметровые и субмиллиметровые волны. Под ред. Р.Г. Мириманова М.: Изд-во ИЛ, 1959.
7. Birdsall C.K., Whinnery J.R. Waves in an electron stream with general admittance walls. // Journal of Applied Physics. 1953. Vol. 24, Iss. 3. Pp. 314–323.
8. Лекции по электронике СВЧ. 2-я зимняя школа-семинар инженеров. Книга V. Саратов: Изд-во Саратовского университета, 1972.
9. Мурье Ж. Теория слабого сигнала // Электронные сверхвысокочастотные приборы со скрещенными полями. Т. 1. Под. ред. М.М. Федорова. М.: Изд-во ИЛ, 1961.

10. *Стальмахов В.С.* Основы электроники сверхвысокочастотных приборов со скрещенными полями. М.: Советское радио, 1963.
11. *Шевчик В.Н., Трубецков Д.И.* Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М.: Советское радио, 1970.
12. *Соколов Д.В., Сокольская Т.М.* О применении метода последовательных приближений к анализу лучевых приборов магнетронного типа с пучком конечной толщины // Вопросы электроники сверхвысоких частот. 1967. Вып. 3. Саратов: Изд-во Саратовского университета, 1967. С. 39–54.

References

1. Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifiers. *IVEC-2015*.
2. Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifiers: Theory and particle-in-cell simulation. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2015. Vol. 43, Iss. 7. Pp. 2123–2131.
3. Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial design for a metamaterial-enhanced resistive wall amplifier. *IVEC-2016*.
4. Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifier design using periodically spaced inductive meandered lines. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2016. Vol. 44, Iss. 10. Pp. 2476–2484.
5. Funtov A.A. About consideration electron transverse motions in resistive wall amplifier. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2016. Vol. 24, Iss. 2. Pp. 64–76.
6. Warnecke R. Convegno di Electronica Etelevisione. Milano, 2, 706, 1954.
7. Birdsall C. K., Whinnery J. R. Waves in an electron stream with general admittance walls. *Journal of Applied Physics*. 1953. Vol. 24, Iss. 3. Pp. 314–323.
8. The lectures on microwave electronics. 2-nd Winter Workshop Engineers. Vol. 5. Saratov: Izd-vo SGU, 1972 (In Russian).
9. Mourier G. Small signal theory in cross-field microwave devices. Vol. 1. New York: Academic Press, 1961. P. 393.
10. Stalmahov V.S. Basics of Electronics Microwave Devices with Crossed Fields. M.: Soviet Radio, 1963 (In Russian).
11. Shevchik V.N., Trubetskov D.I. Analytic methods of calculation in microwave electronic. M.: Soviet Radio, 1970 (In Russian).
12. Sokolov D.V., Sokolskaya T.M. Application of the method of successive approximations to the analysis beam devices magnetron type with a beam of finite thickness. *Proc. «Questions of Microwave Electronics»*. Vol. 3. Saratov: Izd-vo SGU, 1967. Pp. 39–54 (In Russian).

Поступила в редакцию 10.03.2017

Фунтов Александр Андреевич – родился в Балаково Саратовской области (1992). Окончил СГУ (2014). В настоящее время – аспирант кафедры электроники колебаний и волн. Автор пяти научных публикаций. Область научных интересов – вакуумная СВЧ-электроника.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет
E-mail: aafuntov@mail.ru