УДК 536.2:518.355.4

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОГО ПРОЦЕССА ОХЛАЖДЕНИЯ ВО ВРЕМЕНИ УСТРОЙСТВА В ФОРМЕ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

© Александр Анатольевич Шулженко, Михаил Борисович Модестов

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения
им. А.А. Благонравова Российской академии наук, Москва, Россия

aa_shulzhenko.01@mail.ru

Аннотация. В данной работе проведено исследование с помощью математического моделирования трехмерного нестационарного теплового процесса охлаждения устройства в форме параллелепипеда. В результате моделирования была разработана оригинальная программа, описывающая этот процесс. Работа может представлять интерес для широкого круга специалистов, занимающихся разработкой устройств теплозащиты, работающих в условиях низких температур.

Ключевые слова: математическое моделирование, тепловой процесс, охлаждение, тепловая защита, нагреватели.

MODELING OF A THREE-DIMENSIONAL PARALLELEPIPED COOLING PROCESS IN TIME

© A.A. Shul'zhenko, M.B. Modestov

IMASH RAN, Moscow, Russia

aa_shulzhenko.01@mail.ru

Abstract. In this paper, a study was carried out using mathematical modeling of a three-dimensional unsteady thermal process of cooling a parallelepiped. As a result of the simulation, an original program was developed that describes this process. The work may be of interest to a wide range of specialists involved in the development of thermal protection of devices operating at low temperatures.

Keywords: mathematical modeling, thermal process, cooling, thermal protection, heaters.

В повседневной жизни часто встречаемся с охлаждением самых различных устройств и предметов, обладающих разнообразными формами. Одной из наиболее часто встречающихся форм этих предметов является параллелепипед. Приблизительно такую форму имеют кино-, фото-съемочная аппаратура, источники электропитания (аккумуляторы) и т.д.

Следует отметить, что устройства могут эксплуатироваться не только при положительной, но и при отрицательной температуре. Как правило, рабочие диапазоны температур технических устройств охватывают температуры, не только лежащие в области положительных значений, а и отрицательных. Нижний предел отрицательных температур,

при которых сохраняется их работоспособность, часто бывает довольно значительный, например, у фотоаппаратов он простирается до температуры - 7°C, и, поэтому, при эксплуатации этих приборов в условиях холода очень важно знать не только диапазон рабочих температур, а и время остывания при выносе на холод данного прибора из теплого помещения в открытую среду до предельных значений температур – $\tau_{ост}$, время работы технического устройства – $\tau_{раб}$.

Вопросы, связанные с длительной эксплуатацией технических устройств в условиях холода (при $\tau_{ост} < \tau_{раб}$) были рассмотрены [1]. В этой работе был сделан целый ряд выводов по особенностям длительного режима эксплуатации технических устройств в условиях Арктики. Одними из основных выводов являются:

- необходимость использования как пассивных, так и активных средств защиты;
- для экономии энергии, потребляемой нагревателями при использовании активных средств защиты и затрачиваемой на обеспечение работы технических устройств, целесообразно поддерживать их рабочие температуры в области нижних пределов их работоспособности;
- в арктических условиях, где практически весь зимний период температура среды отрицательная, для минимизации переходов через точку замерзания (оттаивания) воды (чтобы предотвратить образование ледяного налета, приводящего к разрушению активных средств тепловой защиты), так же необходимо обеспечить режим работы технических устройств в области нижнего уровня рабочего диапазона, что, как уже отмечалось, позволяет так же достичь минимального потребления энергии, или постоянно обеспечивать обогрев устройств до положительных температур, но в этом случае имеем энергетически затратный вариант.

Время охлаждения может быть довольно большим и вполне достаточным для обеспечения работоспособности переносного технического устройства ($\tau_{охл} > \tau_{раб}$) в течение всего процесса действий, необходимых при осуществлении их рабочего цикла, например, при проведении фотосъемок, кратковременных измерений или других аналогичных процедур.

Для увеличения времени работы в пределах требуемых отрицательных температур часто вполне достаточно использовать дополнительную тепловую изоляцию для снижения уровня теплового потока с поверхности параллелепипеда или просто сократить время работы данного прибора.

Для получения более полной картины поведения рассматриваемой тепловой системы необходимо провести описание теплового процесса в трехмерном пространстве и во времени, что представляет собой интересную тепловую задачу, решение которой в дальнейшем позволит определить тепловые потери с поверхности параллелепипеда. Решение этой задачи с помощью аналитических методов крайне затруднено, поэтому наиболее удобно использовать метод конечных разностей.

В зависимости от полученных значений тепловых полей, скорости их изменения во времени, соответствующих требуемым уровням температур, обеспечивающих нормальную работу технических устройств, решается вопрос компенсации тепловых потерь при воздействии низких температур. На основании полученных данных о тепловых потерях можно сформулировать требования к эксплуатации технических устройств, к использованию дополнительной пассивной теплоизоляции или к применению активных средств защиты, к использованию для обеспечения их работы автономных или бортовых источников электропитания, стационарных сетей.

Для решения сформулируем тепловую задачу.

Будем считать, что в начальный момент времени, рассматриваемый объект, представляющий собой параллелепипед (наиболее часто встречаемая форма переносных технических

устройств), был равномерно нагрет до температуры T_h , а так как объект имеет трехмерную структуру, то можно записать

$$T = T_h, \text{ при } t = 0, 0 \leq x \leq l, 0 \leq y \leq l, 0 \leq z \leq l,$$

где T – текущее значение температуры, T_h – начальная температура объекта, t – текущее значение времени, x, y, z – текущее значение пространственных переменных по осям X, Y, Z .

Затем данный объект выносится на открытый воздух, где, как правило, температуры ниже, например, комнатной температуры, и начинается процесс охлаждения.

Будем считать, что объект представляет собой изотропный материал.

Пусть температура среды, окружающей данный объект также изотропна по всему пространству, не изменяется во времени и равна $T = T_{sr}$ при $t \geq 0, 0 > x$ и $x > l, 0 > y$ и $y > l, 0 > z$ и $z > l$.

Определим граничные условия.

Будем считать, что по осям X, Y, Z в точках $x = x_0$ и $x = x_l, y = y_0$ и $y = y_l, z = z_0$ и $z = z_l$ в течение всего времени процесса, при $t > 0$, действуют граничные условия I рода.

Тогда температура в этих точках, на поверхности параллелепипеда, равна $T = T_{sr}$.

Коэффициент теплопроводности, плотность и теплоемкость данного объекта по всем направлениям постоянны, одинаковы и равны λ, ρ и c соответственно.

Далее, будем описывать трехмерный процесс в области параллелепипеда, $0 \leq x \leq l, 0 \leq y \leq l, 0 \leq z \leq l$, в течение всего времени процесса, то есть при $t > 0$, с помощью нестационарного трехмерного уравнения Фурье

$$\rho \cdot c \frac{\partial \Delta T}{\partial t} = \lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial z^2} \right),$$

где ρ – плотность материала; c – теплоемкость материала; $\Delta T = T - T_{sr}$ – текущее значение температуры; λ – теплопроводность материала.

Суммарно задача описывается с системой

$$\left\{ \begin{array}{l} t = 0, \quad 0 \leq x \leq l, \quad 0 \leq y \leq l, \quad 0 \leq z \leq l, \quad T = T_h \\ t > 0, \quad x = (x_0, x_l), \quad y = (y_0, y_l), \quad z = (z_0, z_l), \quad T = T_{sr} \\ t > 0, \quad 0 \leq x \leq l, \quad 0 \leq y \leq l, \quad 0 \leq z \leq l, \quad \rho \cdot c \frac{\partial \Delta T}{\partial t} = \lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial z^2} \right) \end{array} \right. \quad (1)$$

Таким образом, смешанная задача Коши для трехмерного теплового уравнения с его граничными и начальными условиями сформулирована.

Для решения задачи методом конечных разностей проведем аппроксимацию уравнения Фурье, входящего в систему (1), с учетом граничных и начальных условий. Будем использовать прямую подстановку.

Согласно [2], наиболее удобной схемой, которую можно использовать для описания трехмерного уравнения, является локально-одномерная разностная схема. Операторной формой данного уравнения будет являться выражение

$$B \cdot \frac{\partial \Delta T}{\partial t} + \sum_{a=1}^3 (A_a \cdot \Delta T) = f \text{ при } 0 < t < l, \quad (2)$$

где $B = \rho \cdot c, a = 1, 2, 3$ – число промежуточных слоев;

Согласно используемой двухуровневой неявной разностной схеме, получим выражение

$$A_a \cdot \Delta T = \frac{\lambda}{h^2} (\Delta T_{m(n+1)} - 2 \cdot \Delta T_{mn} + \Delta T_{m(n-1)}).$$

При применении локально-одномерного метода для описания теплового процесса с помощью выражения (2), согласно [3], погрешность аппроксимации будет равна $O(\tau, h_1^2, h_2^2, h_3^2)$.

Уравнение (2) описывается с помощью однородных неявных схем, что делает локально-одномерную схему, безусловно устойчивой.

Расщепление многомерного уравнения Фурье на одномерные, согласно (2), приводит к необходимости учитывать это в постоянном члене путем его деления на 3 равные части, и присоединения каждой из этих частей к каждому одномерному уравнению, или необходимо учесть этот член однократно полностью в одном из одномерных уравнений. При разработке программы использовался первый способ.

Трехмерное уравнение Фурье из (2) решался методом прогонки.

Для удобства одновременного представления пространственных и временных изменений температур использовалась функция slice.

На основании системы (1) была разработана программа в среде MATLAB, позволяющая получить решение, описывающее процесс охлаждения параллелепипеда (рис. 1).

Как видим на рис. 1а, параллелепипед представляет собой равномерно нагретое тело, а на краях его видны полосы, соответствующие граничным условиям, то есть температуре внешней среды.

На рис. 1б параллелепипед через некоторый промежуток времени представляет собой остывающее тело, с более низкой температурой на его краях и более высокой температурой в середине тела.

На рис. 1с - параллелепипед через полное время процесса остывания полностью и равномерно охладился.

При использовании других параметров у этого параллелепипеда время его полного охлаждения изменяется. Так при уменьшении коэффициента теплопроводности материала параллелепипеда или при использовании дополнительных теплозащитных слоев на поверхности параллелепипеда время, затрачиваемое на остывание, увеличивается. На рис. 2б показано замедление остывания за то же время при тех же тепловых параметрах параллелепипеда, кроме коэффициента теплопроводности (по сравнению с рис. 1б).

При уменьшении значения коэффициента теплопроводности λ существенно снижается тепловой поток с поверхности остывающего параллелепипеда, что приводит к увеличению времени работы технического устройства (рис. 2). Такой же результат получается и при установке дополнительных слоев теплоизоляции по всей поверхности параллелепипеда.

Выводы. Целесообразно использовать материалы для технических устройств с наибольшей теплоемкостью, с наименьшей теплопроводностью и т.д.

Разработанная программа позволяет провести моделирование при определенных условиях эксплуатации устройств и в сочетании с используемыми тепловыми характеристиками материалов технических устройств и их теплозащиты для обеспечения нормального режима работы в условиях холода.

Подобные методы позволяют обеспечить работоспособность устройств в условиях воздействия внешних низких температур.

Рис. 1. Остывание параллелепипеда с коэффициентом теплопроводности $2 \cdot \lambda$: а) полностью нагретый параллелепипед при выносе на открытый воздух; б) промежуточное состояние остывающего параллелепипеда за время $t = t_c$; в) полностью остывший параллелепипед за время $t_{см1}$.

Рис. 2. Процесс остывания параллелепипеда с коэффициентом теплопроводности λ : а) полностью нагретый параллелепипед при выносе на открытый воздух; б) промежуточное состояние остывающего параллелепипеда за время $t = t_c$; в) полностью остывший параллелепипед за время за время $t_{ocm2} > t_{ocm1}$.

Результаты данной работы могут использоваться специалистами при проектировании теплозащиты устройств, работающих в условиях устойчивых низких температур.

Список литературы

1. Шульженко А.А., Модестов М.Б. Особенности использования тканых электронагревателей для обеспечения работоспособности технических устройств в условиях Арктики. Сборник трудов конференции «Материалы для технических устройств и конструкций, применяемых в Арктике». ВИАМ, 2015. - С. 37.
2. Самарский А.А., Вабишевич П.Н. Вычислительная теплопередача. - М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. - 784 с.
3. Плохотников К.Э. Вычислительные методы. Теория и практика в среде MATLAB: курс лекций. - М.: Горячая линия – Телеком, 2009. - 496 с.

Дата поступления: 26 июня 2020 г.