УДК 533.9:530.182; 533.951.7, 537.86/.87:530.182, 621.385.6.029.6

**ТУРБУЛЕНТНОСТЬ В ЭЛЕКТРОНИКЕ СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ:
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ****Д. И. Трубецков^{1,2}, Ю. А. Калинин¹, А. В. Стародубов¹, А. С. Фокин¹*

¹Национальный исследовательский
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83

²Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Россия, 115409 Москва, Каширское шоссе, 31
E-mail: dtrubetskov@yahoo.com; noios@sgu.ru
StarodubovAV@gmail.com; alexander1989fokin@mail.ru

Представлен обзор современного состояния различных теоретических подходов к описанию турбулентности в электронных потоках и электронных приборах сверхвысоких частот (СВЧ). Выделены и рассмотрены три вида турбулентных (неламинарных) электронных потоков. Первый вид обусловлен пересечением электронных траекторий (например, за счет тепловых скоростей) и присущ всем электронным потокам. Турбулентность второго вида возникает благодаря неустойчивости электронных потоков, из-за которой малые возмущения нарастают экспоненциально (к таким неустойчивостям относятся диокотронная и slipping-неустойчивость). Третий вид – вихревая турбулентность, начало которой кладёт филаментаризация потока. Образующиеся заряженные нити взаимодействуют между собой, что приводит к образованию вихревых структур; присутствие последних повышает число коллективных степеней свободы и может привести к турбулентности. Изложены результаты экспериментального исследования турбулентных электронных потоков и генераторов с их использованием в автономном режиме и при подаче внешнего сигнала. Исследованы различные типы широкополосных генераторов СВЧ-колебаний. Обсуждаются феноменологические модели турбулентного электронного потока, представляющие собой цепочки из сверхизлучающих сгустков, содержащих электроны-осцилляторы, цепочки «вихрей», которые описываются модифицированными уравнениями ван дер Поля.

Ключевые слова: Электронный поток, турбулентность, неустойчивость, вихрь, генератор, широкополосная СВЧ-генерация.

DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-5-4-36

Ссылка на статью: Трубецков Д.И., Калинин Ю.А., Стародубов А.В., Фокин А.С. Турбулентность в электронике сверхвысоких частот: Теоретические подходы и результаты экспериментов // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2016. Т. 24, № 5. С. 4–36.

*Статья написана по материалам одноименного доклада на Международной конференции «АПЭП-2016», 22–23.09.2016, СГТУ им. Ю.А. Гагарина, Саратов, Россия.

Введение

Исследование турбулентности имеет давнюю историю, восходящую к Леонардо да Винчи. Среди его записей есть фрагмент, который поражает воображение: он вводит 64 термина из гидродинамики, сопровождая их рисунками. Эта своеобразная, не соответствующая, а опережающая свое время научно-художественная энциклопедия нелинейных волн с акцентом на турбулентность поражала и продолжает поражать исследователей творчества Леонардо да Винчи во все времена. Впоследствии турбулентность на различном уровне изучалась в жидкостях и газах, в плазме, в экологических и биохимических средах. Значительно меньше исследований турбулентности в электронике СВЧ, анализу которых посвящен данный обзор. Существует много различных определений турбулентности. Будем далее следовать такому определению: турбулентность – это такое состояние среды, при котором возбуждаются движения (турбулентные пульсации) разных масштабов, причём имеет место перекачка энергии между ними. Под масштабом будем понимать порядок величины тех расстояний, на протяжении которых существенно изменяется скорость движения. Следует подчеркнуть, что турбулентные пульсации по своей природе имеют случайный характер.

В связи с созданием вакуумных генераторов шумовых и хаотических колебаний СВЧ появилась проблема в понимании возникновения таких колебаний и их связи с турбулентностью электронных потоков. Работ, в которых рассматривается собственно турбулентность электронных потоков, мало. Их можно разбить на три группы. К *первой группе* следует отнести результаты работ по неламинарным электронным потокам, в которых турбулентность обусловлена пересечением траекторий электронов, например, из-за тепловых скоростей. В работах *второй группы* возникновение турбулентности объясняется неустойчивостью малых возмущений в электронных потоках, которые нарастают экспоненциально, а при достижении больших амплитуд приводят к турбулентности. В *третью группу* выделяют работы, в которых рассматривается вихревая турбулентность или более обще, турбулентность, связанная с образованием когерентных структур в потоке электронов и их взаимодействием. Далее будут рассмотрены различные основные работы выделенных групп.

1. Некоторые теоретические модели турбулентности в электронных потоках и их анализ

Результаты работ, отнесённых к первой группе, изложены в статьях [1,2]. Формально исходная модель этой группы свидетельствует о том, что не существует замкнутой системы гидродинамических уравнений, описывающей электронные потоки. Таким образом, возникает проблема замыкания, подобная аналогичной в классической теории турбулентных жидкостей, что позволяет в рамках гидродинамической теории рассматривать турбулентные электронные потоки, как незначительно отличающиеся от ламинарных. В работе [1] проводится анализ стационарного плоского потока в скрещенных статическом и магнитном полях. Структура тензора давлений вводится феноменологически. Стандартный для подобного подхода в теории турбулентности жидкости анализ показал, что наличие турбулентности в электронном потоке требует увеличения магнитного поля, необходимого для форми-

рования потоков, близких к ламинарным бриллюэновским, для которых плазменная частота в точности равна циклотронной. В статье [2] аналогичную неламинарную модель называют «квазибриллюэновским потоком».

Как указывалось во введении, ко второй группе относятся статьи, в которых возникновение турбулентности связывают с неустойчивостью электронных потоков, когда бесконечно малые возмущения нарастают экспоненциально, в пространстве и/или во времени, а нелинейность приводит к турбулентности. В другой модели считают, что она устойчива по отношению к малым возмущениям, но электронный поток способен перейти в турбулентное состояние при подходящих возмущениях конечной величины. Как правило, анализируется первая модель, хотя, по-видимому, турбулентность может возникать и в том, и в другом случае. Наиболее часто в связи с анализом турбулентности исследуют диокотронную и slipping-неустойчивость (см., например, [3–12]).

Диокотронная неустойчивость возникает в дрейфующем трубчатом электронном потоке, движущемся в продольном магнитном поле и неоднородном электрическом поле пространственного заряда самого пучка [4, 14]. Она близка к неустойчивости тонких заряженных слоев в скрещенных электро- и магнитостатических полях, для которых возможно простое физическое объяснение неустойчивости (см., например [13]). Действительно, если в задаче с трубчатым пучком перейти в систему координат, движущуюся вдоль магнитного поля со статической скоростью электронного потока, то движение электронов будет таким же, как и в пучке в скрещенных полях – перпендикулярным к электрическому и магнитному полям. В тонком ленточном слое в скрещенных полях локальное увеличение плотности заряда приводит к изгибу слоя, он становится неустойчивым, и начальное возмущение возрастает. Напомним, следуя [13, гл. 5], качественную картину возникновения неустойчивостей в электронном потоке в скрещенных полях. Рассмотрим поток конечной толщины L в скрещенных полях, который движется между двумя плоскостями, причём траектории электронов прямолинейны. В продольном направлении x поток бесконечен и однороден. Это позволяет в двумерном приближении считать, что существует только поперечная y -компонента статического поля пространственного заряда и

$$\frac{\partial E_0}{\partial y} = \frac{\rho_0(y)}{\varepsilon_0},$$

где $\rho_0(y)$ – объёмная плотность заряда в потоке, которая отлична от нуля в пределах толщины пучка Δ , и является некоторой произвольной функцией координаты y . Заметим, что E_0 есть сумма поля пространственного заряда $\tilde{E}_0$ и статического внешнего поля $\bar{E}_0$; $y_0 - \Delta/2 \leq y \leq y_0 + \Delta/2$; ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума. Прямолинейность траекторий требует, чтобы скорость электронов определялась по формуле $v_0 = E_0/B$ (B – статическая магнитная индукция) и следовательно

$$\frac{\partial v_0}{\partial y} = \frac{\rho_0(y)}{\varepsilon_0 B}. \quad (1)$$

Интегрируя последнее соотношение в пределах толщины пучка, получим

$$\Delta v_0 = v_0 \left(y_0 + \frac{\Delta}{2} \right) - v_0 \left(y_0 - \frac{\Delta}{2} \right) = \frac{\omega_p^2 \Delta}{\omega_c}, \quad (2)$$

где $\omega_p^2 = ((e/m)\bar{\rho}_0)/\varepsilon_0$, $\omega_c = (e/m)B$ – циклотронная частота, y_0 – поперечная координата оси пучка, а $\bar{\rho}_0$ выражается как

$$\bar{\rho}_0 = \frac{1}{\Delta} \int_{y_0 - \frac{\Delta}{2}}^{y_0 + \frac{\Delta}{2}} \rho_0(y) dy.$$

Главный вывод: толстый поток имеет разные скорости электронов на границах, а именно, $\Delta v_0/v_0 = (\omega_p^2 \beta_e \Delta)/(\omega \omega_c)$, где v_0 – скорость электронов на оси пучка, ω – частота начального возмущения, $\beta_e = \omega/v_0$. Если $\rho_0(y) = \text{const} = \rho_0$, то из уравнения (1) находим, что в потоке имеет место линейное распределение по скоростям

$$v_0(y) = v_0 + \frac{\omega_0^2(y - y_0)}{\omega_c}. \quad (3)$$

Перейдём к модели бесконечно тонкого пучка с поверхностной плотностью $\sigma_0 = \rho_0 \Delta$. Очевидно, что такой поток представляет собой тонкую заряженную ленту, на которой поле E_0 терпит разрыв. Из уравнения $\text{div} \vec{E}_0 = \rho/\varepsilon_0$ следует, что

$$E_{02} - E_{01} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}, \quad (4)$$

где индексы 2 и 1 относятся к значениям поля выше и ниже потока, соответственно. Как видно из формул (1)–(3), при $\Delta \rightarrow 0$ все электроны потока движутся с постоянной скоростью $v_0 = E_0/B$. Заметим также, что соотношение (2) можно формально получить из (4), разделив его на B . Если ввести плазменную частоту Ω_{pl} , которая соответствует бесконечно тонкому потоку с конечной величиной протекающего тока, то

$$\frac{\Delta v_0}{v_0} = 2 \frac{\Omega_{pl}^2}{\omega \omega_c}. \quad (5)$$

Как показано в [13], решение для дрейфующего бесконечно тонкого потока в случае равного удаления его от проводящих плоскостей представляет собой суперпозицию двух волн с постоянными распространения

$$\beta_{1,2} = \beta_e \left(1 \mp j \frac{\Omega_{pl}^2}{\omega \omega_c} \right), \quad (6)$$

одна из которых (β_2) нарастает с расстоянием, а другая (β_1) затухает (предполагается, что все переменные величины изменяются по закону $e^{-j\beta x}$). Таким образом, имеет место неустойчивость, которую называют диокотронной. Физический процесс возникновения и развития неустойчивости можно пояснить так. Предположим, что на входе в пространство дрейфа созданы пульсации электронного потока, такие, что имеют место продольные $\tilde{x}$ и поперечные $\tilde{y}$ ВЧ смещения электронов. Тогда, как показано в [13], для простейшей геометрии на пульсирующий электронный поток действуют ВЧ электрическое поле пространственного заряда с составляющими $\tilde{E}_x = -\omega_{RH} B \tilde{x}$ и $\tilde{E}_y = \omega_{RH} B \tilde{y}$, статическое электрическое поле $(\bar{E}_0 + \tilde{E}_0)$ и магнитное (B) поля. В адиабатическом приближении имеем: $\tilde{v}_x = \tilde{E}_y/B = \omega_{RH} \tilde{y}$

и $\omega_{PH} = \Omega_{pl}^2/\omega_c$. Это означает, что под действием поперечной составляющей поля пространственного заряда и статического магнитного поля возникает переменная составляющая продольной скорости v_x , которая приводит к продольным смещениям $\tilde{x}$ в потоке (рис. 1, а). Следствием продольных смещений электронов является их группировка в пространстве 1–2 (рис. 1, б) и появление продольной составляющей поля пространственного заряда $\tilde{E}_{xПЗ}$. Тогда, поскольку $\tilde{v}_y = -\tilde{E}_{xПЗ}/B = \omega_{PH}\tilde{x}$, появляется поперечная составляющая скорости электронов, а следовательно, и дополнительное поперечное смещение $\tilde{y}$ потока, которое больше вызванного первоначальной пульсацией. Это дополнительное поперечное смещение создает увеличенную составляющую поля пространственного заряда $\tilde{E}_y$, и описанный выше процесс повторяется сначала. В рассмотренной модели число электронов, для которых $\tilde{y} = \tilde{y}_1 > 0$, и число электронов, для которых $\tilde{y} = \tilde{y}_2 < 0$, одинаково, причём $|\tilde{y}_2| = |\tilde{y}_1|$, поэтому, если постоянная составляющая поля пространственного заряда отсутствует, поднявшиеся электроны отдадут полю $\tilde{E}_0$ столько энергии, сколько заберут опустившиеся. Но из формулы (4) следует, что статическое поле под пучком меньше, чем над пучком, благодаря действию постоянной составляющей поля пространственного заряда. Благодаря этому при $\tilde{y} > 0$ поток отдаёт больше энергии, чем забирает при $\tilde{y} < 0$. Иными словами источником энергии ВЧ-колебаний является постоянная составляющая поля пространственного заряда потока, которая приводит к разной величине поля по разные стороны от плоскости y_0 равновесного положения пучка.

Один из основных результатов исследования гидродинамической неустойчивости электронных потоков [7, 8] состоит в том, что двумерное вихревое течение идеальной несжимаемой жидкости и двумерное движение электронов поперёк достаточно сильного магнитного поля даже в рамках нелинейной теории описываются одними и теми же уравнениями с точностью до слагаемых, обратно пропорциональных квадрату циклотронной частоты, которая должна быть много больше всех других частот. Этот результат позволяет трактовать диокотронную неустойчивость электронных потоков в скрещенных полях как известную гидродинамическую неустой-

Рис. 1. Эволюция диокотронной неустойчивости

чивость Кельвина–Гельмгольца – неустойчивость вихревых течений несжимаемой жидкости. Неустойчивость толстых электронных потоков в скрещенных полях обусловлена скольжением электронных слоев друг относительно друга [9,10,15] и носит название *slipping*-неустойчивости¹. Для возникновения такой неустойчивости слои должны скользить параллельно поверхностному слою потока. Поскольку величина напряженности электрического поля неодинакова в разных продольных сечениях потока, скорость дрейфа электронов также меняется, что приводит к скольжению слоёв. В рамках линейной теории неустойчивость объясняется взаимодействием двух поверхностных волн на границах потока [15], что позволяет говорить о связи *slipping*-неустойчивости с неустойчивостью вихревых поверхностей в гидродинамике [16]. Формально сдвиг по скоростям можно ввести в теорию бесконечно тонкого потока, если использовать формулу (5). Подставив её в выражение (6) для постоянных распространения диокотронных волн, находим

$$\beta_{1,2} = \beta_e \left(1 \mp j \frac{\Delta v_0}{v_0} \right), \quad (7)$$

что справедливо при $\Delta v_0/v_0 \ll 1$ и совпадает с соответствующими соотношениями теории, исходящей из модели потока конечной толщины. Заметим, как следует из соотношения (7), $\beta_{1,2}$ зависят от Δv_0 при любой толщине потока.

Существуют и результаты компьютерных экспериментов исследования описанных неустойчивостей, из которых выделяется работа [6]. В этой работе представлены кадры из короткого фильма об эволюции неустойчивости потока в скрещенных полях в разные моменты времени. Сюда примыкают и результаты диссертаций [12] и [17]. На наш взгляд особый интерес представляет работа [11], в которой из соображений размерности показано, что в рамках двумерной модели развитие турбулентных возмущений приводит к расширению электронного потока поперек магнитного поля пропорционально расстоянию, пройденному в пространстве дрейфа, и что шумы турбулентного происхождения имеют максимум на некоторой частоте, обратно пропорциональной этому расстоянию.

Важность данной работы обусловлена тем, что в ней рассмотрены статистические характеристики турбулентного движения электронов, которые получаются путем усреднения соответствующих величин по времени и статистическому ансамблю. В частности, получен аналог формулы Шоттки для турбулентных шумов. Для среднего квадрата флуктуаций тока, обусловленных спектральными составляющими из интервала частот $\Delta\omega$, выведена формула

$$\overline{(\Delta I)_{\omega}^2} = I_0^2 \frac{\sigma_0 x}{\varepsilon_0 E_0 v_0} \varphi \left(\frac{\sigma_0 x}{\varepsilon_0 E_0 v_0} \right) \Delta\omega, \quad (8)$$

где σ_0 – среднее количество заряда на единицу площади потока, ε_0 – диэлектрическая постоянная, E_0 – постоянное электрическое поле, $v_0 = E_0/B_0$, B_0 – индукция магнитного поля, I_0 – постоянная составляющая тока, x – продольная координата.

¹Результаты анализа волн пространственного заряда в электронных потоках в скрещенных полях изложены в монографии [13, гл. 5] (см. также библиографию в этой монографии и в [10]).

В соответствии с численными экспериментами [6] и гидродинамической аналогией [7] в сечении потока, где его ширина $\overline{\Delta y} = C U t$, C – безразмерный коэффициент, $U = \sigma_0 / (\varepsilon_0 B)$, преимущественно образуются сгустки размера $\sim \overline{\Delta y}$, которые следуют друг за другом с интервалом $\sim 2\overline{\Delta y}$. Поэтому шумы в данном сечении должны быть максимальны при

$$\omega = \omega_{\max} \sim \frac{\pi v_0}{\Delta y} \sim 12 \frac{v_0 \varepsilon_0 E_0}{\sigma_0 x}, \quad (9)$$

где считается, что $C \sim 0.25$. В предположении $\omega \ll \omega_{\max}$, полагая $\varphi(\xi) = C_0 + C_2 \xi^2$, автор [6] получает формулу

$$\overline{(\Delta I)_{\omega}^2} \approx I_0^2 \frac{\sigma_0 x}{\varepsilon_0 E_0 v_0} \left[C_0 + C_2 \left(\frac{\sigma_0 \omega x}{\varepsilon_0 E_0 v_0} \right)^2 \right] \Delta \omega, \quad (10)$$

где, из физических соображений, $C_0 > 0$ и $C_2 > 0$.

Выше указывалось, что в третью группу исследований выделяют вихревую турбулентность, хотя правильнее было бы говорить о турбулентности, связанной с образованием когерентных структур в потоке и их взаимодействием [17–19]. При возникновении slipping-неустойчивости возможна филаментаризация потока. Подобная модель рассмотрена в [17] и представляет собой поток заряженных нитей в однородном магнитном поле. Численные эксперименты показали, что чем больше амплитуда возмущений, чем большее количество нитей участвует во взаимодействии и чем плотнее они расположены, тем быстрее и интенсивнее происходит пересечение нитей и образование вихревых структур, что приводит к возникновению турбулентности. Вихри являются важным моментом дрейфовой турбулентности в плазме [20]. Распространяясь в плазме, вихревые структуры переносят часть вещества в виде захваченных частиц, что может сильно повлиять на процессы переноса и вызвать заметные флуктуации плотности. Случайность положения и фазы вихревых структур обусловлена столкновениями между ними, что позволяет построить модели турбулентности плазмы в виде ансамбля дрейфовых вихревых структур, располагая вихри различных амплитуд случайным образом в пространстве [20].

Работ, посвящённых образованию вихрей в плазме и электронных потоках, достаточно много (см., например, [21–24] и библиографию к ним). В большинстве работ речь идет о возникновении изолированных вихрей. Например, в работе [23] теоретически доказана возможность существования нелинейных стационарных волн типа локализованных вихрей в неоднородных по плотности и (или) по скорости электронных потоках, движущихся вдоль постоянного магнитного поля. Вихрь, как показано, в целом имеет спиральную структуру, вращающуюся вокруг оси пучка. Авторы высказывают предположение, что такие вихри в электронных потоках могут возникать либо под действием соответствующих внешних воздействий, либо из-за развития неустойчивостей: slipping-неустойчивости в сплошных пучках и диокотронной в трубчатых. В работах [21] и [22] также исследуется вихревая динамика в электронных потоках, причём приводятся результаты не только теоретических, но и экспериментальных исследований. Однако подробно обсуждаются лишь изолированные вихри, а в [22] – их парное взаимодействие. Во всех работах о вихрях их связь лишь упоминается на уровне фраз такого типа: с развитием диокотронной неустойчивости крупные вихри распадаются на более мелкие вихревые

структуры, нелинейно взаимодействующие между собой. Таким образом, аналитической теории вихревой турбулентности в настоящее время нет. Более того, в отношении вихревой турбулентности интересно мнение гидродинамиков, которое приведём, цитируя [25, с. 373–374]: «В турбулентном потоке действительно установившееся движение среды является установившимся только для средних по времени значений скорости и давления, в то время как мгновенные значения скорости и давления испытывают нерегулярные пульсации. Понятие турбулентности часто употребляется весьма вольным образом. Так, любое сложное вихревое или неустановившееся движение называют турбулентным потоком. Однако исследователи, работающие в области турбулентных потоков, имеют вполне определённое понятие об этом предмете. Любое движение, которое можно описать как периодическое или которое представляет собой до некоторой степени правильную вихревую модель, не является турбулентным потоком, каким бы сложным оно ни было. Существенная характеристика турбулентного потока заключается в том, что турбулентные пульсации по своей природе имеют хаотический характер. Следовательно, полное и логическое последовательное решение проблемы турбулентности требует применения методов статистической механики». Последнее стало неочевидным после открытия динамического хаоса.

2. Турбулентные электронные потоки и генераторы с их использованием: результаты экспериментов и феноменологические модели [21–29]

Формирование турбулентных электронных потоков может быть осуществлено с использованием электростатических полей и полей пространственного заряда, магнитостатических полей и полей пространственного заряда, комбинированных электро- и магнитостатических полей и полей пространственного заряда. Принципиальное свойство турбулентных потоков – образование в них сгустков пространственного заряда, которые взаимодействуют между собой, приводя к сложной динамике потока, порождающей шумоподобные колебания. Тогда можно предложить феноменологическое описание турбулентного электронного потока как ансамбля взаимодействующих структур, состоящего из классических нелинейных колебательных и автоколебательных элементов. В работах [26–30] рассмотрены различные схемы генераторов шумоподобных колебаний, в которых используются по-разному сформированные турбулентные электронные потоки. Все экспериментальные макеты имеют общую структуру. Их конструкция содержит секцию электронной пушки, секцию управляющих электродов, секцию трансформации электронного потока, электродинамическую систему усиления с вводом и выводом энергии и коллектор. Рассмотрим свойства турбулентных потоков в зависимости от способов их формирования и приборы, в которых они используются, следуя работам [26–30].

2.1. О турбулентных электронных потоках, формируемых магнетронно-инжекторными пушками (МИП), и генераторах, использующих МИП. Приборы, в которых используется магнетронно-инжекторная пушка, всегда демонстрируют высокий уровень шума. Ранее большинство исследований было направлено на то, чтобы всеми возможными способами уменьшить аномально высокий шум в таких приборах. В настоящее время в связи с появлением новых способов передачи информации, радиолокации, а также потребностей обрабатывающей промышленно-

Рис. 2. Схема магнетронно-инжекторной пушки: 1 – катод, 2 – эмитирующий пояс, 3 – управляющий электрод, 4 – анод, 5 – электронный пучок, 6 – отрезок спирали, 7 – поглощающая вставка, 8 – вывод энергии, 9 – высокочастотный зонд (коллектор), 10 – центральный проводник ВЧ-зонда [27]

Рис. 3. Изменения максимальной плотности тока пучка вдоль длины дрейфа в зависимости от величины магнитного поля B : 1 – 0.04 Т, 2 – 0.02 Т, 3 – 0.056 Т [27]

плотности тока, так и колебания этого параметра вдоль пролетного канала. Это говорит о том, что в пучке образуются интенсивные сгустки пространственного заряда. На рис. 4 представлено распределение плотности пространственного заряда в поперечном сечении пучка на расстоянии 4 мм от катода. Из рисунка видна азимутальная неоднородность электронного пучка, которую он приобретает практически на выходе из области пушки.

Анализ рис. 3 и 4 показывает, что в системах с МИП имеет место образование взаимодействующих сгустков пространственного заряда не только в плоскости (r, z) , но и в плоскости (r, φ) (здесь z – продольная, r – поперечная, φ – азимутальная координаты). Таким образом, электронный пучок в системах с МИП является принципиально турбулентным, что связано с особенностями его формирования в области пушки. Можно предположить, что такая неоднородность электронного пучка, генерируемого МИП, связана с различными характеристиками групп электронов, эмитируемых с разных концов термопояска катода, которые приобретают различ-

сти шумоподобные широкополосные сигналы приобретают ряд важных прикладных назначений. В связи с этим приведем результаты экспериментального исследования структуры пучка и выходных характеристик генераторов с МИП, которые формируют турбулентные электронные пучки практически на выходе из области пушки [27].

Объектом исследования в [27] был макет МИП (рис. 2), в котором использовался катод конической формы с эмитирующим металлопористым термопояском шириной 1–3 мм, управляющие электроды и анод. В макете была предусмотрена возможность продольного и поперечного перемещения магнитной фокусирующей системы.

Были проведены исследования структуры пучка, формируемого МИП, выходной интегральной мощности и полосы генерации от величины магнитного поля. Результаты, приведенные на рис. 3 и рис. 4, получены при ширине термопояска 1 мм. На рис. 3 представлено распределение максимальной плотности тока вдоль пролетного канала, измеренной при различных величинах магнитного поля. Видно, что при некоторых значениях магнитного поля увеличиваются как значения максимальной

Рис. 4. Качественное изображение в безразмерных координатах (X , Y) сгустков электронов в поперечном сечении пучка на расстоянии 4 мм от катода. В градациях серого цвета изображена плотность пространственного заряда (в безразмерных единицах). Справа от рисунка приведена шкала градуировки величины плотности пространственного заряда в градациях серого цвета [27]

ные по модулю и по направлению скорости. Таким образом, происходит некоторое расслоение электронного пучка: скорость и направление эмитируемых электронов будут зависеть от того, с какой части термопояска они были эмитированы. Различие в характеристиках эмитируемых электронов (направление их скорости и модуль скорости) будет возрастать, если увеличивать ширину эмитирующего термопояска катода. Последнее должно приводить к еще большему возрастанию неоднородностей в электронном пучке, к еще большему его расслоению. В таблице 1 представлены данные, характеризующие зависимости плотности тока и количества сгустков пространственного заряда от ширины эмитирующего термопояска. Анализ полученных экспериментальных данных показывает, что с увеличением ширины термопояска наблюдается рост как плотности тока, так и количества сгустков пространственного заряда.

Другими словами, турбулентность электронного пучка проявляется тем больше, чем больше ширина h эмитирующего термопояска катода. В пространстве дрейфа такой пучок становится сильно неламинарным, что приводит к образованию большого числа сгустков плотности пространственного заряда.

Таблица 1

Зависимость нормированной плотности тока $j_{\max}/j_0$ и количества сгустков пространственного заряда N от ширины h термопояска катода, j_0 – начальная плотность тока

h , мм	$j_{\max}/j_0$	N
1	6	34
2	14	112
3	22	184

Рассмотрение экспериментальных результатов исследования выходных характеристик генераторов с МИП показало, что ширина полосы термопояска значительно влияет на характеристики генерируемых сигналов: с ростом ширины термопояска наблюдается рост мощности и ширины полосы частот генерируемых сигналов, а также увеличение максимальной частоты генерации. Более того, с увеличением ширины термопояска уменьшается перепад мощности в спектре выходного сигнала. Полученный результат объясняется тем, что с увеличением ширины эмитирующего термопояска наблюдается рост как плотности тока, так и количества сгустков пространственного заряда (см. табл. 1), пространственно-временные колебания которых являются источниками мощных широкополосных микроволновых шумов. Таким образом, можно сделать вывод, что генераторы с МИП обладают значительным преимуществом перед другими подобными устройствами, так как позволяют получать достаточно мощные широкополосные шумоподобные СВЧ-колебания. Причинами аномально высокого уровня шумов в генераторах с МИП, по мнению авторов [26], являются: образование сгустков пространственного заряда в плоскостях (r, z) и (r, φ) ; пучок, формируемый МИП, состоит из различных слоев электронов (расслоение пучка), имеющих разные характеристики (модуль и направление скорости, плотность и т.п.).

2.2. Генератор широкополосных шумоподобных СВЧ-колебаний с турбулентным электронным потоком. В работе [28] предполагается, что поток электронов является аксиально-симметричным. В теоретической модели электронный поток разбивается на N заряженных слоев толщиной dr , вложенных друг в друга, каждый из которых заменяется бесконечно тонким заряженным цилиндром. Каждому цилиндру присваивается ток I_j . Уравнения движения для j -го заряженного цилиндра в цилиндрических координатах имеют вид

$$\begin{aligned}\frac{d^2 r_j}{dt^2} - r_j \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 &= -\eta E_{r,j} - \eta \left(r_j \frac{d\varphi}{dt} B_{z,j} \right), \\ \frac{d^2 z}{dt^2} &= -\eta E_{r,j} - \eta \left(r_j \frac{d\varphi}{dt} B_{r,j} \right), \\ j &= 1, 2, \dots, N,\end{aligned}$$

где z, r, φ – продольная, поперечная и азимутальная координаты соответственно j -го заряженного цилиндра, $\eta = e/m$ – удельный заряд электрона, e – заряд электрона, m – масса электрона, E_{r,j,z_j} – напряженность поля пространственного заряда в точке с координатой (r_j, z_j) , B_{r,j,z_j} – индукция магнитного поля в точке с координатой (r_j, z_j) . Поскольку напряженность поля пространственного заряда j -го заряженного цилиндра равна

$$e_j = \frac{I_j}{2\pi\epsilon_0\sqrt{2\eta}U^{\frac{1}{2}}r} \text{ при } r \leq r_j, \quad e_j = 0 \text{ при } r \geq r_j,$$

где I_j – ток j -го заряженного цилиндра, ϵ_0 – диэлектрическая постоянная, U – уско-

ряющее напряжение, суммарная напряженность поля пространственного заряда имеет вид

$$E_{rj}(r) = \sum_{j=1}^N e_j(r_j).$$

В исследуемой конструкции (лампа бегущей волны–усилитель) выделены три области (рис. 5, а). Область формирования ламинарного пучка (электронная пушка 1), область трансформации ламинарного пучка в турбулентный (модулятор электронного пучка 2), область усиления 3. В генераторе пучок электронов поступает в область трансформации с периодическим магнитным полем, которое создает в пучке сгустки пространственного заряда. Возникающие в этой области СВЧ-колебания поступают в область усиления. На рис. 5 также показаны результаты теоретического исследования генератора широкополосных шумоподобных СВЧ-колебаний с турбулентным электронным пучком. Прослеживается действие сильного магнитного поля (рис. 5, б) на электронный пучок. На рис. 5, в представлены траектории электронов в безразмерных координатах. Отчетливо видно, что в пучке присутствуют

Рис. 5. а – принципиальная схема широкополосного генератора шумоподобных колебаний: 1 – секция электронной пушки; 2 – секция трансформации электронного пучка; 3 – секция усиления; 4 – коллектор; 5 – катод; 6 – система электродов; 7 – анод; 8 – электронный пучок; 9 – ввод энергии; 10 – поглотитель; 11 – вывод энергии (съемник энергии); 12 – электродинамическая система усиления; б – вид распределения магнитного поля вдоль оси генератора, в – вид траекторий электронов, проходящих через область трансформации и область усиления в неоднородном магнитном поле [28]

области сильного сжатия и пересечения траекторий, и что в интенсивном турбулентном электронном потоке возникают уплотнения (сгустки) пространственного заряда. Возникновение сгустков пространственного заряда может быть обусловлено как увеличением плотности тока, так и изменением продольной скорости электронов. Последнее связано либо с торможением электронов, либо с увеличением поперечной и азимутальной составляющих скоростей электронов.

На рис. 6 в градациях серого цвета представлены распределения нормированной плотности пространственного заряда ρ/ρ_0 (здесь ρ_0 – начальная плотность пространственного заряда) в турбулентном электронном потоке для различных значений магнитной фокусировки, характеризующейся параметром $\alpha = 2 \cdot 10^8 (B_0^2 L^2)/U$ (здесь B_0 – амплитуда магнитного поля, L – период магнитного поля, U – ускоряющее

Рис. 6. Распределение (в градациях серого) нормированной плотности пространственного заряда пучка по радиусу и продольной координате для различных значений параметра магнитной фокусировки α : $a - 0.2$, $b - 3.0$ [28]

напряжение), зависящим от амплитуды и периода магнитного поля. Белые области на рисунке соответствуют нормированной плотности пространственного заряда по величине меньшей 1, а черные области – ее максимальному значению. Изменения значения α осуществлялись за счет увеличения амплитуды магнитного поля. Видно, что при $\alpha = 3$ в распределении плотности пространственного заряда наблюдается значительно больше (чем при $\alpha = 0.2$) областей, где ρ/ρ_0 имеет максимальное значение. На рис. 7 приведен характерный спектр хаотических колебаний при $\alpha = 3$.

Рис. 7. Спектр шумоподобных СВЧ-колебаний, полученный при проведении экспериментальных исследований [28]

2.3. Электрически перестраиваемый генератор широкополосных хаотических СВЧ-колебаний с турбулентным потоком. Электрически перестраиваемый генератор широкополосных хаотических СВЧ-колебаний с турбулентным пучком также позволяет получить высокие выходные характеристики [29]. Схема генератора представлена на рис. 8, а. Принцип работы генератора следующий. Электронный пучок формируется электронной пушкой. Он инжектируется в секцию модуляции, где под действием неоднородного магнитного поля (рис. 8, б) и тормозящего электрического поля (рис. 8, в) становится турбулентным, состоящим по длине из отдельных сгустков пространственного заряда. Тормозящее электрическое поле создается путем подачи потенциала $U_{eds} < U_0$ (здесь U_{eds} – потенциал на электродинамической системе усилителя (ЭДСУ), U_0 – ускоряющее напряжение на аноде). Промодулированный электронный пучок попадает в область ЭДСУ, где происходит его усиление. Из области ЭДСУ отработанный пучок попадает в коллектор. Выходной сигнал снимается с усилителя через вывод энергии. Режим генерации в устройстве регулируется путем изменения потенциала U_{eds} на ЭДСУ.

Под действием сильного магнитного поля плотность пространственного заряда в некоторых областях пучка в 50–70 раз превышает начальные значения, что приводит к образованию отдельных сгустков (групп электронов), неустойчивых в пространстве и во времени. Движущийся сгруппированный интенсивный электронный поток обладает мощностью, которая в процессе его торможения превращается в радиоизлучение.

По результатам численного моделирования был проведен подсчет количества сгустков пространственного заряда при различных значениях коэффициента торможения электронного потока K , который определялся следующим образом:

$$K = 1 - \frac{U_{eds}}{U_0}.$$

Учитывались те сгустки, плотность пространственного заряда которых ρ больше начальной плотности ρ_0 . В ходе численных экспериментов было установлено, что при малом торможении $K = 0.4$ (рис. 9, а) в распределении количества сгустков

Рис. 8. *a* – принципиальная схема электрически перестраиваемого генератора хаотических колебаний: 1 – секция электронной пушки, 2 – секция модуляции электронного пучка, 3 – секция усиления, 4 – коллектор, 5 – катод, 6 – система электродов, 7 – анод, 8 – электронный пучок, 9 – ввод энергии, 10 – поглотитель, 11 – вывод энергии (съемник энергии), 12 – электродинамическая система усиления; *б* – распределение магнитного поля $B(z)$; *в* – распределение потенциала $U(z)$ [29]

Рис. 9. Результаты численного моделирования: *a* – вид распределения количества сгустков плотности пространственного заряда при $K = 0.4$, *б* – распределение плотности пространственного заряда $\rho_0(R, z)$ пучка при $K = 0.4$ [29]

пространственного заряда есть выраженный максимум. При больших значениях коэффициента торможения K распределение количества сгустков более равномерное, без ярко выраженных максимумов. На рис. 9, б представлена плотность пространственного заряда в режиме малого торможения $K = 0.4$. Наиболее темные области соответствуют плотности пространственного заряда, в 70 раз превышающей начальное значение.

Исследование показало, что формирование турбулентных электронных пучков может быть проведено путем либо значительного увеличения амплитуды магнитного поля, либо за счет применения комбинации небольшого по амплитуде магнитного поля и тормозящего электрического поля. Последний случай является предпочтительным, поскольку в данном варианте, как показало проведенное численное моделирование, токопрохождение в системе выше.

Зависимость выходной мощности P от величины коэффициента торможения электронного пучка K приведена на рис. 10, а, (кривая 2). Из рисунка отчетливо видно, что зависимость $P(K)$ имеет участки нарастания и спада. Спад выходной мощности связан с тем, что образующиеся сгустки пространственного заряда при больших величинах K становятся менее плотными, так как увеличивается токооседание на ЭДСУ. Зависимости электронного (кривая 3) и технического КПД (кривая 1) от потенциала ЭДСУ также имеют участки нарастания и спада. С ростом тормозящего потенциала полоса генерируемых частот увеличивается (рис. 10, б, кривая 2), что связано с образованием большого количества сгустков пространственного заряда. Экспериментально измеренная зависимость токопрохождения от коэффициента торможения электронного пучка K приведена на рис. 10, б (кривая 1). Видно, что с увеличением K токооседание увеличивается, что приводит к уменьшению генерируемой выходной мощности (см. рис. 10, а, кривая 2).

Таким образом, режимом генерируемых колебаний можно управлять за счет изменения тормозящего потенциала – потенциала на ЭДСУ.

В настоящее время актуальность разработки, создания и исследования источников хаотического широкополосного микроволнового излучения обусловлена не только классическими задачами радиопротиводействия и радиоподавления, но и наличием ряда перспективных практических приложений хаотических сигналов в си-

Рис. 10. Результаты экспериментальных исследований: а – зависимость величины технического КПД η_t (кривая 1), выходной мощности P (кривая 2) и электронного КПД η_e (кривая 3) от величины коэффициента торможения электронного пучка K ; б – зависимость величины токопрохождения K_t (кривая 1) и ширины полосы генерации (кривая 2) от величины коэффициента торможения электронного пучка K [29]

стемах передачи информации на основе динамического хаоса, в системах шумовой радиолокации, в обрабатывающей промышленности [30]. Отличительная особенность приборов, принцип работы которых основан на использовании турбулентных электронных пучков, заключается в том, что возможно превращение промышленно выпускаемых приборов (например, ЛБВ) путем изменения переходной области периодического магнитного поля в генератор хаотических колебаний [26].

Суммируя сказанное выше, можно констатировать, что экспериментальные результаты работ [26–30] связаны на качественном уровне с различными сценариями возникновения в электронном потоке когерентных самоподдерживающихся электронных структур и их взаимодействием.

Следует заметить, что часто возникновение и развитие режимов динамического хаоса называют турбулентностью. По-нашему мнению, отождествление этих феноменов требует обоснования в каждом конкретном случае. Общая картина возникновения и развития турбулентности в электронных потоках, не говоря уже о теории, как следует из предыдущего изложения, отсутствует. Поэтому актуальным по-прежнему представляется проведение специальных натурных экспериментов и построение на их основе феноменологических моделей. Определенный интерес представляют и «сочиненные» модели-цепочки из классических колебательных элементов, взаимодействующих между собой. Например, в работе [31] рассмотрены взаимодействующие малые объёмы активной среды, состоящей из электронов-осцилляторов. Предполагая, что для каждого элемента такой системы имеет место кооперативное излучение, возникающее, как известно, за счет взаимодействия электронов через поле собственного излучения, которое является для них фазирующим. Такие процессы могут протекать только в системах нелинейных, неизохронных осцилляторов – именно из-за неизохронности происходит фазировка. Показано, что при объединении сверхизлучающих сгустков в цепочку в системе с течением времени может установиться хаотическая динамика.

Попытка сочетания эксперимента с расчетами в рамках феноменологической модели предпринята в работе [32]. Экспериментальные исследования были проведены с использованием отпаянного макета системы с электронной обратной связью – генератора с турбулентным электронным потоком (ГТЭП). Формирование в пространстве дрейфа исследуемой системы плотных электронных структур за счет дополнительного торможения электронного пучка потенциалом на коллекторе

Рис. 11. Принципиальная схема отпаянного лабораторного макета низковольтного ГТЭП; 1 – катод, 2 – управляющий электрод, 3 – первый анод, 4 – второй анод, 5 – отрезок спиральной замедляющей системы, 6 – коллектор, 7 – коаксиальный широкополосный СВЧ вывод, 8 – труба дрейфа [32]

позволяет рассматривать данную систему как модельную для исследования турбулентных электронных потоков. Принципиальная схема лабораторного макета ГТЭП приведена на рис. 11. Питание лабораторного макета осуществлялось в непрерывном режиме с использованием нескольких источников питания. Основными параметрами, управляющими динамикой исследуемой системы с турбулентным электронным потоком, выступают: ускоряющее напряжение (разность потенциалов

на первом аноде); напряжение на коллекторе, которое является тормозящим по отношению к электронному пучку, эмитируемому с катода; разность потенциалов на управляющем электроде и разность потенциалов на втором аноде.

При экспериментальном исследовании были использованы следующие управляющие параметры: ускоряющее напряжение на первом аноде $U_0 = 1200$ В, относительно катода разность потенциалов на коллекторе $\Delta U_k = 100$ В (на катоде разность потенциалов принималась за 0). Предварительными экспериментальными было установлено, что существенное влияние на формирование высших гармоник в спектре выходного излучения низковольтного ГТЭП оказывает разность потенциалов на управляющем электроде. Соответственно разность потенциалов на втором аноде не изменялась и была выбрана равной $\Delta U_2 = 830$ В. Разность потенциалов на управляющем электроде относительно катода изменялась в диапазоне $U_{упр} = -190 \dots -40$ В.

В результате экспериментальных исследований было установлено, что при уменьшении разности потенциалов на управляющем электроде до -40 В (относительно катода) наблюдается формирование высших гармонических составляющих. Максимальная частота генерации составила 5.52 ГГц, что соответствует 13-й гармонике основной частоты генерации (рис. 12). Таким образом, в [32] экспериментально показано формирование высших гармонических составляющих в спектре выходного излучения лабораторного макета ГТЭП с электронной обратной связью, что демонстрирует принципиальную возможность генерации в коротковолновой части сверхвысокочастотного диапазона.

Как уже указывалось выше, в экспериментальных исследованиях установлено, что в низковольтных вакуумных генераторах с электронной обратной связью в пространстве дрейфа в электронных потоках возбуждаются структуры – плотные электронные самоподдерживающиеся сгустки, между которыми происходит перекачка энергии [26–30]. В ряде случаев сгустки имели вихревую структуру, что и было положено в основу феноменологической модели, которая представляет собой систему взаимодействующих «электронных вихрей»; каждый из них описывается грубой моделью тропического циклона, предложенной в работе [33]. С позиции теории колебаний, динамику циклон-спирального образования вокруг вертикальной оси можно трактовать как объемный автоколебательный процесс, стремящийся к предельному циклу. Такой процесс формально можно описать [32,33] с помощью двух модифицированных нелинейных дифференциальных уравнений ван дер Поля, определяющих динамику такого автогенератора,

Рис. 12. Экспериментально полученный спектр мощности $P(f)$ выходного сигнала низковольтного ГТЭП в автономном режиме работы [32]

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_i}{dt^2} - a_1(1 - a_2 x_i^2) \exp(-\alpha t) \frac{dx_i}{dt} + \Omega x_i &= 0, \\ \frac{d^2 y_i}{dt^2} - a_3(1 - a_4 y_i^2) \exp(-\beta t) \frac{dy_i}{dt} + y_i &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где α, β – коэффициенты, отвечающие за сжатие или расширение вихря, а $a_1, a_2, a_3, a_4, \Omega$ – параметры, которые задаются численно.

Уравнения (11) отражают динамический процесс для каждой «частицы» исследуемой среды. Таким образом, было предположено заранее, что сгустки – это своеобразные автоколебательные системы. Анализ уравнений (11) показывает, что изменить развитие автоколебательного процесса в системе можно путем постепенного изменения параметра α ($\alpha > 0$). В данном случае за счет постепенного увеличения α будет происходить сжатие «сгустка».

Для исследования процессов в цепочке вихрей была использована система двух модифицированных нелинейных дифференциальных уравнений ван дер Поля следующего вида [32]:

$$\frac{d^2 x_i}{dt^2} - a_1(1 - a_2 x_i^2) \exp(-\alpha t) \frac{dx_i}{dt} + \Omega x_i + K_B x_{i+1} = 0,$$

$$\frac{d^2 y_i}{dt^2} - a_3(1 - a_4 y_i^2) \exp(-\beta t) \frac{dy_i}{dt} + y_i + K_F y_{i-1} + K_B y_{i+1} = 0,$$

где i – номер структуры, K_F и K_B – коэффициенты взаимного влияния структур. Цепочка состояла из 7 структур (заметим, что количество объединяемых структур непринципиально). В случае, когда на каждый элемент влияет только предыдущая структура, коэффициент K_F будет равен нулю. Считалось также, что $K_B = 0.5$. Численное моделирование показало, что с увеличением числа структур в цепочке в спектре увеличивается число гармоник.

Далее в [32] рассмотрена цепочка из 7 взаимодействующих «электронных вихрей» при условии, что на систему оказывается внешнее воздействие. В этом случае было использовано модифицированное нелинейное дифференциальное уравнение ван дер Поля при наличии внешнего воздействия

$$\frac{d^2 x_i}{dt^2} - a_1(1 - a_2 x_i^2) \exp(-\alpha t) \frac{dx_i}{dt} + \Omega x_i + K_B x_{i+1} = A \cos(\omega t),$$

Рис. 13. Спектр S_f , полученный при численном моделировании цепочки структур ($i=7$), описываемых модифицированными нелинейными дифференциальными уравнениями ван дер Поля [32]

где i – номер структуры, A – амплитуда внешнего воздействия, K_B – коэффициенты взаимного влияния структур, ω – частота внешнего воздействия. Численные значения параметров: $K_B = 1.2$, $a_1 = 0.2$, $a_2 = 0.02$, $a_3 = 0.2$, $a_4 = 0.02$, $\Omega = 1.08$, $A = 1$, $\omega = 0.45$. На рис. 13 представлен график спектра колебаний для седьмой структуры. Из рис. 13 видно, что в системе возбуждается 8 гармоник.

Численным моделированием установлено, что с увеличением номера структуры уменьшается амплитуда основной гармоники. Это связано с тем, что увеличивается амплитуда других спектральных составляющих. В данном

случае спектры колебаний, представленные на рис. 13, имеют дискретный характер, как и спектры на рис. 12. Учет влияния в цепочке на каждую структуру предыдущей и последующей структур не сильно влияет на характер спектра, который, однако, обогащается дополнительными спектральными составляющими.

Рис. 14. Зависимость коэффициента усиления G от мощности входного сигнала: 1 – результат численного моделирования цепочки «вихревых структур», 2 – результат экспериментального исследования низковольтного ГТЭП [32]

Исследовано влияние уровня входной мощности P_{in} на выходные характеристики цепочки, в частности на мощность P_{out} . На рис. 14 представлена зависимость $G = P_{out}/P_{in}$ отношения

мощности выходного и входного сигналов (будем называть это отношение коэффициентом усиления) от величины нормированной мощности внешнего сигнала P_{in}/P_0 , где нормировка осуществлялась на величину мощности P_0 автономной генерации. При проведении численного моделирования внешний сигнал подавался на частоте первой гармоники. Кривой 1 на рис. 14 соответствует результат численного моделирования. Одновременно было проведено экспериментальное исследование неавтономной динамики ГТЭП, при котором внешний сигнал также подавался на частоте первой гармоники. Кривой 2 на рис. 14 показан результат экспериментальных измерений коэффициента усиления низковольтной системы ГТЭП. Наблюдается качественное соответствие поведения зависимостей, полученных при экспериментальных исследованиях низковольтной системы ГТЭП, и результатов численного моделирования цепочки взаимодействующих «электронных вихрей», описываемых модифицированными нелинейными дифференциальными уравнениями ван дер Поля, в случае мощности внешнего сигнала, близкой к мощности автономной генерации.

Укажем ещё на возможные способы создания электронных сгустков, слоёв и нитей при прохождении электронного потока через плазму, которые основаны на самоорганизации неустойчивых сред. В монографии [34] (см. также [35]) показано, что более 50 неустойчивых сред в приближении длинных волн описываются двумя уравнениями гидродинамического типа

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_*}{dt} &= -\rho_* \operatorname{div} \vec{v}, \\ \frac{\vec{v}}{dt} &= C_0^2 \operatorname{grad} \rho_*^{1/m}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $\rho_* = \rho/\rho_0$ – безразмерная приведенная плотность, отнесённая к невозмущенной; t – время; $\vec{v}$ – скорость среды; m – некоторое азимутальное число и C_0^2 – квадрат эффективной скорости звука. Роль приведенной плотности в разных случаях могут играть разные величины. Все неустойчивые среды, которые описываются системой уравнений (12), названы в [34, 35] «квазичаплыгинскими». С.А. Чаплыгин (1869–1942) в своей диссертации «О газовых струях» в качестве примера исследует

Рис. 15. Один из результатов точного аналитического решения для «капель на потолке». Слой характеризуется относительной толщиной h/h_0 в данной точке потолка (h_0 – первоначальная толщина) [35, рис. 1, в]

Замечательный наглядный пример нарастания случайных возмущений, самопроизвольно возникающих в неустойчивой среде, приводящих к разрывам в сплошной среде и образованию отдельных сгустков, описан в статье [35, с. 68–69]: «Теперь мысленно вообразим, что мы заморозили тонкий слой воды на полу и перевернули всю комнату “вверх ногами”, так что лёд оказался на потолке, затем мы его мгновенно нагрели, и он превратился в слой воды на потолке. Он не может сразу обрушиться вниз как единое целое, так как снизу его подпирает атмосферное давление воздуха в $1 \text{ кг}\cdot\text{см}^{-3}$, но такая ситуация будет неустойчивой, и слой начнёт собираться в капли и струи, падающие вниз. Уравнения движения воды в слое фактически останутся прежними, но только ускорение тяжести поменяет знак по правилу $g \rightarrow -|g|$, так что бывшая “скорость цунами” станет мнимой по правилу перехода $c_0 = \sqrt{gH} \rightarrow i\sqrt{|g|H}$. Такая ситуация и будет означать переход устойчивой среды в неустойчивую. В ней уже не будет волн, бегущих вдоль поверхности, а в направлении, перпендикулярном ей, будут нарастать стоящие на месте возмущения определенного “квазикапльгинского” типа, которые приведут к образованию капель и в итоге заставят всю воду упасть вниз». На рис. 15 представлен вариант несимметричной капли (сочетание «горбика» с «ямкой»), которая нарастает во времени (кривые 1–3) вплоть до полного обрыва слоя (кривая 4).

В монографии [34] со ссылкой на статью [36] излагается теория разбиения электронного пучка в холодной плазме на сгустки. Рассматривается плазма из ионов и электронов e , пронизываемая электронным пучком E , которая описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_\alpha v_\alpha) &= 0, \\ \frac{\partial v_\alpha}{\partial t} + v_\alpha \frac{\partial v_\alpha}{\partial x} &= - \left(\frac{|e|}{m_e} \right) E, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\alpha = e, b$. Предполагается, что ионы неподвижны и выполняется условие квазинейтральности. Из системы уравнений (13) вытекает закон сохранения тока в виде:

$$\begin{aligned} n_e v_e + n_b v_b &= n_b^0 v_0 = \text{const}, \\ n_e + n_b &= n_i = \text{const}, \end{aligned} \quad (14)$$

где n_b^0 и v_0 – начальные плотность и скорость пучка, который называется в [34] нескомпенсированным по току. С использованием (14) уравнения (13) сводятся к

необычный газ, для которого давление p обратно пропорционально плотности ρ , то есть произведение $p\rho = \text{const}$ и расширение газа ведёт не к падению давления, как реально происходит, а к его росту. Очевидно, что «газ Чаплыгина» неустойчив и сам по себе не существует в природе, но данная модель с некоторыми модификациями полезна при исследовании многих квазикапльгинских сред. Для «газа Чаплыгина» $m = -1/2$.

двум уравнениям более общего вида, чем квазичаплыгинские, а именно:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_*}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_* v_b) &= 0, \\ \frac{\partial v_b}{\partial t} + v_b \frac{\partial v_b}{\partial x} &= R = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\varepsilon \rho_*}{1 - \varepsilon \rho_*} (\varepsilon v_0 - v_b)^2 \right], \\ \rho_* &= \frac{n_b}{n_0^0}, \quad \varepsilon = \frac{n_b^0}{n_i},\end{aligned}\tag{15}$$

С учётом того, что возмущения в данной модели являются «сносовыми», авторы [34] переходят в систему координат, движущуюся вместе с пучком, полагая

$$\begin{aligned}x &= \tilde{x} + v_0 t, \\ \rho_* &= \rho_*(t, \tilde{x}), \\ v_b &= v_0 + v(t, \tilde{x}).\end{aligned}\tag{16}$$

В этих переменных система уравнений (15) принимает вид

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_*}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \tilde{x}}(\rho_* v) &= 0, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial \tilde{x}} &= R = \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left[\frac{\varepsilon \rho_*}{1 - \varepsilon \rho_*} (v_0(1 - \varepsilon) + v)^2 \right].\end{aligned}\tag{17}$$

Квазичаплыгинский случай имеет место при условиях

$$v_0 \gg v, \quad \varepsilon \ll 1,\tag{18}$$

тогда правая часть (17) становится равной

$$R = C_0^2 \frac{\partial \rho_*}{\partial x}, \quad C_0^2 = \varepsilon v_0^2.\tag{19}$$

Таким образом, модель плазмы, пронизываемой электронным потоком, эквивалентна модели опрокинутой мелкой воды и может описывать разбиение (даже без начального толчка) потока на сгустки, подобные каплям на потолке. Как показано в [34], уравнения (13) сводятся к квазичаплыгинским уравнениям при $m = 1$ (подобным описывающим капли, формирующиеся на потолке) без каких-либо ограничений, если ввести новые переменные

$$\begin{aligned}n &= n_e - n_b, \\ u &= v_b - v_e, \\ v &= \frac{nu - n_0 v_0}{n_i}, \\ \rho_* &= \frac{n_i^2 - n^2}{n_i^2 - n_0^2} \left(\frac{u}{u_0} \right)^2.\end{aligned}\tag{20}$$

Тогда имеют место следующие уравнения группирования:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_*}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[(v + V_{CH})\rho_*] &= 0, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + (v + V_{CH})\frac{\partial v}{\partial x} &= C_0^2 \frac{\partial \rho_*}{\partial x},\end{aligned}\tag{21}$$

где $C_0^2 = u_0^2 n_b^0 n_e^0 / n_i^2$ – скорость, определяющая темп нарастания на линейном этапе возмущений; $V_{CH} = (n_b^0 v_e^0 + n_e^0 v_b^0) / n_i$ – скорость систематического сноса. Если перейти в подвижную со скоростью сноса систему координат, то аналогия с уравнениями для капель с потолка очевидна и соответствует динамике «элементарной капли», которая иллюстрируется рис. 15.

В монографии [34] изложено и решение интересной задачи о разбиении электронного потока в плазме на слои и нити. В типичных условиях поток является длинным и поэтому он должен разбиваться не на сгустки в продольном направлении, а на параллельные нити – «филаменты». Задача усложняется по сравнению с предыдущей, поскольку необходимо учитывать магнитное поле. Исходные уравнения для электронного потока примут вид

$$\begin{aligned}\frac{\partial n_b}{\partial t} + \operatorname{div} n_b \vec{v}_b &= 0, \\ \frac{\partial v_b}{\partial t} + (\vec{v}_b \nabla) \vec{v}_b &= -\frac{|e|}{m_e} (\vec{E} + [\frac{\vec{v}_b}{c} \vec{B}]).\end{aligned}\tag{22}$$

Предполагается, что поток движется вдоль x , расслаиваясь в поперечном направлении по y , так что магнитное поле имеет лишь компоненту B_z . Причем, поля E_y и B_z , действующие на пучок, возбуждаются самим пучком и находятся из уравнения Максвелла для среды. С учётом ряда приближений в [34] показано, что уравнения (22) в системе координат, движущейся с потоком, сводятся к стандартному квазичаплыгинскому виду (как для капель, формирующихся на потолке) при $m = +1$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_*}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_* v_\perp) &= 0, \\ \frac{\partial v_\perp}{\partial t} + v_\perp \frac{\partial v_\perp}{\partial y} &= C_0^2 \frac{\partial \rho_*}{\partial y},\end{aligned}\tag{23}$$

где $v_\perp = v_{by}$, $C_0^2 = \varepsilon v_0^2$, $\varepsilon = n_b^0 / n_i$, $\rho_* = n_b / n_b^0$.

Результаты экспериментального исследования влияния давления остаточного газа на амплитудные и спектральные характеристики выходного сигнала генератора с турбулентным электронным пучком приведены в статье [37]. Лабораторный макет представлял собой устройство, состоящее из катода, управляющего электрода, анодов, пролетной трубы, подвижного коллектора-съёмника. Последний был выполнен в виде коаксиальной линии, центральный проводник которой соединен с отрезком спирали. СВЧ-сигнал снимается со спирали и подаётся на анализатор спектра. Исследования проводились в импульсном режиме. Представлены результаты изучения влияния различных факторов на характеристики генерации и параметры сгустков пространственного заряда. Главные результаты работы связаны с ответом на вопрос:

«Какое влияние на формирование и амплитуду сгустков оказывают ионы остаточных газов?». Если пролетная труба заполнена остаточным газом низкого давления, то вблизи сгустков происходит интенсивная ионизация газа, обусловленная малыми скоростями электронов вблизи них и провисанием потенциала, вызванным пространственным зарядом самого сгустка. Далее сгусток насыщается ионами, что приводит к его зарядовой нейтрализации и смещению в направлении коллектора. После достижения коллектора генерация прекращается. Если время жизни сгустка, определяемое соотношением [38]

$$\tau \approx \frac{\alpha}{p} \left(1 - \frac{I_{\text{limited}}}{I}\right),$$

больше длительности импульса напряжения, то ионизация газа не должна влиять на выходные характеристики генератора. Здесь p – давление газа, I – ток пучка в пролетной трубе, I_{limited} – предельный ток для данной геометрии трубы, α – постоянная, зависящая от рода газа (для воздуха $\alpha = 2 \cdot 10^{-10}$). Таким образом, за счет зарядовой нейтрализации удастся сформировать более компактные и плотные сгустки пространственного заряда, характеризующиеся большим временем жизни. Параметры сгустков, полученные экспериментально для различных значений давления газа в пространстве дрейфа, приведены в таблице 2.

В результате проведенных экспериментальных исследований установлено, что при давлении остаточного газа $p \sim 10^{-7}$ Торр, формируемый в пространстве дрейфа сгусток не плотный и размыт по сечению. Плотность тока в сгустке $j_{\text{max}} = j/j_0 = 12$. Фактически, в этом случае мы имеем не одиночный плотный сгусток, а локальные неоднородности плотности тока, каждая из которых вносит свой вклад в спектр сигнала, который становится шумоподобным. С ростом давления остаточного газа до величины порядка $p \sim 10^{-6}$ Торр, вблизи сгустков происходит наиболее интенсивная ионизация вследствие малых скоростей электронов в сгустке. Ионы ослабляют действие кулоновских сил, что ведет к резкому увеличению плотности тока в сгустке ($j_{\text{max}} = j/j_0 = 120$). Колебания такого плотного сгустка являются регулярными, при этом уровень выходного сигнала существенно возрастает (рис. 16). При давлении остаточного газа порядка $p \sim 2 \cdot 10^{-5}$ Торр в спектре появляются

Таблица 2

Зависимость параметров сгустков пространственного заряда от давления газа в пространстве дрейфа, p – давление газа, R – поперечный размер сгустка, Z – протяженность сгустка, j_{max}/j_0 – нормированная плотности тока [37]

p , Торр	R , mm	Z , mm	j_{max}/j_0
$5 \cdot 10^{-7}$	0.30	1.20	15
$3 \cdot 10^{-6}$	0.22	0.81	120
$2 \cdot 10^{-5}$	0.10	0.20	190

Рис. 16. Зависимость выходной мощности от давления остаточного газа, соответствующая регулярному режиму

Рис. 17. Зависимость изрезанности спектра выходной мощности от давления остаточного газа

дополнительные составляющие, соответствующие низкочастотной модуляции основного сигнала, обусловленные собственными колебаниями ионов. С дальнейшим увеличением давления до $p \sim 6 \cdot 10^{-4}$ Торр и более характер модуляции усложняется. Наконец, при давлении $p \sim 10^{-4}$ Торр и выше наблюдается переход к сплошному спектру, соответствующий формированию в пучке более сложных электронных структур (турбулентный характер движения). Спектр при этом характеризуется слабой изрезанностью в диапазоне нескольких октав, а спектральная плотность шума выше, чем в случае хороших вакуумных условий ($p \sim 10^{-7}$ Торр). На рис. 17 приведен график зависимости изрезанности спектра выходной мощности от давления остаточных газов. Изрезанность шумоподобного сигнала определяется как $\Delta A = \lg P_{\max}/P_{\min}$ (в децибелах), то есть представляет собой отношение максимальной мощности $P_{\max}$ к минимальной $P_{\min}$, которые выбраны в рабочем диапазоне частот Δf . Полученные результаты свидетельствуют, что наличие ионного фона способствует существенному улучшению спектральных характеристик выходного сигнала. Так, изрезанность с ростом давления от $p \sim 10^{-7}$ Торр до $p \sim 10^{-3}$ Торр падает от $\Delta A \sim 40$ dB до $\Delta A \sim 0.3$ dB, соответственно, а полоса при этом расширяется до $\Delta f \sim 2$ октав. Ранее в работе [39] результаты численного моделирования показали, что применение периодического магнитного поля приводит к уменьшению изрезанности до величин порядка $\Delta A \sim 15...18$ dB.

Таким образом, на основе приведенных экспериментальных результатов можно констатировать, что ионы оказывают существенное влияние на все режимы работы генератора с турбулентным электронным потоком. Следует особо подчеркнуть, что спектр выходного сигнала в регулярном режиме содержит большое число гармонических составляющих высшего порядка, что расширяет рабочий диапазон в более коротковолновую область, а селекция этих составляющих в перспективе позволяет создать на базе прибора компактные умножители частоты.

Заключение

Представлен обзор современного состояния различных теоретических подходов к описанию турбулентности в электронных потоках. Приведены результаты экспериментального исследования устройств с турбулентными электронными потоками и результаты вычислительного эксперимента для достаточно общей феноменологической модели взаимодействующих электронных сгустков.

Общей теории турбулентности в электронных потоках нет. Нет такой теории и в гидродинамике, хотя уравнение для описания динамики вязкой жидкости сформулировано давно. Это – уравнение Навье–Стокса, изучение которого отнесено к одной из семи величайших проблем тысячелетия. Иэн Стюарт пишет [40, с. 308]: «Задача

тысячелетия не просит математиков найти явные решения уравнения Навье–Стокса, поскольку это, по-существу, невозможно. Не имеет она отношения и к численным методам решения этих уравнений, несмотря на всю их важность. Вместо этого в задаче требуется доказательство фундаментального теоретического свойства: существования решений. Может быть в электронике вопрос следует ставить так: существует ли решение соответствующих уравнений при заданном состоянии электронного потока в определенный момент времени – при известных характеристиках его движения?». Стюарт заканчивает статью ссылкой на сайт Института Клэя, на котором Чарльз Фефферман написал: «Существует множество интереснейших задач и гипотез о поведении решений уравнения Эйлера и Навье–Стокса... Поскольку мы не знаем даже существуют ли эти решения, наши представления о них находятся на очень примитивном уровне. Стандартные методы (из теории дифференциальных уравнений в частных производных) представляются недостаточными для решения этой задачи. Вместо этого нам, вероятно, требуются новые глубокие идеи».

Создается впечатление, что такие идеи появились, и их автор Бенуа Мандельброт. В монографии [41, гл. 11] он пишет: «...я заявляю², что турбулентные решения фундаментальных уравнений включает в себя особенности или “почти особенности” совершенно иного рода. Эти особенности представляют собой локальные масштабн-инвариантные фрактальные множества, а “почти особенности” – приближения к ним». Мандельброт формулирует два конкретных предположения: первое – особенности решения уравнений Эйлера представляют собой фрактальные множества; второе – особенности решений уравнений Навье–Стокса могут быть только фракталами.

В заключение укажем, что идеи фрактального подхода к турбулентности высказывались и ранее. В монографии Фрика П.Г. «Турбулентность: Подходы и модели» есть раздел «Фракталы и турбулентность», цитатой из которого закончим обзор [42, с. 139]: «Колмогоровская модель однородной турбулентности подразумевает равномерное заполнение пространства вихрями каждого масштаба ... Иная картина соответствует турбулентности с перемежаемостью, в этом случае часть вихрей не получает энергию от вихрей верхнего уровня. На следующем уровне энергия оставшихся (активных) вихрей вновь передаётся только части вихрей и так далее. В результате в пространстве образуется многомасштабная система активных и пассивных областей, которая по построению представляет собой фрактальное множество. Идея использования фракталов для описания структуры поля была впервые высказана в работе Новикова и Стюарта в 1964 году [43]. Простейшая динамическая модель инерционного интервала, приводящая к фракталам, была предложена в работе [44]».

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 16-02-00238, 14-02-00329, а также Министерства образования и науки РФ.

Библиографический список

1. Гладун А.Д. Феноменологическая теория турбулентных электронных потоков // Электронная техника. 1966. № 8. С. 39–53.

²Мандельброт ссылается на свою работу «Mandelbrot B.B. Geometrie fractale de la turbulence. Dimension de Hausdorff, dispersion et nature des singularites dumouvement des fluides // Comptes Rendus (Paris). 1976. 282A. P. 119–120».

2. *Miller M.* Quasi-Brillouin electron stream // *Journal of Applied Physics*. 1961. Vol. 32, Iss. 9. P. 1791–1793.
3. *Мурье Ж.* Теория слабого сигнала // «Электронные сверхвысокочастотные приборы со скрещенными полями». Том I, разделы V и XII. М.: Изд-во иностранной литературы, 1961.
4. *Kuhl R.L. and Webster H.R.* Breakup of hollow cylindrical electron beams // *IRE Transactions on Electron Devices*. 1956. ED-3. P. 172–183.
5. *Levy R.H.* Diocotron instability in cylindrical geometry // *The Physics of Fields*. 1965. Vol. 8, Iss. 7. P. 1288–1295.
6. *Levy R.H. and Hockney R.W.* Computer experiments on flow-density cross-fields electron beam // *The Physics of Fields*. 1968. Vol. 8. P. 766–771.
7. *Лейман В.Г.* Адиабатическая теория неустойчивости электронных потоков в скрещенных полях // *Электронная техника*. 1968. № 8. С. 26–34.
8. *Гладун А.Д., Лейман В.Г.* К теории гидродинамической устойчивости электронных потоков в вакууме // *ЖТФ*. 1970. Т. 15, № 12. С. 2513–2517.
9. *Карбушев Н.И., Удовиченко С.Ю.* К теории slipping-неустойчивости релятивистских электронных пучков // *ЖТФ*. 1983. Т. 53, № 9. С. 1706–1709.
10. *Лейман В.Г., Никулин М.Г., Розанов Н.Е.* Слиппинг-неустойчивость электронного пучка с произвольной степенью замагниченности // *ЖТФ*. 1989. Т. 59, № 4. С. 111–117.
11. *Кузнецов С.П.* Турбулентное движение электронного потока в скрещенных полях // *ЖТФ*. 1977. Т. 47, № 12. С. 2483–2486.
12. *Кравченя П.Д.* Неустойчивости в релятивистских потоках в скрещенных полях. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (01.04.04). Волгоград, 2014. ФГАОУ ВПО «Волгоградский государственный университет». 116 с.
13. *Шевчик В.Н., Трубецков Д.Н.* Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М.: Сов. радио, 1970. 584 с.
14. *Pierce J.R.* Instability of Hollow Beams // *IRE Transactions on Electron Devices*. 1956. ED-4. P. 183–190.
15. *Krammer W.* Diocotron instability in plasmas and gas discharges // *Journal of Applied Physics*. 1967. Vol. 37, Iss. 5. P. 602–611.
16. *Лейман В.Г.* Об устойчивости системы параллельных электронных потоков, фокусируемых магнитным полем // *Электронная техника*. 1967. Серия 1, № 8. С. 15–26.
17. *Сингатуллин Р.М.* Численное исследование динамики вихревых структур в сплошных средах, включая плазму. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (25.00.29, 01.04.03). Казань, 2004. ФГАОУ ВПО «Казанский государственный энергетический университет». 116 с.
18. *Рабинович М.И., Сущик М.М.* Когерентные структуры в турбулентных течениях. Нелинейные волны. Самоорганизация. М.: Наука, 1983. С. 53–85.
19. *Колесниченко А.В.* Синергетический подход к описанию стационарно-неравно-

- весной турбулентности астро-геофизических систем // Препринт ИМП им. Келдыша. М.: РАН, 2003. 37 с.
20. *Абурджания Г.Д.* Самоорганизация нелинейных волновых структур и вихревой турбулентности в диспергирующих средах. М.: КомКнига, 2006. 328 с.
 21. *Кервамишвили Н.А.* Нелинейные нерегулярные структуры в заряженной электронной плазме в скрещенных ($E \perp H$) полях // ЖТФ. 1990. Т. 60, № 2. С. 78–84.
 22. *Driscoll C.F. and Fine K.S.* Experiments on vortex dynamics in pure electron plasmas // The Physics of Fields B. 1965. Vol. 2, Iss. 6. P. 1359–1366.
 23. *Голубь Ю.А., Никулин М.Г., Розанов Н.Е.* Вихри в неоднородных некомпенсированных электронных пучках // ЖТФ. 1990. Т. 60, № 9. С. 78–82.
 24. *Гордеев А.В.* Электростатическая вихревая электронная структура в плазме с внешним магнитным полем // Физика плазмы. 2008. Т. 34, № 6. С. 563–566.
 25. *Бендерский Б.Я.* Аэрогидродинамика. Курс лекций с краткими биографиями и интересными случаями из жизни учёных. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2012. 500 с.
 26. *Калинин Ю.А., Стародубов А.В.* Широкополосные генераторы хаотических колебаний на турбулентных электронных потоках с внутренней электронной обратной связью // ЖТФ. 2010. Т. 80, № 12. С. 80–81.
 27. *Калинин Ю.А., Стародубов А.В., Муштаков А.В.* О турбулентных электронных пучках, формируемых магнетронно-инжекторными пушками // ЖТФ. 2011. Т. 81, № 6. С. 92–96.
 28. *Калинин Ю.А., Волкова Л.Н.* Генератор широкополосных шумоподобных СВЧ-колебаний на турбулентных электронных пучках // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36, вып. 14. с. 65–72.
 29. *Калинин Ю.А., Стародубов А.В., Волкова Л.Н.* Перестраиваемый генератор широкополосных хаотических СВЧ-колебаний на турбулентных пучках // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36, вып. 19. С. 52–58.
 30. *Калинин Ю.А., Стародубов А.В.* Сверхнизковольтный генератор широкополосных хаотических СВЧ-колебаний на встречных электронных пучках // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 32, вып. 1. С. 32–39.
 31. *Мчедлова Е.С., Трубецков Д.И.* Особенности излучения в цепочках связанных малых объёмов, содержащих электроны-осцилляторы // ЖТФ. 1994. Т. 64, № 10. С. 158–167.
 32. *Калинин Ю.А., Кильдякова О.А., Стародубов А.В., Трубецков Д.И.* О возможности усиления и генерации гармоник высшей частоты в СВЧ приборе с турбулентным электронным потоком (натурный эксперимент и феноменологическая модель) // Доклады Академии Наук. 2016. Т. 467, № 2. С. 1–4.
 33. *Каганов В.И.* Ветроэнергетические методы предотвращения развития тропического циклона // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32, вып. 6. С. 42–48.
 34. *Жданов С.К., Трубников Б.А.* Квазигазовые неустойчивые среды. М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 2001. 176 с.

35. Трубников Б.А. Самоорганизация неустойчивых сред. Точные решения. // Природа. 2007. № 4. С. 68–73.
36. Буланов С.В., Сасоров П.В. Точная нелинейная теория распада электронного пучка на отдельные сгустки в плазме // ЖЭТФ. 1984. Т. 86, вып. 2. С. 479–482.
37. Kalinin Yu.A., Starodubov A.V., Fokin A.S. Effect of the ion background on the spectral and amplitude characteristics of the output signal from the oscillator with the turbulent electron beam // Physics of Wave Phenomena. 2016. Vol. 24, № 3. P. 1–4.
38. Калинин Ю.А., Есин А.Д. Методы физического эксперимента в вакуумной СВЧ-электронике. Саратов: Изд-во Саратовского университета, 1991.
39. Kurkin S.A., Hramov A.E. Influence of external nonuniform magnetic field on the spectral characteristics of a virtual cathode oscillator's output radiation // Bulletin Russian Academy of Sciences Physics. 2011. Vol. 75(12). P. 1609.
40. Стюарт Иэн Величайшие математические задачи. М.: Альпина нон-фикшн, 2015. 460 с.
41. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных технологий, 2002. 656 с.
42. Фрик П.Г. Турбулентность: Подходы и модели. М.–Ижевск: Институт компьютерных технологий, 2003. 292 с.
43. Новиков Е.А., Стюарт Р.В. Переमेжаемость турбулентности и спектр диссипации энергии // Изв. АН СССР. Сер. геофизическая. 1964. № 3. С. 408–413.
44. Frisch U., Sulem P.-L., Nelkin M. A simple dynamic model of intermittent fully developed turbulence // J. Fluid Mechanics. 1978. Vol. 87. P. 719–736.

Поступила в редакцию 11.10.2016

TURBULENCE IN MICROWAVE ELECTRONICS: THEORETICAL APPROACHES AND EXPERIMENTAL RESULTS

D. I. Trubetskov^{1,2}, Yu. A. Kalinin¹, A. V. Starodubov¹, A. S. Fokin¹

¹National Research Saratov State University
Astrahanskaya, 83, 410012 Saratov, Russia

²National Research Nuclear University «MEPhI»
Kashirskoe shosse, 31, 115409 Moscow, Russia

E-mail: dtrubetskov@yahoo.com; noios@sgu.ru;
StarodubovAV@gmail.com; alexander1989fokin@mail.ru

A review of the current state of different theoretical approaches to the description of turbulence in electron beams and electronic devices at microwave frequencies is shown. A three types of turbulent (nonlaminar) electron beams were considered. The first type of turbulent electron beam is caused by the intersection of electronic trajectories (e.g., due to thermal velocity) and it is common to the flow of electrons at all. The turbulence of the second type is due to the instability of the electron beams, because of which a small perturbations grow for an exponentially (such instabilities include diocotron and slipping-instability). The third type – vortex turbulence, the cause of which is filamentarization of electron flow. Formed charged filaments interact among themselves, that leads to the formation of vortex structures; the

presence of this structures increases the number of collective degrees of freedom and may lead to turbulence. The results of an experimental study of turbulent flows and electronic generators with their use in standalone mode and when an external signal were shown. Various types of broadband broadband microwave oscillators oscillations were investigated. We discuss the phenomenological model of turbulent the electron beam, which is a chain of superradiant clots containing electron-oscillators, chain of «vortices» («vortices» are describes by the modified equations of van der Pol).

Keywords: electron flow, turbulence, instability, vortex, generator, broadband microwave generation

DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-5-4-36

Paper reference: Трубецков Д.И., Калинин Ю.А., Стародубов А.В., Фокин А.С. Турбулентность в электронике сверхвысоких частот: Теоретические подходы и результаты экспериментов // Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2016. Vol. 24. Issue 5. P. 4–36.

Библиографический список

1. Gladun A.D. // *Electronnaya tehnika*. 1966. Issue 8. P. 39-53 (in Russian).
2. Miller M. // *Journal of Applied Physics*. 1961. Vol. 32, Issue 9. P. 1791-1793.
3. Murie Zh. Teoriya slabogo signala. In book *Electronnye Sverchvysokochastotnye Pribory so Skreschennymi Polyami*. M.: Izd-vo Inostrannoy literatury, 1961. Vol I, Parts V,XII (in Russian).
4. Kyhl R.L. and Webster H.R. // *IRE Transactions on Electron Devices*. 1956. ED-3. P. 172-183.
5. Levy R.H. // *The Physics of Fields*. 1965. Vol. 8, Issue 7. P. 1288-1295.
6. Levy R.H. and Hockney R.W. // *The Physics of Fields*. 1968. Vol. 8. P. 766-771.
7. Leyman V.G. // *Electronnaya Tekhnika*. 1968. Issue 8. P. 26-34 (in Russian).
8. Gladun A.D., Leyman V.G. // *Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki*. 1970. Vol. 15, Issue 12. P. 2513-2517 (in Russian).
9. Karbushev N.I., Udovichenko S.Yu. // *Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki*. 1983. Vol. 53, Issue 9. P. 1706-1709 (in Russian).
10. Leiman V.G., Nikulin M.G., Rozanov N.E. // *Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki*. 1989. Vol. 59, Issue 4. P. 111-117 (in Russian).
11. Kuznetsov S.P. // *Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki*. 1977. Vol. 47, Issue 12. P. 2483-2486 (in Russian).
12. Kravchenya P.D. Neustoichivosti v relyativistskih potokah v skreschennyh polayh. Dissertatsiya po special'nosti 01.04.04. Volgograd: Volgograd State University, 2014. 116 p. (in Russian).
13. Shevchik V.N., Trubetskoy D.I. Analiticheskie Metody Rascheta v Elektronike SVCH. M.: Sov. Radio, 1970. 584 p. (in Russian).
14. Pierce J.R. // *IRE Transactions on Electron Devices*. 1956. ED-4. P. 183-190.
15. Krammer W. // *Journal of Applied Physics*. 1967. Vol. 37, Issue 5. P. 602-611.
16. Leiman V.G. // *Electronnaya Tekhnika*. 1967. Seriya 1, Issue 8. P. 15-26 (in Russian).
17. Singatullin R.M. Chislennoe issledovanie dinamiki vkhrevykh struktur v sploshnykh sredah, vkluchaya plazmu. Dissertatsiya po special'nosti 25.00.29 and 01.04.03. Kazan: Kazan State University of Energetics. 116 p. (in Russian).

18. *Rabinovich M.I., Suschik M.M.* Kogerentnye Struktury v Turbulentnyh Techeniyah. Nelineynye Volny. Samoorganizaciya. M.: Nauka, 1983. P. 53-85 (in Russian).
19. *Kolesnichenko A.V.* Sinergeticheskii Podhod k Opisaniyu Stacionarno-Neravnovesnoi Turbulentnosti Astro-Geofisicheskikh Sistem Preprint IMP named after Keldysh. M.: RAS, 2003. 37 p. (in Russian).
20. *Aburdzhaniya G.D.* Samoorganizacia Nelineynykh Volnovykh Structur i Vihrevoy Turbulentnosti v Dispergiruyuschih Sredah. M.: KomKniga, 2006. 328 p. (in Russian).
21. *Kervamishvili N.A.* // Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki. 1990. Vol. 60, Issue 2. P. 78-84 (in Russian).
22. *Driscoll C.F., Fine K.S.* // The Physics of Fields B. 1965. Vol. 2, Issue 6. P. 1359-1366.
23. *Golub Y.A., Nikulin M.G., Rozanov N.E.* // Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki. 1990. Vol. 60, Issue 9. P. 78-82 (in Russian).
24. *Gordeev A.V.* // Plasma Physics Reports. 2008. Vol. 34, Issue 6. P. 515-518.
25. *Benderskii B.Ya.* Aerogidrodinamika. Kurs Lekcii s Kratkimi Biographiyami i Interesnymi Sluchaaymi is Zhizni Uchenyh. M.-Izhevsk: NIC «Regulayrnaya i Haoticheskaya dinamika». 2012. 500 p. (in Russian).
26. *Kalinin Yu.A., Starodubov A.V.* // Technical Physics. 2010. Vol. 55, Issue 12. P. 1788-1792.
27. *Kalinin Yu. A., Starodubov A.V., Mushtakov A.V.* // Technical Physics. 2011. Vol. 56, Issue 6. P. 838-842.
28. *Kalinin Yu. A., Volkova L. N.* // Technical Physics Letters. 2010. Vol. 36, Issue 7. P. 668-671.
29. *Kalinin Yu. A., Starodubov A. V., Volkova L. N.* // Technical Physics Letters. 2010. Vol. 36, Issue 10. P. 899-901.
30. *Kalinin Yu. A., Starodubov A. V.* // Technical Physics Letters. 2011. Vol. 37, Issue 1. P. 91-93.
31. *Mchedlova E.S., Trubetskov D.I.* // Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki. 1994. Vol. 64, Issue 10. P. 158-167 (in Russian).
32. *Kalinin Yu.A., Kildyakova O.A., Starodubov A.V., Trubetskov D.I.* // Doklady Physics. 2016. Vol. 61, Issue 3. P. 112-115.
33. *Kaganov V.I.* // Technical Physics Letters. 2006. Vol. 32, Issue 3. P. 252-254.
34. *Zhdanov S.K., Trubnikov B.A.* Quazigazovye Neustoychivye Sredy. M.: Nauka, 2001. 176 p. (in Russian).
35. *Trubnikov B.A.* // Priroda. 2007. Issue 4. P. 68-73 (in Russian).
36. *Bulanov S.V., Sasorov P.V.* // Zhurnal Eksperimentanoi i Teoreticheskoi Fiziki. 1984. Vol. 86, Issue 2. P. 479-482 (in Russian).
37. *Kalinin Yu.A., Starodubov A.V., Fokin A.S.* // Physics of Wave Phenomena. 2016. Vol. 24, Issue 3. P. 1-4.
38. *Kalinin Yu.A., Esin A.D.* Methods and Means of Physical Experiment in Vacuum Microwave Electronics. Saratov: Izd-vo Saratovsk. Gos. Univ., 1991 (in Russian).

39. *Kurkin S.A., Hramov A.E.* // Bulletin Russian Academy of Sciences. Physics. 2011. Vol. 75(12). P. 1609.
40. *Stewart Ian.* The Great Mathematical Problems: Marvels and Mysteries of Mathematics. Profile Books Ltd, 2013. 340 p.
41. *Mandelbrot B.B.* Fraktal'naya Geometriya Prirody. Mosk-Izhevsk: Institut Kompyuternykh Tekhnologii. 2002. 656 p. (in Russian).
42. *Frik P.G.* Turbulentnost': Podhody i Modeli. Mosk-Izhevsk: Institut Kompyuternykh Tekhnologii. 2003. 292 p. (in Russian).
43. *Novikov E.L., Stuart R.V.* // Izv. Akad. Nauk USSR. Seriya Geophisicheskaya. 1964. Issue 3. P. 408-413 (in Russian).
44. *Frisch U., Sulem P.-L., Nelkin M.* // J. Fluid Mechanics. 1978. Vol. 87. P. 719-736.

Трубецков Дмитрий Иванович – родился в Саратове (1938). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1960). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата (1965) и доктора физико-математических наук в СГУ (1978) в области радиофизики. Заведующий кафедрой электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов СГУ, профессор кафедры прикладной математики НИЯУ МИФИ, член-корреспондент Российской академии наук, заслуженный деятель науки РФ, лауреат премии Президента РФ в области образования. Научный руководитель Лицея прикладных наук и факультета нелинейных процессов СГУ. Область научных интересов: вакуумная электроника и микроэлектроника сверхвысоких частот, теория колебаний и волн, нелинейная динамика, история науки. Автор более двадцати учебных пособий и монографий, а также более двухсот статей в периодической печати.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
 115409 Москва, Каширское шоссе, 31
 Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 E-mail: dtrubetskov@yahoo.com

Калинин Юрий Александрович – родился в Саратове (1937). Окончил физический факультет СГУ по кафедре электроники (1959) и направлен на работу в НИИ «Волна». Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1968), получил звание старшего научного сотрудника (1972). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1981), в 1982 году присвоено звание профессора. С сентября 1994 года работал в должности заместителя директора по научной работе, а с сентября 1999 года – директором НИИ механики и физики СГУ. С января 2001 года работал в должности заместителя директора по научной работе НИИ «Открытые системы» СГУ. С апреля 2004 года – директор НИИ физики нелинейных систем СГУ. С января 2005 года по 2014 год – руководитель Отделения физики нелинейных систем Научно-исследовательского института Естественных наук СГУ. С февраля 2014 года и по настоящее время работает в должности ведущего научного сотрудника Отделения физики нелинейных систем Научно-исследовательского института Естественных наук СГУ. Область научных интересов: вакуумная электроника и микроэлектроника, физический эксперимент, физические эффекты и неустойчивости в электронных пучках. Автор более 380 печатных работ и более 50 патентов. Под его руководством защищено 32 кандидатские работы.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
 E-mail: noios@sgu.ru

Стародубов Андрей Викторович – родился в Саратове (1982). Окончил факультет нелинейных процессов СГУ (2005). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (2008). С 2002 года начал работать в должности лаборанта, с 2005 по 2008 год работал в должности младшего научного сотрудника, с 2009 года по настоящее время – старший научный сотрудник. Область научных интересов: радиофизика, нелинейная динамика, вакуумная электроника и микроэлектроника, физический эксперимент, численное моделирование физических процессов, физические эффекты и неустойчивости в электронных пучках, нанотехнологии, взаимодействие электромагнитного излучения с веществом, микро и наноструктуры, наночастицы. Автор более 40 печатных работ и 10 патентов.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: StarodubovAV@gmail.com

Фокин Александр Сергеевич – родился в Туле (1989). Окончил факультет нелинейных процессов Саратовского государственного университета (2012). Аспирант факультета нелинейных процессов. Область научных интересов – нелинейная динамика, радиофизика. Автор ряда статей в рецензируемых отечественных и зарубежных журналах.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: alexander1989fokin@mail.ru