Вестник научно-технического развития Bulletin of Science and Technical Development

Номер 3 (151), март 2020 г.

DOI: 10.18411/vntr2020-151

Издается с 2007 года

Издание зарегистрировано в Министерстве РФ по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации Эл. № ФС77-29768.

ISSN 2070-6847

*Журнал выпускается под научным руководством Федерального государственного
бюджетного учреждения науки Институт машиноведения им. А.А.Благонравова РАН*

ОГЛАВЛЕНИЕ № 3 (151), 2020

Иосиф Исаакович Вульфсон. Динамический синтез цикловых механизмов при совместном учете геометрических и частотных характеристик стр. 3 - 11

Сергей Иванович Герасимов, Вадим Анатольевич Кузьмин, Василий Андреевич Кикеев, Николай Александрович Трепалов, Владимир Сергеевич Рожнецов.
Расчетно-экспериментальное исследование взрывного нагружения тонкостенной цилиндрической оболочки.....стр. 12 – 19

Владимир Иванович Ерофеев, Елена Евгеньевна Лисенкова, Иван Сергеевич Царев.
Динамика балки, лежащей на упругом основании модели Пастернака, несущей движущуюся постоянную нагрузку.....стр. 20 – 28

Сергей Андреевич Поляков, Андрей Игоревич Карпов, Лидия Ивановна Куксенова.
Анализ причин колебаний вращающего момента быстроходного вала волновой зубчатой передачи при использовании различных смазочных материалов.....
.....стр. 29 – 35

Издание зарегистрировано в Министерстве РФ по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.
Свидетельство о регистрации Эл. № ФС77-29768.

ISSN 2070-6847

УДК 621.01:534.1

ДИНАМИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ЦИКЛОВЫХ МЕХАНИЗМОВ ПРИ СОВМЕСТНОМ УЧЕТЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ И ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

© Иосиф Исаакович Вульфсон

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна", СПбГУПТД, Санкт-Петербург, Россия
jvulf@yandex.ru

Аннотация. В статье представлена методика оптимального совмещения геометрических и частотных характеристик цикловых механизмов, во многом определяющих производительность машин, качество продукции, долговечность и надежность оборудования, а также условия труда человека-оператора. Полученные результаты свидетельствуют о значительном уменьшении динамических нагрузок по сравнению с общепринятыми способами синтеза данных систем. и могут быть использованы для повышения производительности машин, точности воспроизведения программного движения рабочих органов и устранения других нарушений при выполнении поставленных технологических задач.

Ключевые слова: цикловые механизмы, законы движения, динамический синтез, колебания, геометрические и частотные характеристики.

DYNAMIC SYNTHESIS OF CYCLIC MECHANISMS WITH JOINT CONSIDERATION OF GEOMETRIC AND FREQUENCY CHARACTERISTICS

© I. I. Vulfson

Saint Petersburg State University of Industrial Technologies and Design, Saint-Petersburg, Russia
jvulf@yandex.ru

Abstract. The article presents a methodology for the optimal combination of geometric and frequency characteristics of cyclic mechanisms, which largely determine the performance of machines, product quality, durability and reliability of equipment, as well as the working conditions of a human operator. The results obtained indicate a significant decrease in dynamic loads compared to conventional methods for the synthesis of these systems. and can be used to increase the productivity of machines, the accuracy of reproduction of the programmed movement of the working bodies and to eliminate other violations when fulfilling the set technological tasks.

Key word: cyclic mechanisms, laws of motion, dynamic synthesis, vibrations, geometric and frequency characteristics.

Вводные замечания. Интенсификации производственных процессов в конечном итоге всегда сопутствует рост рабочих скоростей, что, в свою очередь, диктует необходимость более глубокого и разностороннего учета динамических факторов. Проблемам динамики машин посвящено большое число учебных пособий и монографий, что представляется естественным, так как этому разделу машиноведения свойственно не только большое разнообразие задач, но и многоступенчатость при уровне освещения одной и той же проблемы. Последнее связано как с различными интересами, преследуемыми как при решении конкретной инженерной задачи, так и с большим числом условий и факторов, определяющих конечный результат. Поэтому при формировании подходов к решению задач этого класса менее всего пригодны готовые рецепты.

Нередко решение задач динамики машин базируется на допущении классической теории механизмов о недеформируемости звеньев. Динамические процессы иногда ошибочно воспринимаются как возможность решить динамическую задачу чисто геометрическими средствами. Между тем практика эксплуатации машинных агрегатов свидетельствует о том, что при современных рабочих скоростях это допущение нередко оказывается приемлемым лишь в первом приближении, а в ряде случаев даже приводит к неверной ориентации при анализе сложных динамических процессов и выборе направлений дальнейшего совершенствования машины. Таким образом, создание современных машин немыслимо без учета колебательных процессов, во многом определяющих производительность машин, качество продукции, долговечность и надежность оборудования, условия труда человека-оператора. Бесспорное влияние здесь конечно принадлежит и геометрическим характеристикам цикловых механизмов – функции положения, и передаточным функциям. Напомним, что длительное время при решении научных задач синтеза законов движения, а также в процессе преподавания курса теории механизмов и машин, основным аргументом служил параметр времени. Лишь в 1932 г. профессорами Ленинградского Политехнического института Х.Ф. Кетовым и Н.И. Колчиным, было предложено разделение геометрических и динамических характеристик, что внесло существенный вклад в развитие инженерных расчетов [1].

Цикловые механизмы как составная часть колебательной системы машины обладают особенностями, выделяющими их исследование в самостоятельный класс динамических задач. Одна из главных особенностей качественного характера состоит в том, что цикловые механизмы одновременно являются источником возбуждения колебаний и объектом виброзащиты. Это требует специальных подходов к расчету виброактивности и динамических ошибок, а также способов их уменьшения. Другая особенность обусловлена повышенной сложностью цикловых колебательных систем, поскольку наличие цикловых механизмов обычно приводит к возникновению параметрических и нелинейных эффектов, вызванных как нелинейной трансформацией координат, так и конструктивными факторами. Весьма показательным является большое число различных модификаций так называемых оптимальных законов движения, которым приписывается способность устранять колебания выходных звеньев, не принимая во внимание частотные характеристики системы.

Движения исполнительных органов, обеспечивающие выполнение заданных технологических или транспортных операций, называются программными. Программные движения оказывают существенное влияние на уровень возбуждаемых колебаний, поэтому задача снижения виброактивности машин тесно сопрягается с проблемой формирования оптимальных законов движения.

Будем понимать под **идеальным механизмом** его кинетостатическую модель при абсолютно точном воспроизведении заданных характеристик, т.е. такой абстрактный механизм, в

котором звенья не деформируются, отсутствуют зазоры и погрешности изготовления. Если такой механизм имеет одну степень подвижности, то положение любого звена механизма однозначно определяется в зависимости от угла поворота входного звена φ_1 . Для определенности примем, что звено n совершает вращательное или поступательное движение, описываемое одной координатой φ_n . Тогда $\varphi_n = \Pi_n(\varphi_1)$, где Π_n – функция положения звена n . Рассмотрим следующие функции, полученные дифференцированием функции положения

$$\Pi'_n = \frac{d\Pi_n}{d\varphi_1}; \quad \Pi''_n = \frac{d^2\Pi_n}{d\varphi_1^2}; \quad \Pi'''_n = \frac{d^3\Pi_n}{d\varphi_1^3}, \quad (1)$$

которые называются соответственно *первой, второй и третьей геометрическими передаточными функциями*, либо аналогами скоростей, ускорений и так называемых ускорений второго порядка [1- 5]. Если φ_1 отвечает угловой координате, то размерность передаточных функций совпадает с размерностью Π_n .

Плоскопараллельное движение звена может быть описано тремя функциями положения, фиксирующими угловую координату звена и положение одной из его точек. Связь геометрических характеристик Π'_n , Π''_n , Π'''_n с кинематическими $\dot{\varphi}_n = d\varphi_n / dt$; $\ddot{\varphi}_n = d^2\varphi_n / dt^2$; $\dddot{\varphi}_n = d^3\varphi_n / dt^3$ определяется следующими зависимостями:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varphi}_n &= \Pi'_n(\varphi_1)\dot{\varphi}_1; \\ \ddot{\varphi}_n &= \Pi''_n(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 + \Pi'_n(\varphi_1)\ddot{\varphi}_1; \\ \dddot{\varphi}_n &= \Pi'''_n(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^3 + 3\Pi''_n(\varphi_1)\dot{\varphi}_1\ddot{\varphi}_1 + \Pi'_n(\varphi_1)\dddot{\varphi}_1. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Структура выражений (2) свидетельствует о том, что при использовании передаточных функций имеет место четкое разделение геометрических и кинематических характеристик, описывающих движение рассматриваемого звена механизма. В частном случае, в зубчатых механизмах с постоянным передаточным отношением функция положения линейна. Как следует из зависимостей (2), в этом случае $\dot{\varphi}_n = \Pi'_n\dot{\varphi}_1$; $\ddot{\varphi}_n = \Pi'_n\ddot{\varphi}_1$; $\dddot{\varphi}_n = \Pi'_n\dddot{\varphi}_1$, причем коэффициентом пропорциональности здесь служит первая передаточная функция. Если к тому же входное звено движется с постоянной скоростью $\dot{\varphi}_1 = \text{const}$, то и выходное звено будет перемещаться равномерно. Следовательно, возникновение инерционных нагрузок в подобных механизмах возможно только за счет нарушения условий $\dot{\varphi}_1 = \text{const}$ или $\Pi'_n = \text{const}$ из-за ошибок при изготовлении и других погрешностей.

При нелинейной функции положения, свойственной так называемым цикловым механизмам – кулачковым, рычажным, шаговым и т.п., динамические условия работы оказываются более напряженными по сравнению с механизмами с линейной функцией положения. Даже в идеальном цикловом механизме в силу $\ddot{\varphi}_n \neq 0$ возникают инерционные нагрузки, причем нередко, – весьма значительные. Кроме того, возникает силовая связь между ведущим и ведомым звеньями. Если, например, на ведомом звене n приложена сила F , которая на ведущем звене уравнивается моментом M , то в силу равенства работ на возможных перемещениях $M = \Pi'_n(\varphi_1)F$.

Очевидно, что при $\Pi'_n \neq \text{const}$ даже постоянная сила F приводит к возникновению на входном звене переменного момента, способного возбуждать вынужденные колебания привода. Приведенные зависимости свидетельствуют о том, что геометрические характеристики существенно влияют на динамику механизма. Поэтому экстремальные значения функций $|\Pi'|_{\max}$, $|\Pi''|_{\max}$, $|\Pi'\Pi''|_{\max}$ могут быть использованы в качестве простейших динамических критериев, с помощью которых производится сопоставление различных законов движения, а также синтез новых законов, обладающих в определенном смысле оптимальными свойствами. Для контроля за пульсацией инерционных нагрузок на ведомом и ведущем звеньях могут быть использованы критерии

$$K_1 = \Pi''_{\max} + \xi_1 |\Pi''_{\min}|; K_2 = (\Pi'\Pi'')_{\max} + \xi_2 |(\Pi'\Pi'')_{\min}|. \quad (3)$$

Здесь ξ_1 и ξ_2 – некоторые весовые коэффициенты, с помощью которых можно отразить степень важности положительной и отрицательной составляющих.

Вопросы, связанные с определением геометрических характеристик механизмов, освещены во многих монографиях и учебных пособиях. Здесь лишь подчеркнем, что по способу формирования геометрических характеристик механизмы можно разделить на две группы: механизмы дискретного синтеза и функционального синтеза. К *первой группе* относят механизмы типа рычажных, у которых при синтезе определению подлежит лишь конечное число параметров. Геометрические характеристики таких механизмов, по существу заложены в их схеме, и поэтому рациональным выбором параметров можно лишь приблизиться к заданной функции положения. Ко *второй группе* относятся механизмы типа кулачковых, в которых профилированием рабочих поверхностей можно непосредственно реализовать заданную функцию положения. Это во многих случаях существенно расширяет возможности учета динамических факторов при синтезе подобных механизмов. Приведенные критерии, основанные на геометрических представлениях, носят ограниченный характер и не могут исчерпать динамическую задачу. Тем не менее, их использование оказывается весьма полезным, особенно при анализе вынужденных и параметрических колебаний.

Независимо от специфических требований, предъявляемых к цикловому механизму, а также его функционального назначения в конкретной машине, он должен удовлетворять ряду общих динамических условий. Чаще всего – это требование плавности движения, исключающее возможность нарушения непрерывности функции положения Π и первой геометрической передаточной функции Π' . При этом достаточно общей оказывается трехпериодная структура интервала движения, при которой перемещение выходного звена в одном направлении (прямой или обратный ход) рассматривается как совокупность трех участков: разбега, равномерного движения 2 и выбега 3. Проекция боковых сторон, в безразмерной форме представленные на рис.1, определяются параметрами s , которыми можно управлять геометрическим законом программного движения [4, 5].

Динамический синтез. Динамический синтез механизма относится к числу наиболее важных и трудных задач, встречающихся при проектировании машинных агрегатов. В этом отношении особо следует выделить первую предварительную стадию синтеза, когда в широком диапазоне варьируются компоновочные, кинематические и динамические параметры проектируемого механизма. Известно, что именно эта стадия синтеза, в которой до сих пор иногда преобладает интуитивный подход, существенным образом сказывается не только на сроках проектирования, но и во многом определяет техническое

совершенство опытного образца машины, а также объем дополнительных затрат, потребных при подготовке машины к серийному выпуску.

Рис. 1. График модифицированной трапеции.

На рис. 2 представлена типовая динамическая модель привода, которой мы здесь воспользуемся для выявления эффектов и инженерных рекомендаций при совместном учете геометрических и частотных характеристик. Для большей наглядности при исследовании ограничимся анализом системы с одной степенью свободы, принимая $c_1 = \infty$.

Рис.2. Динамическая модель

Независимо от специфических требований, предъявляемых к цикловому механизму и его функционального назначения в конкретной машине, он должен удовлетворять ряду общих динамических условий. Чаще всего это требование плавности движения, исключающее возможность нарушения непрерывности функции положения Π и первой геометрической передаточной функции Π' . При этом достаточно общей оказывается трёхпериодная структура интервала движения, при которой перемещение выходного звена в одном направлении (прямой или обратный ход) рассматривается как совокупность трёх участков (рис. 3): разбега 1, равномерного движения 2 и выбега 3.

Рис.3. Трехпериодная структура движения рабочего органа.

При синтезе законов движения целесообразно воспользоваться аппаратом безразмерных характеристик. Введём в рассмотрение следующие функции:

$$\frac{\varphi}{\varphi_I} = \tau_1; \quad \frac{\Pi}{\Pi_I} = \theta_1(\tau_1) \quad \text{при } \varphi \in [0, \varphi_I];$$

$$\frac{\varphi_{III} - \varphi}{\varphi_{III} - \varphi_{II}} = \tau_3; \quad \frac{\Pi_{III} - \Pi}{\Pi_{III} - \Pi_{II}} = \theta_3(\tau_3) \quad \text{при } \varphi \in [\varphi_{II}, \varphi_{III}].$$

(4)

При этом $\tau_1 = 0$, $\theta_1 = 0$ при $\varphi = 0$; $\tau_1 = 1$, $\theta_1 = 1$ при $\varphi = \varphi_I$; $\tau_3 = 1$, $\theta_3 = 1$ при $\varphi = \varphi_{III}$; $\tau_3 = 0$, $\theta_3 = 0$ при $\varphi = \varphi_{II}$. Графики безразмерных характеристик $\theta_1(\tau_1)$ и $\theta_3(\tau_3)$ вписываются в квадрат со сторонами равными единице. Если на разбеге и выбеге принят один и тот же тип закона движения, то функции θ_1 и θ_3 совпадают. Функции положения и геометрические передаточные функции, выраженные через безразмерные характеристики, приведены в табл.1.

Далее сопоставим результаты анализа при учете геометрических данных и при рациональном совместном учете геометрических и динамических характеристик (рис. 4). При этом кривые 1 соответствуют функции положения Π , кривые 2 – первой передаточной функции, пропорциональной скорости, кривые 3 – второй передаточной функции, пропорциональной ускорению.

Пусть $N=10$, где N – отношение собственной частоты к угловой скорости двигателя. На рис. 4,а сопоставим максимальные значения ускорений при корректировании геометрических характеристик. При наиболее рациональной коррекции максимум ускорений свыше трех раз превышает заданный закон движения. На рис. 4,б показан результат при $N=30$, что достигается повышением собственной частоты за счет роста коэффициента жесткости. Разумеется, уменьшение массы в данном случае обычно не представляется целесообразным. В этом случае максимальное значение ускорений уменьшается до 1,2 раза. Если повторно произвести геометрическую коррекцию (рис. 4,в), то полученный результат практически совпадает с заданным законом движения.

Таблица 1

Функции и константы	$0 \leq \tau \leq s_1$	$s_1 \leq \tau \leq 1-s_2$	$1-s_2 \leq \tau \leq 1$
θ	$\frac{2s_1}{\pi} \theta''_{\max} \left(\tau - \frac{2s_1}{\pi} \sin \frac{\pi \tau}{2s_1} \right)$	$\theta''_{\max} \left[\frac{\tau^2}{2} - s_1 \tau \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) + s_1^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \right) \right]$	$\theta''_{\max} \left\{ \frac{4s_2^2}{\pi^2} \left[1 - \sin \frac{\pi(1-\tau)}{2s_2} \right] + b_1(\tau_1 - 1 + s_2) + b_2 \right\}$
θ'	$\frac{2s_1}{\pi} \theta''_{\max} \left(1 - \cos \frac{\pi \tau}{2s_1} \right)$	$\theta''_{\max} \left[\tau - s_1 \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \right]$	$\theta''_{\max} \left[b_1 + \frac{2s_2}{\pi} \cos \frac{\pi(1-\tau)}{2s_2} \right]$
θ''	$\theta''_{\max} \sin \frac{\pi \tau}{2s_1}$	$\theta''_{\max}$	$\theta''_{\max} \sin \frac{\pi(1-\tau)}{2s_2}$
$\theta'_{\max}; \theta''_{\max}$	$\theta'_{\max} = \frac{\pi(2s_2 + b_1\pi)}{4s_2^2 + \pi^2(b_1s_2 + b_2)}; \quad \theta''_{\max} = \frac{\pi^2}{4s_2^2 + \pi^2(b_1s_2 + b_2)};$		
$(\theta'\theta'')_{\max}$	$(\theta'\theta'')_{\max} = (\theta''_{\max})^2 \sqrt{1-b_3^2} \left[\frac{2s_2}{\pi} b_3 + b_1 \right];$		
$b_1; b_2$	$b_1 = 1 - s_2 - s_1 \left(1 - \frac{2}{\pi} \right); \quad b_2 = (1 - s_2) \left(\frac{1}{2} - \frac{s_2}{2} - s_1 + \frac{2s_1}{\pi} \right) + s_1^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \right);$		
b_3	$b_3 = \frac{1}{4} \left(-\frac{\pi}{2s_2} b_1 + \sqrt{\frac{\pi^2}{4s_2^2} b_1^2 + 8} \right).$		

Для выявления качественных особенностей возникающих при этом эффектов, в рамках данной статьи для модели 1 ниже воспользуемся компьютерным моделированием на базе системы дифференциальных уравнений, объединяющей механические и электромеханические характеристики системы [3, 4, 5]

$$\left. \begin{aligned} \Delta\omega' + (\Delta M + \Delta M' \tau \Omega^i u) \Omega_{\dot{A}0} (1 - s_0) v_{\dot{A}} &= 0; \\ [1 + 0,5 \bar{p}_0 (1 - \cos 2\varphi)] \Delta\omega' \Omega^i u^{-1} + 0,5 \bar{p}_0 u^{-1} \sin 2\varphi (\Omega^i + \Delta\omega)^2 - \Delta\omega J_0^{-1} &= r \cos \varphi; \\ \Omega^i \Delta\varphi' - \Delta\omega &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где $\bar{p}_0$ – среднеквадратичное значение переменной собственной частоты $p_0(\varphi)$.

На основании решения системы уравнений (5) на рис.5,а показаны графики относительных отклонений угловой скорости $\Delta\omega/\omega$ и соответствующие фазовые сдвиги углов поворота входного звена $\Delta\varphi$.

Рис. 4. Нарушения идеальных законов движения и их оптимизация.

Рис.5. Искажения динамических характеристик при учете переменной скорости двигателя: 1– $\omega = \text{const}$; 2– $\tau = 0$; 3 – $\tau \neq 0$; 4– скорость; 5– ускорение

На графиках наглядно видно уменьшение скорости на участках разбега прямого и обратного хода, рост скорости на участках торможения, а также соответствующие этим участкам фазовые сдвиги. При этом приходится сталкиваться с эффектом, когда аргумент геометрических характеристик циклового механизма φ из-за $\omega \neq \text{const}$ существенно отличается от линейной функции $\varphi = \omega t$, что может привести к значительным искажениям программного движения и изменению момента на двигателе. На рис. 5,б показана трансформация момента M^* , возникающая из-за этих искажений при учете статической и динамической характеристик двигателя. Представляет интерес смягчающий эффект проявления динамической характеристики по сравнению со статической. Последнее связано с влиянием электромагнитной постоянной времени τ , подавляющей резкие изменения динамических нагрузок.

На рис. 5,в приведена осциллограмма кинематических характеристик выходного звена, полученная на экспериментальной установке кулачкового механизма при исходном симметричном законе программного движения. На разбеге толкателя из-за больших инерционных нагрузок угловая скорость двигателя существенно снизилась, что привело к значительным искажениям заданного закона движения, а именно, к увеличению участка разбега и, соответственно, к сокращению участка выбега. В результате – по сравнению с полученными результатами не только возросли ускорения на выбеге, но и возникли виброударные режимы на участке последующего за ним выстоя.

Заключение. В данной статье отражен современный подход к решению задач динамики машин, учитывающий влияние колебательных процессов на точность воспроизведения заданных законов движения.

Список литературы

1. Колчин Н.И. Механика машин. - М., Л.: 1962. -Т.1.–550 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. - М.: 1975.– 640 с.
3. Коловский М.З. Динамика машин.– Л.: Машиностроение, 1989.– 289 с.
4. Механика машин: учеб. пособие для втузов / И.И. Вульфсон, М.З. Коловский и др.; под ред. Р.А. Смирнова.– М.: Высш.Шк., 1996.–511 с.
5. Вульфсон И.И. Динамика машин. Колебания. - М.: Юрайт, 2017.– 274 с.

Дата поступления: 3 марта 2020 г.

УДК 532.592.2

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗРЫВНОГО НАГРУЖЕНИЯ ТОНКОСТЕННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

© Сергей Иванович Герасимов, Вадим Анатольевич Кузьмин,
Василий Андреевич Кикеев, Николай Александрович Трепалов,
Владимир Сергеевич Роженцов

Институт проблем машиностроения РАН, Нижний Новгород
s.i.gerasimov@mail.ru, v_a_kuzmin@mail.ru, vkikeev@mail.ru

Аннотация. Представлены результаты расчетного и экспериментального исследования процесса взрывного нагружения тонкостенной оболочки двумя методами: теоретическим – на основе численного моделирования на регулярной трехмерной сетке с использованием явного решателя в связанной лагранжево-эйлеровой постановке, экспериментальным – с использованием высокоскоростной видеорегистрации наружной поверхности оболочки.

Ключевые слова: взрывное нагружение, метод численного решения, высокоскоростная видеорегистрация.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (Грант № 18-38-00297).

DESIGN AND EXPERIMENTAL STUDY OF EXPLOSIVE LOADING OF A THIN-WALL CYLINDRICAL SHELL

© S.I. Gerasimov, V.A. Kuzmin, V.A. Kikeev, N.A. Trepalov, V.S. Rozhentsov
Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Science,
Nizhny Novgorod, Russia

s.i.gerasimov@mail.ru, v_a_kuzmin@mail.ru, vkikeev@mail.ru

Abstract. The results of a calculation and experimental study of the explosive loading of a thin-walled shell by two methods are presented: theoretical - based on numerical modeling on a regular three-dimensional grid using an explicit solver in a connected Lagrangian-Euler formulation, experimental - using high-speed video recording of the outer shell surface.

Keywords: explosive loading, numerical solution method, high-speed video recording.

Acknowledgements. The work was supported by the RFBR, project no. 18-38-00297.

Введение. Изучение реакции оболочечной тонкостенной конструкции на взрывное локальное воздействие является важной и сложной задачей. Исследование волновых процессов, определение характера деформирования и разрушения, времени распространения волновых возмущений позволяет дать заключение о физико-механических свойствах нагружаемого объекта, подобрать константы и провести верификацию математической

модели. В конечном счете, это дает возможность провести оценки рисков возникновения аварийных ситуаций на элементах трубопроводного транспорта.

Наилучший результат при решении подобных проблем дает комплексный расчетно-экспериментальный подход.

Одним из экспериментальных методов исследования быстропротекающих процессов является скоростная видеорегистрация. Вместе с тем необходимо отметить неизменно возрастающую роль численного моделирования, средств компьютерной обработки и представления результатов в изучении быстропротекающих процессов. И сейчас чаще всего именно комплексное использование экспериментальных методов и средств получения необходимой информации о том или ином физическом процессе и численного моделирования с широкими возможностями представления полученных результатов расширяет инструментарий исследователя.

Численное моделирование осуществлялось на трехмерной сетке с использованием явного решателя в связанной лагранжево-эйлеровой постановке. Приведено сравнение деформированной формы оболочки, полученной экспериментально и в численном расчете.

Для представления результатов численного расчета и визуализации используются средства и возможности графического интерфейса [1].

Постановка эксперимента. Объектом исследования является тонкостенная цилиндрическая оболочка - труба из алюминиевого сплава АМг5 наружным диаметром 25 мм и толщиной стенки 2,5 мм. Схема экспериментальной сборки показана на рисунке 1.

Рис. 1. Схема экспериментальной сборки: 1 – труба (сплав АМг5); 2 – заряд.

В качестве заряда была применена сборка из светочувствительного взрывчатого состава ВС-2 и ТЭНа, находящегося в составе детонирующего шнура ДШЭ-12 (ГОСТ 6196-78). ВС-2 размещался в латунном колпачке диаметром 5 мм и высотой 3 мм. Основой светочувствительного взрывчатого состава ВС-2 является комплексный перхлорат ртути (II) с 1-Н-5-гидразинотеразолом в качестве лиганда [2]. При приготовлении энергонасыщенного светочувствительного состава ВС-2 в качестве инертной матрицы (связующего) используется оптически прозрачный полимер – сополимер 2-метил-5-винилтетразола (~ 98%) и метакриловой кислоты (~ 2%). Готовый состав содержит 10% полимера и 90% комплексного перхлората ртути (II). Перхлоратный комплекс ртути представляет собой белое кристаллическое вещество с плотностью монокристалла 3,45 г/см³ [3]. Колпачок с ВС-2 и отрезок детонирующего шнура ДШЭ-12 (длина 12 мм, масса ВВ ~ 0,4 г) устанавливались в картуз. Картуз цилиндрической формы расположенный в центровочном диске (см. рисунок 2). Центровочный диск и картуз выполнены из бумаги офисной С+, 80 ГОСТ Р 58106-2018. Заряд располагался в центре алюминиевой трубы, как показано на рисунке 1.

Заряд инициировался оптическим способом с использованием лазерного диода в режиме моноимпульса [4]. Использовался лазерный диод ТО-56 с длиной волны 445 нм и электрической мощностью 9 Вт. Лазерный диод подключался к источнику питания через управляемый электронный ключ со стабилизацией тока [5].

- 1 – колпачок с составом ВС-2 (масса состава ~ 45 мг);
 2 – ДШЭ-12 (масса ВВ ~ 0,4 г);
 3 – бумажный картуз;
 4 – центrovочный диск (диаметр диска 20 мм).

Рис. 2. Схема заряда.

Управление электронным ключом осуществлялось с помощью синхронизирующего импульса выдаваемого генератором импульсов. Синхронизация высокоскоростной видеокамеры также осуществлялась от генератора импульсов. Генератор импульсов работал в режиме однократно импульса с длительностью 1,5 с. Видеорегистрация осуществлялась с частотой съемки 245 кГц и временем экспонирования кадра 1 мкс в условия внешней подсветки. В качестве подсветки использовались два светодиодных прожектора LEDEKNano TESH 400 (300 Вт 51960лм).

Численное моделирование. Численное моделирование проводилось в конечно-элементном программном комплексе с использованием явного решателя [6]. Решение осуществлялось произвольным Лагранжево-Эйлеровым методом [7,8] на трехмерной сетке. Использовались трехмерные восьмиузловые элементы Solid 164 с заданием формулировки Лагранжа для описания трубы, и формулировки Эйлера - для описания тех частей, которые ведут себя как жидкость - воздух и заряд взрывчатого вещества. Так как объект исследования обладает осевой симметрией, то для расчета использовалась половина модели с указанием соответствующих граничных условий в плоскости симметрии. Вид расчетной модели показан на рисунке 3.

Рис. 3. Расчетная модель: 1 – труба, 2 – заряд, 3 – объем воздуха.

Количество ячеек, описывающих объем трубы, составляет 48400. Минимальный размер ячейки, описывающей объем трубы, составляет 0,5 мм. Общее количество ячеек, принятое для описания данной задачи, составляет 379542.

Система уравнений, описывающих течение среды [7], имеет вид

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho (\mathbf{v} - \mathbf{u}) + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \\ \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho \nabla \mathbf{v} (\mathbf{v} - \mathbf{u}) = \operatorname{div} \sigma \\ \rho \frac{\partial E}{\partial t} + \rho \nabla E (\mathbf{v} - \mathbf{u}) = \sigma \cdot \dot{\varepsilon} \end{cases} \quad (1)$$

где ρ – плотность среды, $\mathbf{v}$ – вектор скорости среды, $\mathbf{u}$ – вектор скорости узлов сетки, σ – тензор напряжений, $\dot{\varepsilon}$ – тензор скоростей деформаций, E – внутренняя энергия, t – текущее время.

Напряженно-деформированное состояние в точке расчетной области определялось общей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= -p \cdot \delta_{ij} + s_{ij} \\ p &= p(\rho, e), \end{aligned} \quad (2)$$

где σ_{ij} – тензор напряжений, s_{ij} – девиатор тензора напряжений, δ_{ij} – символ Кронекера, p – гидростатическое давление, заданное УРС.

Каждой части расчетной модели ставится в соответствие своя математическая модель материала, позволяющая адекватно описать заданное воздействие.

Характер деформирования материала трубы описывался упругопластической моделью деформирования с изотропным упрочнением.

В области упругих деформаций поведение материала трубы описывалась обобщенным законом Гука

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \frac{E}{1+\nu} \left(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{ij} \delta_{ij} \right) \\ s_{ij} &= 2G \varepsilon_{ij}, \\ p &= -K \frac{\Delta V}{V} \end{aligned} \quad (3)$$

где E – модуль упругости, ν – коэффициент Пуассона $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ – модуль сдвига,

ε_{ij} – девиатор тензора деформаций, s_{ij} – девиатор тензора напряжений, p – гидростатическое давление, $\frac{\Delta V}{V}$ – объемная деформация, $K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$ – модуль

объемного сжатия

В пластической области деформирования поверхность текучести описывалась поверхностью текучести Мизеса:

$$\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij} - \sigma_y^2 \leq 0 \quad (4)$$

где σ_y – напряжение текучести материала.

Пластические свойства описывались моделью, имеющей следующий вид:

$$\sigma_y = (\sigma_0 + E_{\text{tan}} \cdot \varepsilon^p) \cdot (1 + c \cdot \ln \dot{\varepsilon}_*^p) \left(1 - \left[\frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right]^m \right) \quad (5)$$

где σ_0 – предел текучести материала, ε^p – пластическая деформация, E_{tan} – модуль упрочнения, $\dot{\varepsilon}_*^p = \dot{\varepsilon}^p / \dot{\varepsilon}_0^p$ – безразмерная скорость эффективной пластической деформации, $\dot{\varepsilon}_0^p = 1 \text{ с}^{-1}$, $T^* = \frac{T - T_r}{T_m - T_r}$, T_r – комнатная температура; T_m – температура плавления; C, n, m – параметры.

Для определения зависимости $p = p(\rho, E)$ использовалось УРС Грюнайзена [6] вида:

$$p = \frac{\rho_0 c_0^2 \mu \left[1 + \left(1 - \frac{\gamma_0}{2} \right) \mu \right]}{[1 - (S_1 - 1) \mu]^2} + \gamma_0 e \quad (6)$$

где ρ_0 – начальная плотность, $\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1$ – относительное изменение объема, γ_0 – постоянная Грюнайзена, S_1 – коэффициенты выражения ударной адиабаты вещества ($D = c_0 + S_1 u$, D – скорость фронта ударной волны, c_0 – объемная скорость звука, u – массовая скорость вещества), e – внутренняя энергия на единицу объема. Параметры модели деформирования для материала трубы приведены в таблице 1.

Таблица 1.

Параметры модели деформирования материала трубы

Обозначение параметра	σ_0 , МПа	E_{tan} , МПа	C	n	m	T_r , К	T_m , К
АМг5	160	533	0,015	0,26	1	293	933

Параметры УРС материалов трубы в соответствии с экспериментальными данными по ударному сжатию [9] и приведены в таблице 2.

Таблица 2.

Параметры УРС материалов

Название параметра	Плотность ρ_0 , $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	Объемная скорость звука c_0 , $\frac{\text{км}}{\text{с}}$	Коэффициент Грюнайзена γ_0	Параметр S_1
АМг5	2640	5,5	2	1,3

Принятые физико-механические свойства материала трубы приведены в таблице 3.

Таблица 3.

Физико-механические свойства материалов

	Плотность, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	Модуль упругости E , МПа	Коэффициент Пуассона ν
АМг5	2640	$0,7 \cdot 10^5$	0,3

Воздух в расчете подразумевался идеальной средой без учета вязкостных свойств. Состояние определяется только гидростатическим давлением

$$p = (\kappa - 1) \frac{\rho}{\rho_0} E \quad (7)$$

где $\kappa = 1,4$ – показатель адиабаты, E – внутренняя энергия на единицу объема, ρ_0 – начальная плотность. Плотность воздуха $\rho_0 = 1,225 \text{ кг/м}^3$.

Для задания материалов заряда использовалась специальная модель взрывчатого вещества, позволяющая моделировать детонацию и течение продуктов взрыва [6]. Давление в элементе ВВ в каждый момент времени определяется по формуле

$$p = F \cdot p(\rho, e), \quad (8)$$

где $F = \max(F_1, F_2)$ – доля выгорания взрывчатого вещества, $F_1 = \frac{\rho \cdot D^2}{P_{CJ}} \left(1 - \frac{V}{V_0}\right)$,

$F_2 = \frac{2D(t - t_b)}{3\Delta x}$, ρ – плотность ВВ, D – скорость детонации, P_{CJ} – давление Чепмена-Жуге, t_b

– время выгорания элемента, Δx – характерный размер элемента.

УРС для продуктов детонации ВВ принято в форме Джонса-Уилкинса-Ли [6,10]:

$$p(\rho, E) = A \cdot \left(1 - \frac{\omega}{R_1 \cdot V}\right) e^{-R_1 V} + B \left(1 - \frac{\omega}{R_1 \cdot V}\right) e^{-R_2 V} + \frac{\omega \cdot e}{V}, \quad (9)$$

где $V = \frac{\rho_0}{\rho}$ – относительный объем продуктов детонации ВВ в процессе взрыва,

A, B, R_1, R_2, ω – эмпирические константы, e – внутренняя энергия в единице объема, $\omega = -\left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln V}\right)_S - 1$ – при расширении продуктов взрыва до величины $V > 10$, S – энтропия.

Уравнению (6) соответствует изоэнтропа продуктов взрыва:

$$p_s = A \cdot e^{-R_1 V} + B e^{-R_2 V} + C \cdot V^{-(1+\omega)} \quad (10)$$

Состав ВС-2 при моделировании был заменен тротильным эквивалентом. Масса тротильного эквивалента при взрыве в воздухе определялась по формуле [11]:

$$m_{\text{ТНТ}} = m_{\text{ВС-2}} \sqrt{Q_{\text{ВС-2}} / Q_{\text{ТНТ}}} \quad (11)$$

где $m_{\text{ВС-2}} = 45 \text{ мг}$ – масса состава ВС-2, используемая в эксперименте, $Q_{\text{ВС-2}} = 2250000 \text{ Дж/кг}$, $Q_{\text{ТНТ}} \approx 4232000 \text{ Дж/кг}$.

Таким образом, $m_{\text{ТНТ}} = 33 \text{ мг}$.

Параметры модели материала ВВ, принятые в соответствии с [12] приведены в таблице 4.

Таблица 4.

Параметры модели материала ВВ

	Плотность ВВ ρ , кг/м ³	Скорость детонации D , км/с	Давление Чепмена-Жуге, P_{CJ} , ГПа
ТНТ	1630	6,93	21
ТЭН	1770	8,30	33,5

Параметры УРСВВ взяты в соответствии с [12] и приведены в таблице 5.

Таблица 5.

Параметры уравнения состояния продуктов детонации ВВ

	A, ГПа	B, ГПа	R_1	R_2	ω
ТНТ	371,2	3,231	4,15	0,95	0,3
ТЭН	617	16,926	4,4	1,2	0,25

Результаты численного моделирования и эксперимента. На рис. 4 приведен внешний вид трубы после нагружения, полученный в численном расчете и эксперименте.

Рис.4. Деформированный вид трубы.

В месте установки заряда труба приобрела бочкообразную форму. По результатам видеорегистрации наблюдается зона деформации трубы протяженностью 30 мм с максимальным увеличением диаметра до величины 27,5 мм. Наибольший диаметр в численном расчете составил 28,3 мм. Разрушения стенки трубы не произошло.

Список литературы

1. Кравчук А.С., Чашинский А.С., Кравчук А.И. Основные элементы графического интерфейса LS-PREPOST. - Минск: БГУ, 2013.
2. Илюшин М.А., Целинский И.В., Судариков А.М. и др. Разработка компонентов высокоэнергетических композиций / Под ред. Целинского И.В. - СПб: ГТИ (ТУ), 2006. - 150с.
3. Илюшин М.А., Целинский И.В. // Патент на изобретение RU № 2 225 840 C2, (C1 7C01 G13/00), 2004 ; Илюшин М.А., Угрюмов И.А., Долматов В.Ю., Веретенникова М.В. // Патент на изобретение RU № 2 309 139 C2, (C1C06B 43/00; C06B 45/30; C06C 7/00), 2006.
4. Герасимов С.И., Илюшин М.А., Кузьмин В.А. Возможность инициирования полимерсодержащего энергонасыщенного состава комплексного перхлората ртути лучом лазерного диода // Письма в Журнал технической физики. - 2015. - Т. 41. - С. 66 - 72.
5. Герасимов С.И. [и др.]. Устройство для инициирования зарядов взрывчатых веществ // Патент РФ: МПК F42B3/113, F42C 13/02 / Герасимов С.И.[и др.]. № 2015112908; заявл. 08.04.15; опубл. 10.11.16, Бюл. № 31. 6 с.
6. Hallquist J.O. LS-DYNA: Theoretical manual. Livermore Software Technology Corporation. – Livermore: 1998. - 498 p.

7. Souli M. LS-Dyna Advanced Course in ALE and Fluid/Structural Coupling. Course Note for Arbitrary Lagrangian-Eulerian Formulation Technique. Livermore, LSTC, CA, 2000.
8. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. - М.: Наука, 1982.
9. Экспериментальные данные по ударно-волновому сжатию и адиабатическому расширению конденсированных веществ / Под ред. Р.Ф. Трунина, Л.Ф. Гударенко, М.В. Жерноклетова, Г.В. Симакова - 2-е изд., перераб. и доп. - Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2006.
10. Lee E, Finger M., Collins W. JWL equation of state coefficients for high explosives. Rept-UCID-16189, Lawrence Livermore National Laboratory, 1973.
11. Иванов А.Г. Разрушение разномасштабных объектов при взрыве. - Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2001. - 482 с.
12. Орленко Л.П. Физика взрыва. Изд. 3-е, испр. В 2 т. Т.1. - М.: Физматлит, 2004.

Дата поступления: 11 марта 2020 г.

УДК 534.1

ДИНАМИКА БАЛКИ, ЛЕЖАЩЕЙ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ МОДЕЛИ ПАСТЕРНАКА, НЕСУЩЕЙ ДВИЖУЩУЮСЯ ПОСТОЯННУЮ НАГРУЗКУ

© Владимир Иванович Ерофеев¹, Елена Евгеньевна Лисенкова¹,
Иван Сергеевич Царев²

¹Институт проблем машиностроения РАН – филиал Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук» (ИПМ РАН), Нижний Новгород, Россия
erof.vi@yandex.ru, eelissen@yandex.ru

²Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского» (ННГУ), Нижний Новгород, Россия
tsarev_ivan97@mail.ru

Аннотация. Рассматривается система, состоящая из направляющей, вдоль которой движется тяжелая масса. Направляющая считается лежащей на упругом основании модели Пастернака однородной балкой. Изучаются особенности генерации изгибных волн движущейся нагрузкой. На основе общего решения задачи получено выражение для давления волн (силы сопротивления движению).

Ключевые слова: балка, упругое основание, модель Пастернака, движущаяся нагрузка, изгибные волны, сила сопротивления движению.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-08-00372-а).

DYNAMICS OF THE BEAM LAYING ON THE ELASTIC BASIS OF THE PASTERNAK MODEL CARRYING THE MOVING CONSTANT LOAD

© V.I. Erofeev¹, E.E. Lissenkova¹, I.S. Tsarev²

¹Mechanical Engineering Research Institute of RAS, Nizhny Novgorod, Russia
erof.vi@yandex.ru, eelissen@yandex.ru

²Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russia
tsarev_ivan97@mail.ru

Abstract. A system consisting of a guide along which a heavy mass moves is considered. A guide is considered to be a homogeneous beam lying on the elastic base of the Pasternak model. The features of bending wave generation by a moving load are studied. Based on the general solution of the problem, an expression is obtained for the pressure of the waves (the forces of resistance to motion).

Keywords: beam, elastic foundation, Pasternak model, moving load, bending waves, resistance to movement.

Acknowledgements. The work was supported by RFBR (project 20-08-00372-a).

Динамическому поведению упругих систем с движущимися нагрузками уделено достаточно внимания в литературе, что связано с широким практическим применением [1-4]. Особый интерес представляют задачи о колебаниях балок на винклеровом основании, которые используются в качестве моделей, описывающих динамику железнодорожного полотна [5-6]. В связи с развитием высокоскоростных магистралей повышаются требования к модели и точности расчетов. Использование модели П.Л. Пастернака [7], которая характеризуется двумя коэффициентами постели (коэффициентом сжатия и коэффициентом сдвига) позволяет, с одной стороны, сохранить простоту математического аппарата присущей модели Винклера [8], а с другой, получить более достоверные результаты. Рассмотрим систему, состоящую из направляющей, вдоль которой по неизвестному закону $x = l(t)$ движется тяжелая масса (рис. 1).

Рис. 1

Направляющую будем считать лежащей на упругом основании модели Пастернака однородной балкой, плотность функции Лагранжа которой имеет вид:

$$\lambda = \frac{1}{2} (\rho F u_t^2 - J E u_{xx}^2 - h_1 u^2 - h_2 u_x^2)$$

где $u(x, t)$ – поперечное смещение срединной линии балки; ρF – погонная плотность; J – момент инерции, E – модуль Юнга, h_1 и h_2 – коэффициент «постели» на сжатие и коэффициент «сдвига» основания балки, соответственно.

Функция Лагранжа движущейся нагрузки (тяжелой массы) будет иметь вид

$$L = m(\dot{u}_0^2 + \dot{l}^2)/2 - m g u_0,$$

где $u_0(t)$ – поперечное смещение массы m

Взаимообусловленное динамическое поведение балки и движущейся по ней нагрузки описывается системой уравнений

$$u_{tt} + \alpha^2 u_{xxxx} - c_{II}^2 u_{xx} + \omega_0^2 u = 0 \quad (1)$$

$$u(x=l(t)+0, t) = u(x=l(t)-0, t) = u(l(t), t) = u_0(t), \quad (2)$$

$$u_x(x=l(t)+0, t) = u_x(x=l(t)-0, t) \quad (3)$$

$$u_{xx}(x=l(t)+0, t) = u_{xx}(x=l(t)-0, t) \quad (4)$$

$$m\ddot{u}_0(t) = -\rho F [\alpha^2 u_{xxx} - c_{II}^2 u_x - \dot{l}u_t] + mg \quad (5)$$

$$m\ddot{l} = F_{pr} + Q, \quad F_{pr} = -\frac{1}{2}\rho F [u_t^2 + \alpha^2 u_{xx}^2 + c_{II}^2 u_x^2 - \omega_0^2 u^2 - 2\alpha^2 u_x u_{xxx} + 2\dot{l}u_x u_t] \quad (6)$$

Здесь квадратные скобки означают разность предельных значений стоящих в них величин справа и слева от движущейся границы $x=l(t)$; $\alpha = \sqrt{JE/\rho F}$; $c_{II} = \sqrt{h_2/\rho F}$; $\omega_0 = \sqrt{h_1/\rho F}$ – наименьшая частота возбуждаемых в балке волн; F_{pr} – давление волн; Q – внешняя сила. Для полноты постановки задачи следует задать начальные условия и потребность отсутствия прогибов на бесконечности ($u(x, t) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \pm\infty$).

Полагая движение равномерным ($l(t) = Vt$, $V = const$), и используя разработанный подход к исследованию подобного рода задач [1,3], будем искать установившееся (стационарное) решение слева ($x < Vt$) и справа ($x > Vt$) от движущейся нагрузки в форме $A \exp[i(\omega t - kx)]$, (6)

где A , ω , k – комплексные постоянные величины.

Тогда задача кинематики волн (определения частот ω , волновых чисел k и критических скоростей, при переходе через которые качественно меняется картина волнообразования) сведется к решению дисперсионного уравнения

$$-\omega^2 + \alpha^2 k^4 + c_{II}^2 k^2 + \omega_0^2 = 0 \quad (7)$$

совместно с кинематическим инвариантом [1,3]:

$$\omega - Vk = 0, \quad (8)$$

выражающим равенство нулю фаз излучаемых волн в точке, где находится движущейся постоянный источник возмущений.

Из условия вырождения корней системы (7)-(8) уравнений, находим выражение для критической скорости $V_* = \sqrt{2\alpha\omega_0 + c_{II}^2}$, которая, по-видимому, была впервые получена в работе [9]. Эта скорость совпадает с минимальной фазовой скоростью распространения волн для данной модели (рис. 2) и превышает аналогичную для балки модели Бернулли-Эйлера на винклеровом основании [1, 3].

На рис. 2 представлены в безразмерном виде ($\tilde{v}_{ph} = v_{ph}/\sqrt{\alpha\omega_0}$, $\tilde{v}_{gr} = v_{gr}/\sqrt{\alpha\omega_0}$,

$\tilde{k} = k\sqrt{\alpha/\omega_0}$, $\beta = \frac{c_{II}^2}{\alpha\omega_0}$) зависимости фазовой ($v_{ph} = \omega/k$) и групповой скоростей ($v_{gr} = d\omega/dk$) от волнового числа k для различных параметров β ($\beta=0.1; 2; 10$). При

длине волны $2\pi\sqrt{\frac{\alpha}{\omega_0}}$ фазовая скорость по величине совпадает с групповой и достигает своего минимального значения равного $\sqrt{2\alpha\omega_0 + c_{II}^2}$.

(а)

(б)

(в)

Рис. 2

Видно (рис. 2), что в диапазоне от 0 до 1 для безразмерных волновых чисел (от 0 до $\sqrt{\frac{\omega_0}{\alpha}}$ - в размерных переменных), значения фазовых скоростей волн превосходят значения их групповых скоростей, следовательно дисперсия является нормальной. Аномальная

дисперсия наблюдается при превышении этого диапазона ($\tilde{k} > 1$). Если $c_{II} = \sqrt{2\alpha\omega_0}$, то зависимость групповой скорости от волнового числа линейна (рис. 2б) как для балки модели Бернулли-Эйлера без учета упругого основания [10].

Учитывая, что на бесконечности прогибы балки ограничены, а бегущие волны отводят энергию от объекта, т.е.

$$\begin{cases} \text{Im } k > 0 \\ V_{gr} < V \end{cases} \quad \text{при } x < Vt, \quad \begin{cases} \text{Im } k < 0 \\ V_{gr} > V \end{cases} \quad \text{при } x > Vt$$

($V_{gr} = d\omega/dk$ - групповая скорость волн) из (7), (8) находим

слева от нагрузки ($x < Vt$)

$$k_{1,2} = \left(\pm \sqrt{2\alpha\omega_0 - c_{II}^2 + V^2} + i\sqrt{2\alpha\omega_0 + c_{II}^2 - V^2} \right) (2\alpha)^{-1},$$

а справа при $x > Vt$

$$k_{3,4} = \left(\pm \sqrt{2\alpha\omega_0 - c_{II}^2 + V^2} - i\sqrt{2\alpha\omega_0 + c_{II}^2 - V^2} \right) (2\alpha)^{-1}$$

$$\omega_{1-4} = k_{1-4}V$$

Следовательно, у неподвижной нагрузки или движущейся со скоростью, меньше критической, поле поперечных смещений локализовано около источника и представляет собой суперпозицию спадающих по экспоненте осцилляций.

Источник нулевой частоты, движущийся со скоростью $V > V_*$, собственного поля не создает, но зато излучает четыре волны, две из которых бегут впереди движущейся нагрузки, а две другие – ей вослед, отводя от нее энергию. Волновые числа и частоты волн определяются формулами

$$k_{1,2} = \pm \left(V^2 - c_{II}^2 - \sqrt{(V^2 - c_{II}^2)^2 - 4\alpha^2\omega_0^2} \right)^{1/2} (2\alpha^2)^{-1/2}$$

$$k_{3,4} = \pm \left(V^2 - c_{II}^2 + \sqrt{(V^2 - c_{II}^2)^2 - 4\alpha^2\omega_0^2} \right)^{1/2} (2\alpha^2)^{-1/2}$$

$$\omega_{1-4} = k_{1-4}V$$

Таким образом, решение задачи (1)-(6), описывающее колебания балки под действием равномерно движущейся нагрузки, представимо в форме

$$u(x,t) = \begin{cases} A_1 e^{i(\omega_1 t - k_1 x)} + A_2 e^{i(\omega_2 t - k_2 x)} & \text{при } x \leq Vt \\ A_3 e^{i(\omega_3 t - k_3 x)} + A_4 e^{i(\omega_4 t - k_4 x)} & \text{при } x \geq Vt \end{cases} \quad (9)$$

где амплитуды A_i ($i = \overline{1,4}$) имеют вид

$$A_1 = \frac{img}{JE(k_1 - k_2)(k_1 - k_3)(k_1 - k_4)}, \quad A_2 = \frac{img}{JE(k_2 - k_1)(k_2 - k_3)(k_2 - k_4)}$$

$$A_3 = \frac{img}{JE(k_1 - k_3)(k_2 - k_3)(k_4 - k_3)}, \quad A_4 = \frac{img}{JE(k_1 - k_4)(k_2 - k_4)(k_3 - k_4)}$$

Амплитуды волн неограниченно возрастают при критической скорости движения нагрузки $V = V_*$. На рис. 3 представлена зависимость профиля

Рис. 3

прогиба балки под нагрузкой от скорости ее движения меньше критической при различных параметрах β ($\beta=0; 0.1; 2; 10$).

На основе общего решения задачи получим следующее выражение для давления волн (силы сопротивления движению[11])

$$F_{pr} = \begin{cases} 0, & V < V_*, \\ -\frac{(mg)^2}{2\rho F \sqrt{(V^2 - c_{II}^2)^2 - 4\alpha^2 \omega_0^2}}, & V > V_* \end{cases}$$

Поскольку собственное поле не оказывает давление на нагрузку, то для $V < V_*$ имеем $F_{pr} \equiv 0$ (рис. 4). Случай $V = V_*$ является «резонансным» значением скорости, сопровождающейся неограниченным ростом F_{pr} . На рис. 4 первая кривая построена для балки на винклеровом основании, вторая – на основании модели Пастернака. Начиная со скорости $V = V_*$ (как было сказано выше), в системе происходит излучение волн по две

слева и справа от нагрузки, бегущих в $+x$ направлении, подобно эффекту Вавилова-Черенкова [12], оказывая давление на нагрузку. Видно, что при $V > V_*$ сила давления волн F_{pr} всегда направлена против движения (тормозящая).

Рис. 4

Заметим, что рассмотренная задача дополняет цикл исследований проблем волновой динамики и устойчивости движения высокоскоростных объектов по рельсовым направляющим ракетного трека [13-23]. Полученные результаты могут служить методическим и расчетным сопровождением при постановке экспериментов по высокоскоростному разгону полезной нагрузки на ракетном треке.

Изгибные колебания балки, лежащей на нелинейно-упругом основании Винклера, рассматривались в работе [24]. Нелинейно-упругое основание Пастернака ждет своего исследователя.

Список литературы

1. Весницкий А. И. Волны в системах с движущимися границами и нагрузками. – М.: Физматлит, 2001. – 320 с.
2. Козин В.М., Жесткая В.Д., Погорелова А.В., Чижиумов С.Д., Джабраилов М.Р., Морозов В.С., Кустов А.Н. Прикладные задачи динамики ледяного покрова. - М.: Изд. Акад. Естествозн., 2008. (URL: <https://www.monographies.ru/ru/book/view?id=14>)
3. Весницкий А. И. Избранные труды по механике. – Н.Новгород: ИД «Наш дом», 2010 – 248 с.
4. Vostrukhov A. V. Three-dimensional dynamic models of a rail-way track for high-speed trains. – Delft University Press. The Netherlands. 2002.
5. Veritchev S.N. Instability of a vehicle moving on an elastic structure. – Delft University Press. The Netherlands. 2002. - 190 p.

6. Метрикин А.В., Веричев С.Н., Вострухов А. В. Фундаментальные задачи высокоскоростного наземного транспорта. – Изд.: Lambert Academic Publishing, 2015. – 200 с.
7. Пастернак П.Л. Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели. – М.: ГСИ, 1954. - 56 с.
8. Winkler E. Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit. – Prague, 1867.
9. Дуплякин И.А. Движение экипажа с постоянной скоростью по балке бесконечной длины, лежащей на основании с двумя упругими характеристиками // Прикладная математика и механика. - 1991. - Т.55, № 3. - С.461-471.
10. Ерофеев В.И., Лисенкова Е.Е. Общие соотношения для волн в одномерных упругих системах // Прикладная математика и механика. - 2013. - Т.77, № 2. - С. 315-321.
11. Быченков В.А., Крысов С.В., Холуев В.В. Волновое сопротивление движению нагрузок вдоль деформируемых систем // Машиноведение. – 1988. - № 3. - С.60-66.
12. Болотовский Б.М., Гинзбург В.Л. Эффект Вавилова—Черенкова и эффект Допплера при движении источников со скоростью больше скорости света в вакууме // Успехи физических наук. 1972. Т. 106, № 4. С. 577–592.
13. Бутова С.В., Герасимов С.И., Ерофеев В.И., Камчатный В.Г. Устойчивость движения высокоскоростных объектов по направляющим ракетного трека // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 2015. - № 1. - С.3-8.
14. Герасимов С.И., Ерофеев В.И., Камчатный В.Г., Каныгин И.И. Оценка резонансоопасных гармоник при колебаниях упругой направляющей с движущимся по ней двухопорным объектом // Проблемы прочности и пластичности. - 2015. - Т.77, № 4. - С.412-424.
15. Герасимов С.И., Ерофеев В.И. Расчет изгибно-крутильных колебаний рельсовой направляющей ракетного трека // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 2016. - № 3. - С.25-27.
16. Ерофеев В.И., Колесов Д.А., Лисенкова Е.Е. Особенности генерации волн источником, движущимся по одномерной гибкой направляющей, лежащей на упруго-инерционном основании // Акустический журнал. - 2016. - Т.62, № 6. - С. 639-647.
17. Ерофеев В.И., Лисенкова Е.Е. Возбуждение волн нагрузкой, движущейся по поврежденной гибкой одномерной направляющей, лежащей на упругом основании // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 2016. - № 6. - С.14-18.
18. Герасимов С.И., Ерофеев В.И., Камчатный В.Г., Одзериho И.А. Термомеханические и деформационные процессы при высокоскоростном скольжении нагрузок по рельсовым направляющим ракетного трека // Вестник научно-технического развития. - 2017. - № 10 (122). - С.3-7.
19. Ерофеев В.И., Колесов Д.А., Лисенкова Е.Е. Движение двухопорного экипажа по направляющей ракетного трека // Вестник научно-технического развития. - 2017. - № 11 (123). - С.18-23.
20. Бутова С.В., Герасимов С.И., Ерофеев В.И., Кикеев В.А., Одзериho И.А., Синицкий И.О. Устойчивость поперечных колебаний двухопорного объекта, движущегося по упругой направляющей // Вестник научно-технического развития. - 2017. - № 12(124). - С.3-23.
21. Erofeev V., Lissenkova E., Malkhanov A. Wave resistance to the movement of objects along the rocket track guides // MATEC Web of Conferences. - 2018. - Vol.224, 02016. - P.1-6.
22. Герасимов С.И., Ерофеев В.И., Камчатный В.Г., Одзериho И.А. Условие на скользящем контакте в анализе устойчивости движения ступени на ракетном треке // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 2018. - № 3. - С.21-27.

23. Герасимов С.И., Ерофеев В.И., Одзерихо И.А., Смирнов Д.Ю. Оценка влияния волновых процессов в упругой направляющей на динамику ракетного трека // Вестник научно-технического развития. - 2019. - № 6 (142). - С. 3-12.
24. Ерофеев В.И., Кажаяев В.В., Лисенкова Е.Е., Семерикова Н.П. Несинусоидальные изгибные волны в балке Тимошенко, лежащей на нелинейно упругом основании // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 2008. - № 3. - С.30-36.

Дата поступления: 20 марта 2020 г.

УДК 621.891:539.2

АНАЛИЗ ПРИЧИН КОЛЕБАНИЙ ВРАЩАЮЩЕГО МОМЕНТА БЫСТРОХОДНОГО ВАЛА ВОЛНОВОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РАЗЛИЧНЫХ СМАЗОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

© Сергей Андреевич Поляков^{1,2}, Андрей Игоревич Карпов¹,
Лидия Ивановна Куксенова²

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

²ИМАШ РАН им. А.А. Благоврадова, Москва, Россия

andreykarpov08@gmail.com

Аннотация. В работе представлены результаты исследований динамики вращения быстроходного вала, выявлен новый источник колебаний и предложена модель, описывающая возникновение этих колебаний.

Ключевые слова: волновая зубчатая передача (ВЗП), коэффициент полезного действия (КПД), автоколебания, смазочный материал.

ANALYSIS OF THE CAUSES OF FLUCTUATIONS IN THE TORQUE OF THE HIGH-SPEED SHAFT OF THE WAVE GEAR TRANSMISSION USING VARIOUS LUBRICANTS

© S.A. Polyakov^{1,2}, A.I. Karpov¹, L.I. Kuksenova²

¹MSTU named after N.E. Bauman, Moscow, Russia

²IMASH RAN, Moscow, Russia

andreykarpov08@gmail.com

Abstract. The results of studies of the dynamics of a rotating shaft are presented, a new source of oscillations is revealed, and a model describing the occurrence of these oscillations is proposed.

Key words: wave gear transmission (CDW), coefficient of performance (COP), self-oscillations, lubricant.

Введение. Волновая зубчатая передача (ВЗП), обладая высоким передаточным отношением, является эффективным и перспективным средством трансформации вращающего момента в различного рода механических приводах. Это подтверждает практика использования данных передач в различных отраслях промышленности: космонавтике, авиастроении, судостроении, в робототехнике, автоматизированных системах.

Важным преимуществом ВЗП является также относительно высокая плавность работы передачи, что обусловлено многопарностью зацепления зубьев гибкого и неподвижного колеса, находящихся в непрерывном скользящем контакте, то есть в условиях беззазорной передачи вращающего момента. Это выгодно отличает ВЗП от обычных зубчатых передач, в которых беззазорный контакт практически невозможен, а выборка зазоров неизбежно влечет

возникновение ударов и вибраций [1], также многопарность зацепления ВЗП компенсирует неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий [2].

Тем не менее, при работе ВЗП возникают вибрации, причины которых не всегда очевидны. Целью данной работы является анализ причин этих вибраций, проявляющихся, в первую очередь, в динамике вращающего момента быстроходного вала.

Основная часть. Рассмотрим динамику колебаний вращающего момента быстроходного вала ВЗП. Пример результатов испытаний ВЗП приводится на рис. 1, где показаны изменения во времени момента на быстроходном валу (красным цветом) и на тихоходном валу, где изменения момента осуществлялись с помощью электромагнитного тормоза.

Рис. 1. График ступенчатого нагружения ВЗП

Измерения осуществлялись с помощью упругой подвески, на которой расположены тензобалки, дающие сигнал на компьютер. Нетрудно видеть, что изменения момента на тормозном валу проводились ступенчато, причем в пределах ступени значение момента менялось незначительно. В то же время, момент на быстроходном валу претерпевает значительные колебания, близкие к синусоидальным, причем с ростом тормозного момента амплитуда колебаний увеличивается.

Для объяснения эффекта колебаний быстроходного вала ВЗП в литературе [2,3] приводятся следующие гипотезы: источником колебаний являются 1 - дефекты изготовления и сборки; 2 - возникновение резонансов между частотами от дефектов и собственными частотами деталей и узлов[3]. Для оценки приращения колебаний момента ΔT в результате действия дефектов в литературе используется следующая формула

$$\Delta T(\omega_i \cdot t)_h = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m E_j \cdot C_{j,j+1} \cdot f_j \cdot p_j \cdot \cos(\omega_i t), \quad (1)$$

где $i=1 \dots n$ – набор частот проявления первичных погрешностей;

$j=1 \dots m$ – число узлов;

E_j – суммарный вектор j -ого узла, проявляющийся с i -ой частотой;

$C_{j,j+1}$ – изгибная жесткость системы, состоящей из j и j_{j+1} -ого узлов;

f_j – условный коэффициент трения в контакте j и j_{j+1} -ого узлов;

p_j – приведенный радиус действия сил трения;

ω_i – частота проявления суммарного вектора j -ого узла;

t – время.

Таким образом, частоты, на которых возникают пики колебаний момента быстроходного вала $T_{бр}$, получаемые экспериментально, можно сравнить с частотой проявления суммарного вектора погрешностей j -ого узла ω_i , которую оценивают теоретически, исходя из представлений об известных дефектах ВЗП. Так, если на узле генератора волн имеется два симметрично расположенных дефекта, дающих значимый вклад в колебания момента по формуле (1), а частота вращения генератора волн вместе с быстроходным валом составит 1000 об/мин, то частота проявления этих дефектов будет в два раза больше.

Для оценки величин и частот приращений моментов $T_{бр}$ проводится анализ амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) по данным, содержащимся в графике типа рис.1. Один из результатов такого анализа приведен на рис. 2.

Рис.2. Верхняя часть – изменения $T_{бр}$ на первой ступени нагружения по времени после приложения тормозного момента; нижняя часть – распределение амплитуд приращений момента $T_{бр}$ по частотам их возникновения

Как видно из рис. 2 основные пики возникают при частотах не более 2 Гц, в то же время частота проявления дефектов генератора волн при наличии всего одного дефекта должна составить более 15 Гц (1000 об/мин). Поэтому объяснить рассмотренные пики дефектами генератора волн не представляется возможным.

В то же время, для гибкого колеса частота вращения составляет 10 об/мин, что, в принципе, может оказаться близким к одной из составляющих пиков $T_{бр}$. Однако не все пики можно

объяснить подобным образом. На рис. 3 показаны результаты анализа АЧХ ВЗП с новым смазочным материалом.

Рис.3. Верхняя часть – изменения $T_{бр}$ на первой ступени нагружения по времени после приложения тормозного момента; нижняя часть – распределение амплитуд приращений момента $T_{бр}$ по частотам их возникновения

Показанные пики $\Delta T_{бр}$ обрабатывались на всех ступенях нагружения с троекратным повтором. В результате были выявлены значения $\Delta T_{бр}$ для разных номеров испытаний и на разных этапах нагружения. Результаты для каждой ступени показаны в табл. 1, где относительные размеры пиков на первой ступени нагружения обозначены как ΔT_i . В ней же приведены значения соответствующих частот ω_1 первого пика. Результаты для каждой ступени, но уже с применением нового смазочного материала показаны в табл. 2.

Таблица 1

Величины приращений $T_{бр}$ при соответствующих частотах первого пика

Параметр	1-ое исп.	2-ое исп.	3 исп.	Среднее
ΔT_1	7,624	4,270	6,747	6,213
$\omega_{1,1}$	0,134	0,180	0,122	0,145
ΔT_2	8,790	9,140	6,587	8,172
$\omega_{1,2}$	0,170	0,103	0,060	0,111
ΔT_3	10,93	8,450	7,390	8,923
$\omega_{1,3}$	0,132	0,086	0,109	0,109
ΔT_4	12,565	11,390	9,100	11,018
$\omega_{1,4}$	0,117	0,134	0,113	0,121
ΔT_5	13,830	22,610	7,310	14,583
$\omega_{1,5}$	0,146	0,1620	0,180	0,162

Таблица 2

Величины приращений $T_{\text{бр}}$ при соответствующих частотах первого пика с новым смазочным материалом

Параметр	1-ое исп.	2-ое исп.	3 исп.	Среднее знч.
ΔT_1	4,152	1,722	8,765	4,879
$\omega_{1,1}$	0,134	0,180	0,122	0,145
ΔT_2	2,056	12,692	9,598	8,115
$\omega_{1,2}$	0,170	0,103	0,060	0,111
ΔT_3	5,485	8,280	9,059	7,608
$\omega_{1,3}$	0,132	0,086	0,109	0,109
ΔT_4	6,144	11,726	5,796	7,888
$\omega_{1,4}$	0,117	0,134	0,113	0,121
ΔT_5	2,959	7,305	4,248	4,837
$\omega_{1,5}$	0,146	0,162	0,180	0,162

ΔT_i – величина приращения момента на быстроходном валу, где i – номер ступени;

$\omega_{i,j}$ – частота на АЧХ, соответствующая 1-ому пику, где i – номер пика, j – номер ступени;

Как видно из рис. 3 и табл.1, значения частот возникновения пиков имеют разброс и не соответствуют возможной частоте дефектов исследуемой ВЗП ни генератора волн по абсолютной величине частоты, ни гибкого колеса в силу существенного разброса значений частот, что маловероятно при постоянстве числа оборотов двигателя и постоянстве частот дефектов.

По результатам анализа, средние значения высоты пиков ΔT по мере роста тормозного момента имеют тенденцию *монотонного* роста, как видно, из табл. 1, что указывает на фрикционный характер возникающих сил (закон Амонтона – Кулона), которые по частотным характеристикам не могут соответствовать силам, описанным в формуле (1). Авторы предполагают, что источник таких колебаний – автоколебания, которые могут возникать в результате трения скольжения в контакте гибкого и неподвижного колеса. В качестве подтверждения было проведено повторное испытание ВЗП, но с нанесением нового смазочного материала, при котором средние значения высоты пиков ΔT по мере роста тормозного момента стали меньше, но автоколебания все еще присутствуют. В связи с этим в качестве модели возникновения рассмотренных пиков предлагается следующее уравнение:

$$\frac{J_2 d^2 \varphi_2}{dt^2} + K \cdot \frac{d\varphi_2}{dt} + C_f \cdot \varphi_2 = F \cdot \left(\omega_0 - \frac{d\varphi_2}{dt} \right) \cdot d_1, \quad (2)$$

где:

φ_2 – угол поворота гибкого колеса в направлении приложения окружной силы;

J_2 – приведенный момент инерции тихоходного вала;

K – характеристический коэффициент, определяемый трением в контакте, или коэффициент демпфирования;

C_f – жесткость зуба колеса в направлении приложения окружной силы;

F – функция изменения силы трения в связи с отношением угловой скорости быстроходного вала ω_0 и скорости поворота гибкого колеса $\frac{d\varphi_2}{dt^2}$,

d_1 – делительный диаметр гибкого колеса.

Данная модель отличается тем, что она содержит, так называемое «отрицательное трение» [4], которое может явиться причиной возникновения в динамической системе автоколебаний, близких к синусоидальным [4], что наблюдалось авторами в эксперименте.

В правой части уравнения (2) используется нелинейная форма зависимости силы трения от скорости относительного скольжения. При малых значениях скорости скольжения, как это происходит в первую половину периода колебаний, сила трения значительно больше, чем сила упругости, поэтому окружная сила нарастает. Превышение силой упругости силы трения приводит к ускорению, существенному увеличению скорости относительного скольжения и падению силы трения. Таким образом, сила трения и, соответственно, окружная сила в зацеплении в начале периода плавно нарастают в силу нарастания упругой деформации, провоцируемой трением. Однако во второй половине периода, когда происходит срыв и быстрое проскальзывание, сила трения и окружная сила падают, что и замыкает один период. Данный механизм естественным образом объясняет строгую периодичность возникающих колебаний.

Иначе говоря, $F \cdot \left(\omega_0 - \frac{d\varphi_2}{dt}\right)$ при $\frac{d\varphi_2}{dt} = \omega_0$ соответствует $F = F_{max}$, а при $\frac{d\varphi_2}{dt} \ll \omega_0$ (когда скорость относительного скольжения максимальна) $F = F_{min}$. Соответственно F_{max} соответствует максимальному значению вращающего момента (за один период колебаний) на валу электродвигателя, а F_{min} – минимальному. Решение уравнения (1) по методике [4] имеет вид

$$\varphi_2(t) = C \cdot T_{эд}(t) = A \cdot \cos(vt) + z(A, t),$$

где:

$A = k \cdot (F_{max} - F_{min})$ – амплитуда колебаний;

v – константа, характеризующая частоту колебаний.

Очевидно, что амплитуда колебаний A , которая пропорциональна разнице сил $(F_{max} - F_{min})$, возрастает по мере увеличения нагрузки на редуктор $T_{тор}$, что и наблюдается на Рис 1.

Кроме того, можно попытаться оценить длительность периода автоколебаний T_2 . Теоретически [4] длительность T_2 должна составлять:

$$T_2 = -\frac{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2}{k} \cdot \int \left[F\left(\omega_0 - \frac{d\varphi_2}{dt}\right) \right] d\left(\frac{d\varphi}{dt}\right),$$

где k – коэффициент жесткости системы, то есть вращающий момент, необходимый для закрутки системы на единичный угол, который имеет тангенциальную направленность и представляет собой соответствующий момент трения. Практически этот период может соизмеряться со временем прохождения одного зуба гибкого колеса по одному зубу неподвижного колеса, однако при многопарном зацеплении этот процесс может растягиваться во времени пропорционально количеству участвующих в зацеплении зубьев, то есть иметь частоту существенно меньшую, чем частота вращения генератора волн. Отметим, что значение периода зависит от силы трения, которая зависит от тормозного момента, что объясняет изменения частот в табл. 1 и невозможно для частот срабатывания дефектов.

Заключение. Среди рассмотренных причин возникновения колебаний вращающего момента быстроходного вала ВЗП выбран новый (по литературным данным) механизм – автоколебания. Данный механизм может дать объяснение для возникновения тех частот

колебаний, которые не представляется возможным объяснить с помощью традиционно используемых механизмов по формуле (1). Отметим, что при замене смазочного материала возрастает КПД ВЗП и уменьшаются размеры пиков $T_{бр}$, что указывает на уменьшение мощности автоколебаний и соответствующих потерь мощности ВЗП.

Список литературы

1. Буланже А.В., Палочкина Н.В., Фадеев В.З. Проектный расчет на прочность цилиндрических и конических зубчатых передач. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1992. - 80 с.
2. Емельянов А.Ф. Расчет качественных характеристик зубчатых передач с люфтовывибиранием: дис. кандидата техн. наук. - М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1984. - 220 с.
3. Истомин С.Н., Шувалов С.А., Попов П.К. и др. Кинематическая точность приборных волновых передач; Под ред. С.Н. Истомина, С.А. Шувалова. - М.: Машиностроение, 1987. - 160 с.
4. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. - М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1956. - 916 с.

Дата поступления: 25 марта 2020 г.