Вестник научно-технического развития Bulletin of Science and Technical Development

Номер 12 (136), декабрь 2018 г.

DOI: 10.18411/vntr2018-136

Издается с 2007 года

Издание зарегистрировано в Министерстве РФ по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации Эл. № ФС77-29768.

ISSN 2070-6847

*Журнал выпускается под научным руководством Федерального государственного
бюджетного учреждения науки Институт машиноведения им. А.А.Благонравова РАН*

ОГЛАВЛЕНИЕ № 12 (136), 2018

Владимир Дмитриевич Данилов, Павел Павлович Усов, Георгий Михайлович Шитов. Численный анализ влияния эксплуатационных параметров на характеристики водной смазки модельного подшипника скольжения..... стр. 3 – 14

Игорь Сергеевич Павлов, Владимир Николаевич Перевезенцев, Георгий Фёдорович Сарафанов. Анализ механизма скачкообразной деформации металлов при низких температурах.....стр. 15 – 20

Михаил Яковлевич Пановко. Численное моделирование упругогидродинамической смазки профилированного ролика с учетом одиночных неровностей поверхности контакта.....стр. 21 – 31

Виктор Борисович Федосеев. Перераспределение компонентов фотополимеризующей композиции в плоском потоке.....стр. 32 – 38

Александр Евгеньевич Шохин, Андрей Николаевич Никифоров. Моделирование колебаний цепной четырехмассовой виброударной системы с самосинхронизирующимися вибровозбудителями.....стр. 39 – 44

Издание зарегистрировано в Министерстве РФ по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.
Свидетельство о регистрации Эл. № ФС77-29768.

ISSN 2070-6847

УДК 621.891

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОДНОЙ СМАЗКИ МОДЕЛЬНОГО ПОДШИПНИКА СКОЛЬЖЕНИЯ

© Владимир Дмитриевич Данилов¹, Павел Павлович Усов³,
Георгий Михайлович Шитов²

¹Институт машиноведения РАН, Москва, Россия

²Московский институт электронной техники, Зеленоград, Москва, Россия

³Национальный исследовательский технологический университет МИСиС, Москва, Россия
danilovvd@mail.ru

Аннотация. На основе рассмотренной модели ЭГД задачи жесткого вала с вкладышем из композиционного материала и разработанного алгоритма решения уравнений математической модели проведен численный анализ влияния эксплуатационных параметров на характеристики слоя водяной смазки модельного подшипника скольжения.

Ключевые слова: внутренний контакт вала и вкладыша; толщина и давление в слое водной смазки, модельный подшипник скольжения.

NUMERICAL ANALYSIS OF THE EFFECT OF OPERATIONAL PARAMETERS ON THE CHARACTERISTICS OF WATER LUBRICATION OF A MODEL SLIDE BEARING

© V.D. Danilov¹, P.P. Usov², G.M. Shitov³

¹IMASH RAN, Moscow, Russia

²Moscow Institute of Electronic Technology, Zelenograd, Moscow, Russia

³National University of Science and Technology MISiS, Moscow, Russia
danilovvd@mail.ru

Abstract. On the basis of the considered model of the EHD of a rigid shaft problem with a composite liner and the developed algorithm for solving the equations of a mathematical model, a numerical analysis was made of the influence of operating parameters on the characteristics of a layer of water lubrication of a model sliding bearing.

Keywords: internal contact of the shaft and liner; thickness and pressure in the layer of water lubrication, model sliding bearing.

Введение. Узлы трения различных механизмов, в том числе подшипники скольжения, исследуются на моделях контакта жесткого шероховатого вала с вкладышем из композиционного материала в присутствии смазочного материала, в качестве которого используется также водная среда.

Толщина слоя смазки и контактное давление в нем, которые являются основными контактными параметрами подшипниковых опор, существенно зависят не только от геометрических, скоростных и нагрузочных параметров, но и от деформации и шероховатости поверхности трения, в первую очередь вкладыша.

Среди публикаций, посвященных контакту жестких поверхностей, отметим работу [1]. Влияние деформаций на характеристики смазанного контакта учитывалось, например, в исследовании [2]. В настоящей работе проведено исследование влияния эксплуатационных параметров на толщину слоя смазки и давление в нем.

Модель внутреннего контакта жесткого шероховатого вала и вкладыша из композитного материала, жестко закрепленного в жестком корпусе, представлена в соответствии с рисунком 1. Внутренний радиус вкладыша мало отличается от радиуса вала R , то есть $\Delta/R \ll 1$, где $\Delta = R_1 - R$, R_1 - внутренний радиус вкладыша.

Пусть линия центров NN вкладыша и вала образует с линией действия нагрузки угол θ , который находится в процессе решения задачи. Через φ обозначим угол, определяющий положение какого-либо поперечного сечения смазочного слоя и отсчитываемый от линии действия нагрузки по направлению движения поверхности вала. Рассмотрим случай подшипника с частичным углом охвата вала вкладышем. В этом случае координата φ начала смазочного слоя определяется положением входного кармана, из которого смазка подается под небольшим давлением в зазор. Пусть линия действия нагрузки делит угол охвата вала вкладышем пополам. Тогда координата начала смазочного слоя равна $-\vartheta$, где 2ϑ - угол охвата подшипника. Координата точки обрыва смазочного слоя φ_c неизвестна и определяется в процессе решения задачи. При этом должно выполняться условие $|\varphi_c| \leq \vartheta$.

Рис. 1

При выполнении условий

$$\frac{\varepsilon}{R} \gg \frac{E}{E_{\kappa}}, \quad \frac{\varepsilon}{R} \gg \frac{E}{E_{\theta}}, \quad (1)$$

где ε - толщина вкладыша,

E, E_{θ} и E_{κ} - модули упругости соответственно материалов вкладыша, вала и корпуса.

При определении толщины слоя смазочного материала деформациями вала и корпуса можно пренебречь, а учитывать только деформации вкладыша.

При выполнении дополнительного условия $\frac{\varepsilon}{R} \ll 1$ перемещение поверхности вкладыша w равно [3]

$$w = \varepsilon \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)} \frac{P}{E}. \quad (2)$$

При этом выражение для толщины смазочного слоя с учетом шероховатости поверхности вкладыша можно записать в виде

$$\tilde{h}(\varphi) = \Delta - e \cos(\varphi - \theta) + \varepsilon \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} \frac{P}{E} + \frac{1}{2} R_q \sin\left(2\pi \frac{R\varphi}{\lambda} + \beta\right), \quad (3)$$

где ν - коэффициент Пуассона материала вкладыша;

e - эксцентриситет;

P - давление, действующее со стороны смазочного слоя на поверхность вкладыша;

R_q - высота микронеровностей поверхности вкладыша;

λ - шаг микронеровностей;

β - фаза неровностей.

Распределение давления в смазочном слое определяем из уравнения Рейнольда, которое с учетом зависимости вязкости и плотности смазочного материала от давления в рассматриваемом случае можно записать в виде

$$\frac{1}{R^2} \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{\rho \tilde{h}^3}{12\mu} \frac{dP}{d\varphi} \right) - \frac{u}{2R} \frac{d(\rho \tilde{h})}{d\varphi} = 0, \quad (4)$$

Для учета изменения вязкости жидкости с изменением давления используем модель Баруса [4,5]

$$\mu = \mu_0 \exp(\alpha P), \quad (5)$$

где μ_0 - вязкость смазки при атмосферном давлении, α - пьезокоэффициент вязкости.

Зависимость плотности смазочного материала от давления примем в виде, предложенном в [4,5]:

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{C_1 P}{1 + C_2 P} \right), \quad (6)$$

где ρ_0 - плотность смазки при атмосферном давлении, C_1 , C_2 - константы.

Для уравнения Рейнольдса должны быть заданы граничные условия. Принимаем обычные для теории смазки условия:

$$\begin{aligned} P(-\vartheta) &= P(\varphi_c) = 0, \\ 0 < \varphi_c &\leq \vartheta, \quad \left. \frac{dP}{d\varphi} \right|_{\varphi=\varphi_c} = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где φ_c - координата точки обрыва смазочного слоя.

Координата φ_c неизвестна и определяется в процессе решения задачи.

Условия равновесия вала имеют вид

$$\begin{aligned} R \int_{-\vartheta}^{\varphi_c} (P \cos \varphi - \tau \sin \varphi) d\varphi &= W, \\ R \int_{-\vartheta}^{\varphi_c} (P \sin \varphi + \tau \cos \varphi) d\varphi &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

где W - нагрузка на единицу длины вала, $\tau = \mu \frac{u}{\tilde{h}} + \frac{\tilde{h}}{2} \frac{1}{R} \frac{dP}{d\varphi}$ - касательные напряжения,

действующие со стороны смазочного слоя на вал.

Введем безразмерные переменные по формулам

$$h = \frac{\tilde{h}}{\Delta}, \quad p = \frac{P}{p_0}, \quad p_0 = \frac{\Delta(1-\nu)}{\varepsilon(1+\nu)(1-2\nu)} E, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}. \quad (9)$$

В безразмерных переменных уравнения задачи и граничные условия могут быть приведены к виду

$$h(\varphi) = 1 - \chi \cos(\varphi - \theta) + p + \frac{1}{2} \bar{R}_q \sin \left(2\pi \frac{\varphi}{\lambda} + \beta \right), \quad (10)$$

$$\frac{\bar{\rho} h^3}{\bar{\mu}} \frac{dp}{d\varphi} = V(\bar{\rho} h - h_c), \quad (11)$$

$$h_c = 1 - \chi \cos(\varphi_c - \theta) + \frac{1}{2} \bar{R}_q \sin \left(2\pi \frac{\varphi_c}{\lambda} + \beta \right),$$

$$\bar{\rho} = 1 + \frac{K_1 p}{1 + K_2 p}, \quad \bar{\mu} = \exp(Gp), \quad (12)$$

$$\int_{-\vartheta}^{\varphi_c} (p \cos \varphi - \tau \sin \varphi) d\varphi = P, \quad \int_{-\theta}^{\varphi_c} (p \sin \varphi + \tau \cos \varphi) d\varphi = 0, \quad (13)$$

$$\tau = \psi \left(\frac{V}{6} \frac{\bar{\mu}}{h} + \frac{h}{2} \frac{dp}{d\varphi} \right), \quad (14)$$

$$p(-\vartheta) = p(\varphi_c) = 0, \quad 0 < \varphi_c \leq \vartheta, \quad (15)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\varphi_c} = 0, \quad (16)$$

где $\bar{R}_q = \frac{R_q}{\Delta}$, $\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{R}$, $\psi = \frac{\Delta}{R}$, $\chi = \frac{e}{\Delta}$ - относительный эксцентриситет, $V = \frac{6uR\mu_0}{\Delta^2 p_0} = \frac{p_*}{p_0}$,

$p_* = \frac{6uR\mu_0}{\Delta^2}$ - характерное гидродинамическое давление, $K_1 = p_0 C_1$, $K_2 = p_0 C_2$, $G = \alpha p_0$, P - безразмерная нагрузка на вал, равная

$$P = \frac{W}{Rp_0}. \quad (17)$$

Входными параметрами являются ψ, V, G, K_1, K_2 и одно из значений $\chi, \bar{W}$. Если задано χ , то после решения задачи получаем значение $\bar{W}$, а если задано $\bar{W}$, то после решения задачи получаем значение χ .

В результате решения системы уравнений кроме одного из значений $\chi, \bar{W}$ получаем также значения углов φ_c, θ и значения функций $h(\varphi), p(\varphi)$ в выбранных узлах.

При численном решении уравнений математической модели исходные уравнения заменяем системой уравнений в конечных разностях и конечных суммах. Для этого на отрезке $[-\vartheta, \varphi_c]$ вводим равномерную метку $\{\varphi_k\}, k = 1, 2, \dots, N$, $\varphi_1 = -\vartheta$, $\varphi_N = \varphi_c$.

Из уравнения (10), следует, что

$$h_N = h_c = 1 - \chi \cos(\varphi_c - \theta) + \frac{1}{2} \bar{R}_q \sin\left(2\pi \frac{\varphi_c}{\bar{\lambda}} + \beta\right), \quad (18)$$

$$h_i = h(\varphi_i) = L_i + y_i, \quad i = 1, 2, \dots, N-1, \quad (19)$$

$$L_i = 1 - \chi \cos(\varphi_i - \theta) + p_{i+1} + \frac{1}{2} \bar{R}_q \sin\left(2\pi \frac{\varphi_i}{\bar{\lambda}} + \beta\right), \quad (20)$$

$$y_i = p_i - p_{i+1}, \quad p_i = y_i + p_{i+1}. \quad (21)$$

Уравнение Рейнольдса заменяем системой конечно-разностных уравнений

$$\begin{aligned} & \rho_{i+1} (y_i + L_i + h_{i+1})^3 [1 - \exp(-G y_i)] = \\ & = -4GV (\Delta \varphi) \exp(G p_{i+1}) [\rho_{i+1} (y_i + L_i + h_{i+1}) - 2h_c], \end{aligned} \quad (22)$$

$$i = 1, 2, \dots, N-1, \\ \rho_i = 1 + \frac{K_1 p_i}{1 + K_2 p_i}. \quad (23)$$

В условиях (13) интегралы заменяем конечными суммами. В результате получаем уравнения

$$\sum_{k=1}^N (p_k \sin \varphi_k + \tau_k \cos \varphi_k) = 0, \quad (24)$$

$$\sum_{k=1}^N (\varphi_k - \varphi_{k-1}) (p_k \cos \varphi_k - \tau_k \sin \varphi_k) = P, \quad (25)$$

$$\tau_k = \psi \left(\frac{V \exp(G p_k)}{6 h_k} + \frac{h_k}{2} \frac{p_{k+1} - p_k}{\varphi_2 - \varphi_1} \right), \quad k = 1, 2, \dots, N-1, \quad (26)$$

$$\tau_N = \psi \left(\frac{V}{6 h_c} + \frac{h_c}{2} \frac{dp}{d\varphi} \Big|_{\varphi=c} \right). \quad (27)$$

При заданных значениях параметров $\chi, \psi, V, G, K_1, K_2$ уравнения (18)-(24) представляют собой систему нелинейных алгебраических уравнений относительно углов и переменных h_i, p_i, ρ_i ($i=1, 2, \dots, N$). Данную систему уравнений решаем численно, используя метод Ньютона. Блок-схема программы, решающей данную систему уравнений численными методами, приведена в соответствии с рисунком 2.

Значение параметра T , приведенного в блок-схеме, равно

$$T = \sum_{k=1}^N (\varphi_k - \varphi_{k-1}) (p_k \sin \varphi_k + \tau_k \cos \varphi_k), \\ |T| < \varepsilon_T. \quad (28)$$

Условие (28) задает точность выполнения уравнения (24).

$$\text{Условие} \quad |p_1| < \varepsilon_p \quad (29)$$

задает точность решения системы уравнений (18)-(23) относительно переменных h_i, p_i, ρ_i ($i=1, 2, \dots, N$) при заданных значениях углов θ, φ_c .

Вычисления в программе начинаются с того, что задаются начальные приближения углов θ, φ_c . При заданных значениях этих углов переменная h_N определяется по формуле (18).

Значение p_N равно нулю в соответствии с граничными условиями.

Имея значения переменных p_N, h_N, θ и φ_c , из уравнений (19)-(23) последовательно определяем значения $h_{N-1}, p_{N-1}, h_{N-2}, p_{N-2}, \dots, h_1, p_1$. Далее проверяем выполнение условия (29). Если это условие не выполнено, то корректируем φ_c и вычисляем новые значения

переменных $h_{N-1}, p_{N-1}, h_{N-2}, p_{N-2}, \dots, h_1, p_1$. Если это условие выполняется, то проверяем выполнение условия (28). Если это условие выполняется, то вычисления заканчиваются, и выводятся результаты расчетов. Если это условие не выполняется, то корректируем θ и вычисляем новые значения переменных $h_{N-1}, p_{N-1}, h_{N-2}, p_{N-2}, \dots, h_1, p_1$.

Реализация представленного в соответствии с рисунком 2 алгоритма стала возможной в результате разработанной и отлаженной программы для ПК.

В соответствии с разработанной программой, выполнен численный анализ влияния эксплуатационных параметров на характеристики водной смазки модельного подшипника скольжения:

- радиус $R = 0.05$ м;
- длина вкладыша $L = 0.03$ м;
- радиальный зазор $\Delta = 0.05$ мм; $\Delta = 0.1$ м; $\Delta = 0.16$ мм;
- толщина вкладыша $\varepsilon = 0.003$ м;
- вкладыш из композитного материала с модулем упругости $E = 1$ ГПа;
- коэффициент Пуассона материала вкладыша $\nu = 0.32$;
- смазка – вода с вязкостью $\mu = 0.001$ Па·сек;
- скорость скольжения $u = 1.3$ м/сек; $u = 2.6$ м/сек;
- $R_q = 1,0 - 2,5$ мкм - высота микронеровностей;
- λ – шаг микронеровностей.

Шаг микронеровностей принимался равным 2 мм. Такое значение шага микронеровностей определялось ограничением по количеству узлов сетки N . При малом шаге микронеровностей число N должно быть большим, что приводит к трудностям вычислений, связанным с ограничением памяти компьютера и большим временем расчета. При шаге микронеровностей 2 мм число N принималось равным 2000.

Ниже приведены результаты расчетов и анализ этих результатов.

Влияние радиального зазора. На рисунках 3 - 5 приведены результаты расчетов при разных значениях радиального зазора и одинаковых значениях остальных параметров.

Из результатов расчетов, приведенных на рисунках 3 - 5, следует, что с ростом радиального зазора минимальная толщина смазочного слоя уменьшается, максимальное давление растет, а область, в которой развивается высокое давление, сужается. Из расчетов следует, что при радиальном зазоре 0.16 мм минимальная толщина смазочного слоя равна 3.28 мкм, а при радиальном зазоре 0.05 мм — 8.27 мкм. Максимальное давление равно 0.41 МПа при радиальном зазоре 0.05 мм и равно 0.94 МПа при радиальном зазоре 0.16 мм.

Влияние скорости. Влияние скорости скольжения на толщину смазочного слоя и распределение давления демонстрируют результаты расчетов, приведено на рисунках 5 и 6. На рисунке 5 приведены функции $\tilde{h}(\varphi)$ и $P(\varphi)$ при скорости 1.3 м/сек, а на рисунке 6 – те же данные при скорости 2.6 м/сек. Значения остальных параметров одинаковы.

Из приведенных на рисунках 5 и 6 результатов следует, что рост скорости при постоянной нагрузке приводит к повышению минимальной толщины смазочного слоя, понижению максимального давления и увеличению размера области, в которой генерируется высокое давление.

При увеличении скорости в 2 раза, от 1.3 м/сек до 2.6 м/сек, минимальная толщина смазочного слоя возросла от 3.28 мкм до 6.3 мкм, то есть почти в 2 раза. Увеличение

толщины смазочного слоя привело к уменьшению максимального давления от 0.94 МПа до 0.71 МПа. При этом выходная координата смазочного слоя при росте скорости также возросла на 0.1.

Рис. 2

Рис. 3. Толщина смазочного слоя и давление в смазочном слое при радиальном зазоре 0.05 мм

Рис. 5. Толщина смазочного слоя и давление в смазочном слое при радиальном зазоре 0.16 мм

Рис. 4. Толщина смазочного слоя и давление в смазочном слое при радиальном зазоре 0.1 мм

Рис. 6. Толщина смазочного слоя и давление в смазочном слое при скорости 2.6 м/сек

Влияние шероховатости. Влияние шероховатости на характеристики подшипника иллюстрируют результаты расчетов, приведено на рисунках 6 - 8. На рисунке 6 приведены результаты расчетов для гладких поверхностей, а на рисунках 7 и 8 приведены результаты расчетов при тех же значениях входных параметров, но при разных высотах микронеровностей.

На рисунке 7 приведены результаты расчетов при скорости 2.6 м/сек, радиальном зазоре 0.16 мм и при высоте микронеровностей 1 мкм. Так как давление, развиваемое в смазочном слое, относительно невелико, высота микронеровностей в зазоре остается равной около 1 мкм, то есть уменьшения высоты микронеровностей за счет их деформаций практически не происходит. Пульсации давления при высоте микронеровностей 1 мкм невелики и оно положительно левее точки обрыва смазочного слоя.

На рисунке 8 приведены результаты расчетов при той же скорости и тем же радиальном зазоре, что и на рисунке 4, но при высоте микронеровностей 2 мкм.

Из приведенных результатов следует, что так же как и при высоте микронеровностей 1 мкм деформации вкладыша практически не изменяют высоту микронеровностей. Пульсации давления возрастают. При этом, в отличие от случая $\lambda = 1$ мкм пульсации давления приводят к появлению отрицательных давлений в окрестности выходной точки смазочного слоя. При этом не удастся получить стационарное решение задачи при более высокой высоте микронеровностей. Данное обстоятельство может приводить к тому, что при высоте микронеровностей более 2 мкм условия для возникновения стационарного смазочного слоя не выполняются и контакт переходит в режим смешанного трения.

Влияние нагрузки. Все приведенные выше результаты получены при нагрузке 420 Н. На рисунке 9 приведены результаты расчетов при нагрузке 1150 Н для случая гладких поверхностей. При такой нагрузке минимальная толщина смазочного слоя равна 1.37 мкм, а максимальное давление в смазочном слое равно 3.5 МПа. Увеличение нагрузки привело к существенному уменьшению минимальной толщины смазочного слоя и к существенному росту максимального давления в смазочном слое.

Влияние шероховатости при высокой нагрузке. На рисунке 10 приведены результаты расчетов, полученных при тех же параметрах, что и результаты, приведенные на рис. 9, но при наличии шероховатости и при высоте микронеровностей 0,8 мкм.

Из приведенных результатов следует, что при нагрузке 1150 Н уже при высоте микронеровностей 0.8 мкм пульсации давления таковы, что появляются отрицательные давления в окрестности выходной граничной точки смазочного слоя. Это может означать, что при такой нагрузке и высотах микронеровностей выше 0.8 мкм стационарный смазочный слой не может существовать и подшипник переходит в режим смешанного трения.

Рис. 7. Толщина смазочного слоя и давление в смазочном слое при скорости 2.6 м/сек и высоте микронеровностей 1 мкм

Рис. 8. Толщина смазочного слоя и давление в смазочном слое при скорости 2.6 м/сек и высоте микронеровностей 2 мкм

Рис. 9. Толщина смазочного слоя и давление в смазочном слое при скорости 1.3 м/сек и при нагрузке 1150 Н.

Рис. 10. Толщина смазочного слоя и давление в смазочном слое при скорости 1.3 м/сек, нагрузке 1150 Н и при высоте микронеровностей 0.8 мкм

Заключение. Численный анализ влияния эксплуатационных параметров на характеристики водной смазки модельного подшипника скольжения является эффективным инструментом, позволяющим устанавливать влияние эксплуатационных параметров на толщину слоя водяной смазки и давления в нем.

Показано, что с ростом радиального зазора минимальная толщина смазочного слоя уменьшается, максимальное давление растет, а область, в которой развивается высокое давление, сужается. Рост скорости при постоянной нагрузке приводит к повышению минимальной толщины смазочного слоя, понижению максимального давления и увеличению размера области, в которой генерируется высокое давление. Анализ влияния шероховатости позволяет сделать вывод, что при высоте микронеровностей более 2 мкм условия для возникновения стационарного смазочного слоя не выполняются и контакт переходит в режим смешанного трения. Увеличение нагрузки приводит к существенному уменьшению минимальной толщины смазочного слоя и к существенному росту максимального давления в смазочном слое.

Список литературы

1. Усов П.П. Теория гидродинамической смазки шероховатых поверхностей//Трение и износ. – 1986. - том 7. - С. 214-222.
2. Greenwood J.A., and Morales-Espejel G/E/ “The Behavior of Transverse Roughness in EHL Contacts”, Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers: Part J. – 1994. – 29. – P. 121-132.
3. Галахов М. А., Усов П. П. Дифференциальные и интегральные уравнения математической теории трения. - М.: Изд-во «Наука», 1990. - 278 с.
4. Roelands C. J. A. Correlation aspects of viscosity-temperature-pressure relationship of lubricating oils: PhD Thesis. — Delft: Delft University of Technology, 1966.
5. Kudish I. I. Elastohydrodynamic lubrication for line and point contacts. Asymptotic and numerical approaches. Boca Raton: CRC Press, 2013.

Дата поступления: 10 декабря 2018 г.

УДК 539.4

АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА СКАЧКООБРАЗНОЙ ДЕФОРМАЦИИ МЕТАЛЛОВ ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

© Игорь Сергеевич Павлов, Владимир Николаевич Перевезенцев,
Георгий Фёдорович Сарафанов

*Институт проблем машиностроения РАН – филиал Федерального государственного
бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт
прикладной физики Российской академии наук», Нижний Новгород, Россия*
gf.sarafanov@yandex.ru

Аннотация. В рамках термоактивационной модели исследовался механизм термомеханической неустойчивости пластического течения при низких температурах. В работе данная неустойчивость связывалась с неустойчивостью стационарного однородного решения системы уравнений, совместно описывающей процессы теплопроводности и пластической деформации при постоянной скорости деформирования. Сформулированы необходимые и достаточные условия возникновения термомеханической неустойчивости. Показано, что неустойчивость приводит к скачкообразной пластической деформации.

Ключевые слова: термомеханическая неустойчивость, скачкообразная пластическая деформация, низкие температуры, релаксационные автоколебания.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-02-00444).

ANALYSIS OF SERRATED DEFORMATION OF METALS AT LOW TEMPERATURES

© I.S. Pavlov, V.N. Perevezentsev, G.F. Sarafanov

Mechanical Engineering Research Institute RAS, Nizhny Novgorod, Russia
gf.sarafanov@yandex.ru

Abstract. The thermomechanical mechanism of plastic flow instability at low temperatures was studied in the framework of the thermal activation model. In this paper, this instability is associated with the instability of the stationary homogeneous solution of a system of equations describing the processes of thermal conductivity and plastic deformation at a constant rate of deformation. The necessary and sufficient conditions for the appearance of thermomechanical instability are formulated. It is shown that the instability leads to serrated plastic deformation.

Keywords: thermomechanical instability, serrated plastic deformation, low temperatures, relaxation self-oscillations.

Acknowledgements. The work was supported by RFBR (project 18-02-00444).

Явление скачкообразной пластической деформации было обнаружено в большом числе материалов и является типичным для области очень низких температур [1,2]. Его закономерности определяются многочисленными параметрами, связанными как с условиями деформации (скоростью деформации, температурой), так и со свойствами самого материала (типом решетки, размером зерна и т.д.). Дальнейшие исследования привели к установлению зависимости скачкообразной деформации от ряда других важных параметров: критической температуры, выше которой скачки не возникают, жесткости испытательной машины, количества примесей, которые способствуют ее проявлению, масштабного фактора, перевода материала из нормального в сверхпроводящее состояние, в котором скачки исчезают. Для объяснения физической природы скачкообразной деформации было выдвинуто несколько гипотез [2,3]. К настоящему моменту наименее непротиворечивой гипотезой, объясняющей наибольшее число экспериментальных фактов, является гипотеза тепловой природы скачков [3].

Наиболее строго критерий термомеханической неустойчивости деформации при низких температурах был сформулирован в работе [4]. Исследование уравнения теплопроводности при постоянной нагрузке ($\sigma = \text{const}$) показало, что для металлов стационарный неоднородный режим пластического течения возможен при напряжении σ меньше некоторого критического значения

$$\sigma_c = \frac{2hkT_0^2}{\hat{\varepsilon}_0 W d}, \quad (1)$$

где $\hat{\varepsilon}_0$ — заданная скорость пластической деформации, W — энергия активации, T_0 — температура окружающей среды, d — толщина пластины, либо радиус цилиндрического образца, h — коэффициент теплообмена, k — постоянная Больцмана.

Условие (1) определяет область неустойчивости (при $\sigma > \sigma_c$) и сформулировано для случая $T - T_0 \ll T_0$ и $m \ll 1$. Здесь T — температура металлического образца, $m = hd/\kappa$ — параметр, характеризующий теплообмен со средой, κ — коэффициент теплопроводности. Несмотря на строгость полученно в [4] решения механизм возникновения самой скачкообразной деформации в этой работе и в некоторых других исследован мало. Поэтому в настоящей работе будет рассмотрен критерий неустойчивости пластического течения в контексте анализа нелинейной динамики скачкообразной деформации.

Рассмотрим задачу совместно описывающую пластическую деформацию и процессы теплопроводности. Тогда для металлов и достаточно тонких образцов ($d \ll L$, где L — длина образца) уравнение теплопроводности запишется в виде [5,6]

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{2h}{d} (T - T_0) + \sigma \hat{\varepsilon}, \quad (2)$$

где

$$\hat{\varepsilon} = v \exp[-W/kT] \quad (3)$$

— скорость пластической деформации, v — предэкспоненциальный множитель, c — теплоемкость образца.

Уравнение (2) необходимо дополнить уравнением, характеризующими динамику системы «образец-нагружающее устройство» при заданной постоянной скорости пластической деформации $\hat{\varepsilon}_0$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = G^* \left(\hat{\varepsilon}_0 - \frac{1}{L} \int_0^L \hat{\varepsilon}(x, t) dx \right), \quad (4)$$

где $G^* = k_0 L/d$ – эффективный модуль системы «образец–машина», k_0 – жесткость машины. А также уравнением, связывающим скорость пластической деформации $\hat{\varepsilon}(x, t)$ и величину деформации $\varepsilon(t)$

$$\frac{\partial \varepsilon(t)}{\partial t} = \frac{1}{L} \int_0^L \hat{\varepsilon}(x, t) dx, \quad (5)$$

Ограничимся рассмотрением системы (2)-(5) в однородном случае (неоднородный случай представляет самостоятельный интерес). Тогда эта система имеет одно состояние равновесия

$$\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}_0, \quad T_a = \frac{W}{k} \ln \left(\frac{\nu}{\hat{\varepsilon}_0} \right), \quad \sigma_a = \frac{2h}{\hat{\varepsilon}_0 d} (T_a - T_0). \quad (6)$$

Линеаризуем систему (2)-(5) относительно состояния (6)

$$c \frac{dT}{dt} = \hat{\varepsilon}_0 \sigma + \sigma_a \hat{\varepsilon}_0 \frac{W}{k T_a^2} T - \frac{2h}{d} T, \quad \frac{d\sigma}{dt} = -G^* \nu \hat{\varepsilon}_0 \frac{W}{k T_a^2} T \quad (7)$$

и запишем в виде одного уравнения

$$c \frac{d^2 T}{dt^2} + \left[\frac{2h}{d} - \sigma_a \hat{\varepsilon}_0 \frac{W}{k T_a^2} \right] \frac{dT}{dt} + \hat{\varepsilon}_0^2 G^* \nu \frac{W}{k T_a^2} T = 0. \quad (8)$$

Уравнение (8) представляет собой уравнение гармонического осциллятора. Нетрудно видеть, что нарастание колебаний будет иметь место при

$$\sigma_a > \sigma_c = \frac{2h k T_a^2}{\hat{\varepsilon}_0 W d}, \quad (9)$$

что при $T_a - T_0 \ll T_0$ совпадает с условием неустойчивости (1) для неоднородного распределения температуры.

Для дальнейшего анализа запишем систему (2)-(5) в безразмерном виде, введя безразмерные переменные

$$u = \frac{\hat{\varepsilon}}{\nu}, \quad \theta = \frac{T}{T_0}, \quad \sigma' = \frac{\sigma}{G^*} \quad (10)$$

и время $t' = t\nu$. В результате имеем

$$\frac{d\theta}{dt'} = \mu \sigma' \exp \left[-\frac{\alpha}{\theta} \right] - \beta(\theta - 1), \quad (11)$$

$$\frac{d\sigma'}{dt'} = u_0 - \exp \left[-\frac{\alpha}{\theta} \right], \quad (12)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt'} = \exp \left[-\frac{\alpha}{\theta} \right], \quad (13)$$

где введены безразмерные параметры $\mu = G^*/cT_0$, $\beta = 2h/cvR$, $u_0 = \hat{\varepsilon}_0/v$.

Система (11)–(13) относится к классу автоколебательных систем в том случае, если кривая $\sigma = \sigma(\theta)$ имеет нисходящий участок, где $\partial\sigma/\partial\theta < 0$, т.е. зависимость

$$\sigma = G^* \left(\frac{\beta}{\mu} \right) (\theta - 1) \exp \left[\frac{\alpha}{\theta} \right]$$

представляет собой N -образную кривую.

Выясним, когда это возможно. Из условия $\partial\sigma/\partial\theta = 0$ имеем

$$\theta^2 - \alpha(\theta - 1) = 0, \quad (14)$$

откуда находим корни уравнения (14)

$$\theta_{1,2} = \frac{\alpha}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2} - 1 \right)^2 - 1}. \quad (15)$$

Слияние корней происходит при $\alpha_c = 4$, что соответствует точке перегиба на кривой $\sigma = \sigma(\theta)$. Таким образом, N -образная зависимость $\sigma(\theta)$ имеет место при $\alpha > \alpha_c = 4$ (рис.1).

Рис.1. Зависимость $\sigma = \sigma(\theta)$ при разных значениях параметра $\alpha = W/kT$.

Отметим, что низкотемпературная скачкообразная деформация по своим внешним проявлениям сходна с механическими релаксационными автоколебаниями. На это впервые было обращено внимание в работе [7]. Необходимым условием возникновения релаксационных колебаний в механической системе является наличие участка отрицательной скоростной чувствительности силы трения. Для рассматриваемого случая пластической деформации это эквивалентно отрицательной зависимости деформирующего напряжения от температуры или скорости деформации. Экспериментальные исследования скоростных зависимостей деформирующего напряжения для многих металлов показали, что с понижением температуры скоростная чувствительность при гелиевых температурах становится отрицательной [3].

Можно показать, что условие неустойчивости (9) сводится к условию $\alpha > 4$ и является необходимым условием, но недостаточным. Достаточным условием является попадание $\theta = \alpha / \ln(v/\hat{\varepsilon}_0)$ в интервал значений, где $\partial\sigma/\partial\theta < 0$, или же попадание заданной скорости деформации $\hat{\varepsilon}_0$, однозначно связанной с температурой, в интервал значений, где $\partial\sigma/\partial\hat{\varepsilon} < 0$.

Рассмотрим теперь свойства решений системы уравнений (11)–(13). Исследуя эту систему численно, находим, что при $\alpha < 4$ режим пластического течения является монотонным, а при $\alpha > 4$ появляются регулярные колебания нагрузки, температуры и деформации (рис. 2). При этом если для деформирующего напряжения имеет место пилообразная зависимость от времени (рис. 2b), то для температуры — регулярные всплески (рис. 2c), для деформации — ступенчатая зависимость (рис. 2d).

Наиболее отчётливо релаксационный автоколебательный режим пластической деформации и температурных изменений можно наблюдать на фазовом портрете переменных σ' и θ (рис. 2a), где фазовые траектории быстрых движений сменяются траекториями медленных движений на предельном цикле. Стартуя из точки O фазовая траектория выходит на предельный цикл ABC , по которому за малое время попадает в точку C . Затем по изоклине $\sigma'(\theta)$ фазовая траектория медленно достигает в точке A критического напряжения $\sigma' = \sigma'_{max}$ при температуре близкой к $\theta = 1$ ($T = T_0$). Далее происходит разгрузка системы на некоторую величину $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_C$, при этом температура скачком увеличивается, достигая в точке B своего максимального значения, после чего опять же скачком уменьшается до значения $\theta = 1$ в точке C , завершая тем самым предельный цикл. Особенностью рассматриваемой системы уравнений является то, что предельный цикл имеет почти треугольный вид, по которому фазовая траектория совершает быстрые движения на участках AB и BC , а медленные — на единственном участке CA . При увеличении параметра α предельный цикл ABC приобретает всё более совершенную форму.

Рис. 2. Фазовый портрет (а) системы (11)–(13) при $\alpha = 5.8$ и зависимости приложенного напряжения σ' , температуры θ и деформации ε от времени t (b,c,d).

В заключение отметим следующее. Здесь мы рассматривали лишь временную зависимость динамики термоактивированной пластической деформации. При более общем рассмотрении необходимо учитывать пространственную неоднородность процессов деформации и распространения тепла. При этом как показывает исследование подобных систем [8], возможно большое разнообразие различных решений: формирование бегущего импульса, квазистохастических волн, деление фронтов и т.д.

Список литературы

1. Старцев В.И., Ильичев В.Я., Пустовалов В.В. Пластичность и прочность металлов и сплавов при низких температурах. - М.: Металлургия, 1975. - 328с.
2. Клявин О.В. Физика пластичности кристаллов при гелиевых температурах. - М.: Наука, 1987. - 256с.
3. Пустовалов В.В. Скачкообразная деформация металлов и сплавов при низких температурах//ФНТ. - 2008. - Т.34, №9. - С.871-913.
4. Петухов Б.В., Эстрин Ю.З. Критерий неустойчивости термически активируемой пластической деформации // ФТТ. – 1975. - т.17, вып.7. - С.2041-2044.
5. Карслоу Г., Егер Л. Теплопроводность твердых тел. - М.: Наука, 1964.- 488с.
6. Малыгин Г.А. Процессы самоорганизации дислокаций и пластичность кристаллов// УФН. – 1999. - т.169, вып.9. - С.979-1010.
7. Давиденков Н.Н. Кинетика образования зубцов на диаграммах деформации// ФТТ. - 1961. - т.3, вып.8. - С.2458-2465.
8. Васильев В.А., Романовский Ю.М., Яхно В.Г. Автоволновые процессы. - М.: Наука, 1987. - 240с.

Дата поступления: 6 декабря 2018 г.

УДК 539.3:621.891

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ СМАЗКИ ПРОФИЛИРОВАННОГО РОЛИКА С УЧЁТОМ ОДИНОЧНЫХ НЕРОВНОСТЕЙ ПОВЕРХНОСТИ КОНТАКТА

© Михаил Яковлевич Пановко

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

mpanovko@yandex.ru

Аннотация. Формулируется и решается численно упругогидродинамическая задача о контакте смазанного профилированного ролика с учётом одиночных неровностей (бугорок, лунка) на его поверхности. Показано значительное влияние расположения и типа неровности на распределения давления и толщины смазочной плёнки в зоне контакта.

Ключевые слова: упругогидродинамический контакт, ролик, профилирование, численное моделирование.

NUMERICAL SIMULATION OF THE ELASTOHYDRODYNAMIC LUBRICATION OF A PROFILING ROLLER TAKING IN THE ACCOUNT A SINGLE ASPERITIES AT CONTACT SURFACE

© Mikhail Panovko

Mechanical Engineering Research Institute of RAS, Moscow, Russia

mpanovko@yandex.ru

Abstract. An elastohydrodynamic problem for lubricated contact of a profiling roller is formulated and solved numerically taking in the account a single asperities (bump, dent) at contact surface. It is shown that location and type of the asperities influence significantly on pressure and film thickness distributions in contact zone.

Keywords: elastohydrodynamic contact, roller, profiling, numerical simulation.

Введение. Задачи об упругогидродинамической (УГД) смазке возникают при анализе процессов в зоне контакта смазанных деформируемых тел, образующих различные узлы трения (например, зубчатые передачи, роликовые и шариковые подшипники качения). Режим УГД смазки характеризуется наличием тонкой смазочной плёнки и упругой деформацией тел в зоне контакта. К настоящему времени наибольшее число результатов получено для линейных (неограниченных по длине) и точечных контактов [1]. Вместе с тем значительный практический интерес представляют процессы УГД смазки в линейном контакте конечной длины. Подобные контакты имеют место в роликоподшипниках и зубчатых передачах. Причём осевой профиль ролика в торцевой зоне скругляется с целью снижения напряжений в этой зоне. Для несмазанного контакта это показано в ряде численных исследований (см., например, [2]). В отличие от УГД смазки линейных и

точечных контактов смазка коротких роликов исследована численными методами существенно меньше, главным образом, из-за трудностей реализации устойчивого вычислительного процесса, особенно в случае тяжёлого нагружения. В публикациях, посвящённых численному моделированию УГД смазки роликов, приводятся решения, полученные в предположении, что взаимодействующие поверхности являются гладкими [3-6]. Для более реалистичного описания характеристик УГД контакта шероховатость поверхности может быть учтена в математических моделях как на основе стохастического подход [7], так и детерминированного [8]. Детерминированный подход в отличие от стохастического позволяет путём задания функции, описывающей неровности поверхности, изучать локальные флуктуации давления и толщины смазочной плёнки в УГД контакте. Этот подход был использован для анализа влияния модельных неровностей (единичные неровности, волнистость), а также реальной топографии поверхности в случае линейных (неограниченных по длине) и точечных УГД контактов (см., например, [9]). Применительно к профилированным роликам подобная задача, насколько известно автору, не решалась. В настоящей работе сформулирована и решается численным методом УГД задача о контакте смазанного профилированного ролика с учётом одиночных неровностей (типа бугорка или лунки) на его поверхности. Показано значительное влияние расположения и типа неровности на распределения давления и толщины смазочной плёнки в зоне контакта.

Постановка задачи. Рассматривается стационарная изотермическая задача о смазке ролика со скруглённым краем и одиночными неровностями (см. рис. 1 и рис. 2), поверхность которого в зоне УГД контакта описывается следующей функцией:

$$z = h_0 + f(y) + x^2 / 2R_x(y) + u_z(x, y) - u_z(0, 0) + d(x, y) - d(0, 0).$$

Рис. 1. Схема смазанного контакта с неровностям

Рис. 2. Виды неровностей

Здесь x, y - декартовы координаты в плоскости контакта, h_0 – расстояние между смазанными поверхностями в начале координат, $f(y)$ – уравнение образующей, $R_x(y)$ – радиус кривизны ролика в сечении $y = \text{const}$, $u_z(x, y)$ - упругая деформация, $d(x, y)$ - неровность. В задаче полагается, что одиночные неровности располагаются на верхней неподвижной поверхности ролика ($v_1 = 0$); нижняя поверхность гладкая и движется с постоянной скоростью $v_2 > 0$.

Полагается, что $R_x(y) \equiv R_{x0}$, где $R_{x0} = R_x(0)$. Образующая, составленная из дуг двух окружностей с радиусами R_{y0} , R_{y1} ($R_{y1} < R_{y0}$), сопрягаемых в сечении $|y| = l_c/2$, описывается функцией следующего вида:

$$f(y) = y^2 / 2R_{y0} + f_1(|y|)(1/2R_{y1} - 1/2R_{y0})\theta(|y|),$$

$$\theta(|y|) = \begin{cases} 1, & \text{при } |y| > l_c/2 \\ 0, & \text{при } |y| \leq l_c/2. \end{cases}$$

Здесь $f_1(|y|) = (|y| - l_c/2)^2$ при гладком сопряжении дуг, $f_1(|y|) = y^2 - (l_c/2)^2$ при негладком. В первом случае в точке $|y| = l_c/2$ сопрягаемые дуги имеют общую касательную, во втором – касательная имеет конечный разрыв. Выражение для $f(y)$ описывает образующую бочкообразного ролика. При $R_{y0} \rightarrow \infty$ образующая $f(y)$ описывает цилиндрический ролик со скруглённым краем. В настоящей работе рассматривается именно это тип роликов. Одиночная неровность типа бугорка или лунки (см. рис. 2), расположенная на верхней неподвижной поверхности контакта, описывается следующей функцией:

$$d(x, y) = A \times 10^{-10(((x-x_d)/w_x)^2 + ((y-y_d)/w_y)^2)} \times \cos\left(2\pi\sqrt{((x-x_d)/w_x)^2 + ((y-y_d)/w_y)^2}\right),$$

обобщающей на пространственный случай выражение, использованное в [10] для численного анализа линейного контакта с неровностями. Здесь A – амплитуда неровности (в случае бугарка $A < 0$, в случае лунки $A > 0$); w_x , w_y – длины волн неровности в направлении осей x и y соответственно; x_d , y_d – координаты центра неровности.

Полагается, что смазочный материал – несжимаемая вязкая жидкость; к ролику приложена внешняя сила $P = \text{const}$. Толщина смазочной плёнки мала по сравнению с характерными размерами области контакта. Силы вязкого трения значительно больше инерционных. Локально контактирующие тела заменяются упругими полупространствами. Вводятся следующие безразмерные переменные:

$$(x', y', \xi', \eta') = (x, y, \xi, \eta) / a_H, \quad p' = p / p_H, \quad h' = h / h_0, \quad \mu' = \mu / \mu_0, \quad H_0 = 2R_{x0}h_0 / a_H^2, \quad Q_0' = Q_0 p_H,$$

$$V = (24\mu_0 |\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2| R_{x0}^2) / p_H a_H^3, \quad P' = P / p_H a_H^2,$$

$$P = \pi p_H a_H l_c / 2, \quad \mathbf{v} = (\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2) / |\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2|,$$

$$\varepsilon_0 = R_{x0} / R_{y0}, \quad \varepsilon_1 = R_{x0} / R_{y1}, \quad d' = d / h_0, \quad A' = 2R_{x0}A / a_H^2, \quad (x_d', y_d') = (x_d, y_d) / a_H,$$

$$(w_x', w_y') = (w_x, w_y) / a_H.$$

Здесь x, y, ξ, η – декартовы координаты в плоскости контакта; $\varepsilon_0, \varepsilon_1$ – параметры скругления (в настоящей работе $\varepsilon_0 = 0$); $p(x, y)$ и $h(x, y)$ – соответственно давление и толщина смазочной плёнки (зазор); P – внешняя нагрузка; a_H и p_H – соответственно полуширина и максимальное герцевское напряжение в линейном контакте; μ – вязкость смазки; μ_0 – вязкость смазки при давлении окружающей среды; $\mathbf{v}_1(v_{1x}, v_{1y}), \mathbf{v}_2(v_{2x}, v_{2y})$ – скорости контактирующих поверхностей; H_0 – безразмерная толщина плёнки в начале координат; V – нагрузочно-скоростной параметр; l_c – длина цилиндрической части ролика; Q_0 – пьезокоэффициент вязкости.

В безразмерной форме уравнения, описывающие УГД контакт, имеют вид (без штрихов):

$$L(p) = \nabla \cdot \left(H_0^2 \frac{h^3}{\mu} \nabla p - V \mathbf{v} h \right) = 0, \quad (1)$$

$$h(x, y) = 1 + \frac{x^2 + \varepsilon_0 y^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) f_1(|y|) \theta(|y|)}{H_0} + \frac{1}{\pi H_0} \iint_{\Omega} G(x, y, \xi, \eta) p(\xi, \eta) d\xi d\eta + \frac{1}{H_0} (d(x, y) - d(0, 0)), \quad (2)$$

$$M(p) = \iint_{\Omega} p(\xi, \eta) d\xi d\eta - \frac{\pi}{2} l_c = 0, \quad (3)$$

$$p|_C = \frac{\partial p}{\partial n} \Big|_{C_e} = 0, \quad (4)$$

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right), \quad \mathbf{v} = (v_x, v_y), \quad \mu = \mu_0 \exp(Q_0 p), \quad G(x, y, \xi, \eta) = \frac{1}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}} - \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}.$$

Здесь Ω - область контакта; C - граница области контакта; C_e - выходная граница области контакта $C_e = C \setminus C_i$, где C_i - входная граница.

Нелинейная интегродифференциальная система уравнений (1)-(4) включает уравнение Рейнольдса (1), уравнение для определения толщины смазочной пленки между упругими телами (2), условие равенства внешней нагрузки интегралу от давления по области контакта (3) и граничные условия для давления (4). Условие равновесия (3) записано в предположении, что сила, приложенная к ролику, равна суммарной силе P на участке l_c в случае бесконечно длинного цилиндра, т.е. в размерных величинах $P = \pi r_H a_H l_c / 2$.

Решение задачи должно удовлетворять граничным условиям для давления на входной части границы области контакта C_i , которая задана, и на заранее неизвестной границе выхода C_e , $C = C_i \cup C_e$. Точное определение входной и выходной границы записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} C_i & \text{ задано, если } (\mathbf{Q} \cdot \mathbf{n})|_{C_i} < 0 \\ (\nabla p \cdot \mathbf{n})|_{C_e} & = 0, \text{ если } (\mathbf{Q} \cdot \mathbf{n})|_{C_e} \geq 0 \\ \mathbf{Q} & = \mathbf{v}h - H_0^2 h^3 \nabla p / (\mu V) \end{aligned}$$

здесь $\mathbf{Q}$ - вектор плотности потока смазочной жидкости, $\mathbf{n}$ - единичный вектор внешней нормали.

Выходная граница C_e отделяет зону смазки, где $p > 0$, от кавитационной, где полагается $p = 0$. Конфигурация и местоположение выходной границы C_e определяются в процессе решения

задачи. Граничное условие для давления $(\nabla p \cdot \mathbf{n})|_{C_e} = 0$ известно как условие Рейнольдса (кавитационное) и применяется для решения различных задач контактной гидродинамики [11]. В настоящей работе определение расположения выходной границы C_e основано на принципе дополнительности, согласно которому, если $(\mathbf{Q} \cdot \mathbf{n})_{C_e} \geq 0$, то

$$L(p; H_0) = 0, p > 0 \text{ в зоне смазки; } L(p; H_0) < 0, p = 0 \text{ в зоне кавитации} \quad (5)$$

Обоснование применимости для решения задач об УГД контакте условий дополнительности подробно изложено в [12, 13]. В [14] отмечалось, что при использовании этого подхода удовлетворяется кавитационное условие на C_e .

В системе уравнений и неравенств (1)-(5) заданными считаются входная граница C_i ; нагрузочно-скоростной параметр V ; вектор скорости $\mathbf{v}(v_x, v_y)$; параметры скругления $\varepsilon_0 = R_{x0}/R_{y0}$, $\varepsilon_1 = R_{x0}/R_{y1}$; зависимость вязкости от давления $\mu(p)$; параметры неровности A, w_x, w_y, x_d, y_d . В расчетах использовалась зависимость $\mu = \mu_0 \exp(Q_0 p)$.

Решение задачи представляется распределениями давления $p(x, y)$ и зазора $h(x, y)$, местоположением выходной границе $x_e(y)$, безразмерной толщиной смазочной пленки H_0 в центре контакта.

Если рассматривается ролик с симметрией относительно плоскости $y=0$, то расчёт целесообразно осуществлять для половины УГД контакта. В этом случае для ролика при $y \geq 0$ функция Грина $G(x, y, \xi, \eta)$ записывается с учётом влияния нагрузки, приложенной на отброшенной части ролика при $y \leq 0$, т.е. в уравнении (2) следует использовать $G(x, y, \xi, \eta) = G(x - \xi, y - \eta) + G(x - \xi, y + \eta)$ при расчёте симметричной части ролика, а в уравнении (3) вместо $\pi l_c / 2$ используется $\pi l_c / 4$.

Численный метод. В численном методе учитывалась симметрия ролика относительно плоскости $y=0$. Расчётная область в плоскости (x, y) задается в виде прямоугольника и покрывается декартовой сеткой с системой узлов $(x_i, y_j), (x_{i-1/2}, y_{j-1/2})$. Интегрируя (1) по области $\Delta\Omega_{ij}$ ячейки (i, j) внутри контура (l_{ij}) , получаем

$$L_1(p) = \int_{(l_{ij})} \left[H_0^2 \frac{h^3}{\mu} (\nabla p \cdot \mathbf{n}) - V(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})h \right] dl = 0. \quad (6)$$

В неравенствах (5) оператор $L(p; H_0)$ заменяется на $L_1(p; H_0)$. Алгоритм решения системы уравнений и неравенств, описывающих УГД контакт, основан на методе Ньютона. Уравнения (3), (4), (6), линеаризованные около решения $(p(x, y), H_0)_k$ (k - номер итерации), в общем виде записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_1(p; H_0)}{\partial p} \Big|_k \Delta p_{k+1} + \frac{\partial L_1(p; H_0)}{\partial H_0} \Big|_k \Delta H_{0,k+1} &= -L_1(p; H_0) \Big|_k \\ \frac{\partial M(p)}{\partial p} \Big|_k \Delta p_{k+1} &= -M(p) \Big|_k \\ \Delta p_{k+1} \Big|_C &= 0 \end{aligned}$$

После дифференцирования выражений для $L_1(p; H_0)$ и $M(p)$ получаем

$$\begin{aligned} \int_{(l_{ij})} \left\{ \left[H_0^2 \frac{3h^2}{\mu} \frac{\partial p}{\partial n} - V(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) \right] \left(\frac{\partial h}{\partial p} \right)_k \Delta p_{k+1} + \left(H_0^2 \frac{h^3}{\mu} \right)_k \frac{\partial \Delta p_{k+1}}{\partial n} - \right. \\ \left. - \left(H_0^2 \frac{h^3}{\mu^2} \frac{\partial \mu}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial n} \right)_k \Delta p_{k+1} + \right. \\ \left. + \left[2H_0 \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial n} - V(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) \frac{\partial h}{\partial H_0} + H_0^2 \frac{3h^2}{\mu} \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial h}{\partial H_0} \right] \Delta H_{0,k+1} \right\} dl = \\ = - \int_{(l_{ij})} \left[H_0^2 \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial n} - V(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) h \right] dl \end{aligned} \quad (7)$$

$$\iint_{\Omega_k} \Delta p_{k+1}(\xi, \eta) d\xi d\eta = \frac{\pi}{2} l_c - \iint_{\Omega_k} p_k(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (8)$$

$$\Delta p_{k+1}|_C = 0 \quad (9)$$

$$\Delta p_{k+1} = p_{k+1} - p_k, \quad \Delta H_{0,k+1} = H_{0,k+1} - H_{0,k}$$

Здесь $(\partial h / \partial H_0)_k$ - частная производная от h по H_0 , вычисляемая по соотношению (2); $(\partial \mu / \partial p)_k$ - частная производная от μ по p , вычисляемая по зависимости $\mu = \mu_0 \exp(Q_0 p)$; $(\partial h / \partial p)_k$ - линейный оператор, действующий на Δp_{k+1} , имеет вид

$$\left(\frac{\partial h}{\partial p} \right)_k \Delta p_{k+1} = \frac{1}{\pi H_{0,k}} \iint_{\Omega_k} G(x, y, \xi, \eta) \Delta p_{k+1}(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (10)$$

Система уравнений (7)-(9) с учетом аппроксимации пространственных производных является исходной для построения конечноразностной схемы, при этом система разностных уравнений на каждом итерационном шаге имеет следующую структуру:

$$\begin{pmatrix} (a_{qr})_{nn} & (b_q)_n \\ (c_r)_n & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\Delta p_r)_n \\ \Delta H_0 \end{pmatrix}_k = - \begin{pmatrix} (L_1(p_r; H_0))_n \\ M(p_r) \end{pmatrix}_k$$

где элементами матрицы Якоби порядка $(n+1)$ являются полная квадратная матрица $(a_{qr})_{nn}$ порядка n , вектор-столбец $(b_q)_n$ и вектор-строка $(c_r)_n$ ($q, r = 1, \dots, n$). Значение n равно числу узлов сетки, в которых определяется давление, и зависит от местоположения выходной границы. Интеграл в выражениях (2), (10) вычислялся по кубатурной формуле, применяемой при вычислении сингулярных интегралов [15]

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{1}{\sqrt{(x_{m-1/2} - \xi)^2 + (y_{n-1/2} - \eta)^2}} - \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} \right) p(\xi, \eta) d\xi d\eta \cong$$

$$\cong \sum_{j=1}^{NY} \sum_{i=i1(j)}^{i2(j)} \left(\frac{1}{\sqrt{(x_{m-1/2} - x_i)^2 + (y_{n-1/2} - y_j)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x_{m0-1/2} - x_i)^2 + (y_{n0-1/2} - y_j)^2}} \right) \times$$

$$\times p(x_i, y_j) (x_{i+1/2} - x_{i-1/2}) (y_{j+1/2} - y_{j-1/2})$$

здесь $i1(j)$, $i2(j)$ - целочисленные массивы, описывающие расположение соответственно входной и выходной границ ($m=1, \dots, NX+1$; $n=1, \dots, NY+1$). Массив $i2(j)$ определяется, исходя из условий дополненности (5) на каждой итерации. Узел $(m0-1/2, n0-1/2)$ соответствует началу координат. Формула вычисления сингулярного интеграла в случае расчёта симметричного ролика обобщается согласно представленной выше схеме.

Один шаг итерационного процесса состоит в решении разностных уравнений относительно $\Delta H_{0,k+1}$, $\Delta p_{k+1}(x_i, y_j)$ методом Гауссова исключения с частичным выбором ведущего элемента, вычислении $H_{0,k+1} = H_{0,k} + \omega \Delta H_{0,k+1}$, $p_{k+1} = p_k + \omega \Delta p_{k+1}$ с учетом коэффициента релаксации ω ($0,05 < \omega < 1$), вычислении $h_{k+1}(x_{i-1/2}, y_{j-1/2})$ по соотношению (2) и определении выходной границы $x_{e,k}(y_j)$. Коэффициент релаксации ω увеличивался по мере приближения к решению. Итерационный процесс продолжался до достижения требуемой относительной точности решения δ , т.е. $\max(|H_{0,k+1}/H_{0,k} - 1|, |p_{k+1}/p_k - 1|, |h_{k+1}/h_k - 1|, |x_{e,k+1}/x_{e,k} - 1|) < \delta$.

Результаты расчётов. Все расчёты проводились для симметричного относительно плоскости $y=0$ цилиндрического ролика с гладким сопряжением в торцевой зоне на сетке с числом узлов 34×84 при следующих параметрах расчёта: $V=0,1$, $Q_0=3$, $v_x=1, v_y=0$, $\varepsilon_0=0$, $\varepsilon_1=0,1$, $l_c/2=20$, $A=-0,07$ для бугорка, $A=0,07$ для лунки, $w_x=1, w_y=3$. При значении $y=l_c/2=20$ прямолинейная часть образующей цилиндрического ролика сопрягается гладким образом со скруглённой.

Расчёты для гладкого ролика показали, что с увеличением l_c значения H_0 приближаются к значению H_0 для бесконечно длинного цилиндра $H_0=0,1622$, полученного из численного решения задачи о линейном УГД контакте по методике, изложенной в [16].

Так, для гладкого ролика в случае $l_c=40$ $H_0=0,1692$. Результаты решения УГД задачи для гладкого ролика, показанные в виде распределений $p(x, y)$ и $h(x, y)$ на рис. 3, а также на рис. 4 в виде распределений $p(x)$, $h(x)$ в сечении $y=\text{const}$, где $y < l_c/2$, и $p(y)$, $h(y)$ в сечении $x=0$, отражают характерные особенности УГД смазки сосредоточенных контактов: пик давления и сужение зазора в выходной зоне, уплощение зазора в центральной области контакта.

Рис. 3. Распределения $p(x,y)$ - (a) и $h(x,y)$ - (б) в УГД контакте гладкого ролика

Рис. 4. Распределения $p(x)$, $h(x)$ - (a) и $p(y)$, $h(y)$ - (б) в УГД контакте гладкого ролика

Из этих распределений следует также, что на большей части ролика, где $y < l_c / 2$, $\partial p / \partial y \cong 0$, $\partial h / \partial y \cong 0$, а $p(x)$ и $h(x)$ фактически повторяют распределения, полученные из решения задачи о линейном УГД контакте неограниченного по длине цилиндра. На участке, где $y > l_c / 2$, весьма отчётливо (при заданном значении параметра скругления $\varepsilon_1 = 0,1$) проявляется “краевой” эффект – рост и последующее снижение давления. Обратная картина наблюдается в распределении толщины смазочной плёнки.

Рис. 5. Распределения $p(x,y)$ - (a) и $h(x,y)$ - (б) в УГД контакте ролика с неровностями во входной зоне

Рис. 6. Распределения $p(x)$, $h(x)$ в сечении $y_b = \text{const}$ с бугорком (a) и $p(x)$, $h(x)$ в сечении $y_d = \text{const}$ с лункой (б), распределения $p(y)$, $h(y)$ в сечении $x_{b,d} = \text{const}$ с бугорком и лункой во входной зоне (в)

Неровности располагались так, чтобы исключалось их взаимное влияние на распределения давления и зазора. Представленные результаты свидетельствуют о том, что распределения p и h вне области влияния неровности полностью совпадают с распределениями p и h в случае гладкого ролика. На рис.5 и рис. 6 показаны распределения p и h , когда два бугорка и одна лунка расположены во входной зоне контакта. Видно, что влияние неровностей распространяется вниз по потоку (в направлении оси x).

В случае бугорка наблюдается увеличение давления в месте его расположения. Однако вниз по потоку распределение давления приобретает форму узкой “борозды”, проложенной в распределении для гладкого ролика. Зазор в месте расположения бугорка сужается, причём вниз по потоку в центральной зоне контакта также наблюдается сужение подобное “гряде” в распределении зазора для гладкого ролика.

В месте расположения лунки наблюдается увеличение давления и зазора. Вниз по потоку давление подобно “гряде”, возвышающейся над давлением в контакте гладкого ролика, а увеличение зазора подобно “борозде” в распределении зазора в случае гладкого ролика. На рис.7 и рис. 8 показаны распределения p и h , когда два бугорка и одна лунка расположены в центральной зоне контакта.

Рис. 7. Распределения $p(x,y)$ - (а) и $h(x,y)$ - (б) в УГД контакте ролика с неровностями в центральной зоне

Рис. 8. Распределения $p(x)$, $h(x)$ в сечении $y_b=\text{const}$ с бугорком (а) и $p(x)$, $h(x)$ в сечении $y_d=\text{const}$ с лункой (б) в центральной зоне; распределения $p(y)$, $h(y)$ в сечении $x_{b,d}=\text{const}$ с бугорком и лункой (в)

Распределения, показанные на этих рисунках, значительно отличаются от распределений в случае, когда неровности располагаются во входной зоне. Видно, что влияние неровностей имеет локальный характер – все изменения в распределениях давления и зазора наблюдаются в месте расположения неровности. В месте расположения бугорка наблюдается резкое

увеличение давления. В случае лунки распределение давления в этом месте подобно глубокому “кратеру” с возвышающимися краями. Из сопоставления распределений $h(x)$ на рис. 8 следует, что в центральной зоне контакта $h(x)$ для бугорка находится в противофазе по отношению к $h(x)$ для лунки. Более наглядно характер распределений $p(x,y)$ и $h(x,y)$ в центральной зоне контакта демонстрируют следующие фрагменты, представленные на рис. 9.

Рис. 9. Фрагменты распределений $p(x,y)$ и $h(x,y)$ в центральной зоне контакта:

(a) – для бугорка; (б) – для лунки

Из соотношения $A' = (A/h_0)H_0$ следует, что поскольку $A' = \pm 0,07$, $H_0 = 0,1692$, то до начала деформирования неровности $A/h_0 = \pm 0,414$. По завершении процесса деформирования значение этой величины, как видно из рис. 8, практически вдвое меньше. Полученная оценка свидетельствует, что даже при сравнительно умеренной внешней нагрузке, наблюдается заметное смятие неровности.

На рис.10 и рис. 11 показаны распределения p и h , когда два бугорка и одна лунка расположены в выходной зоне контакта. Как и в случае расположения этих неровностей в центральной зоне контакта, особенности распределений p и h локализуются в зоне расположения неровностей.

Рис. 10. Распределения $p(x,y)$ - (a) и $h(x,y)$ - (б) в УГД контакте ролика с неровностями в выходной зоне

Рис. 11. Распределения $p(x)$, $h(x)$ в сечении $y_b = \text{const}$ с бугорком (a) и $p(x)$, $h(x)$ в сечении $y_d = \text{const}$ с лункой (б) в выходной зоне; распределения $p(y)$, $h(y)$ в сечении $x_{b,d} = \text{const}$ с бугорком и лункой (в)

Характерные особенности распределений давления и толщины смазочной плёнки (зазора) в плоскости поперечного сечения $u_b = \text{const}$ для бугорка и $u_d = \text{const}$ для лунки, показанные на представленных выше рисунках, наблюдались также в работе, посвящённой численному исследованию (в рамках плоской задачи) влияния на УГД смазку одиночных неровностей на поверхности бесконечного ролика [8].

Список литературы

1. Dowson D., Ehret P. Past, present and future studies in elastohydrodynamics // Proc. Instn. Mech. Engrs. Part J. J. Engineering Tribol. - 1999. - V. 213, N J5. - P. 317-333.
2. Natsumeda S. Application of multi-level multi-integration to contact problems. Part 1: non-Hertzian contact in rolling bearings // Proc. Instn Mech. Engrs. Part J. J. Engineering Tribol. - 1999. - V. 213, N J1. - P. 63-80.
3. J Mostofi A., Gohar R. Elastohydrodynamic lubrication of finite line contacts // Trans. ASME. J. Lubric. Technol.- 1983. - V. 105, № 4. - P. 82-88.
4. Park T.J., Kim K.W. Elastohydrodynamic lubrication of a finite line contact // Wear. - 1998. - V. 223, № 1. - P. 102-109.
5. Пановко М.Я. Упругогидродинамическая смазка цилиндрического ролика со скруглённым краем // Изв. АН. Механика твёрдого тела. - 2003. - № 2. - С. 40-48.
6. Пановко М.Я. Влияние профилирования на параметры упругогидродинамического контакта коротких роликов // Трение и износ. - 2003. - Т. 24, № 4. - С. 355-361.
7. Zhu D., Cheng H.S. Effect of surface roughness on the point contact EHL // Trans. ASME J. of Tribology. - 1988. - V. 110, № 1. - P. 32-37.
8. Goglia P.R., Contry T.F., Cusano C. The effects of surfaces irregularities on the elastohydrodynamic lubrication of sliding line contacts. Part I – single irregularities // Trans. ASME J. of Tribology. - 1984. - V. 106, № 16. - P. 104-112.
9. Zhu D., Ai X. Point contact EHL based on optically measured three-dimensional rough surfaces // Trans. ASME J. of Tribology. - 1997. - V. 119, № 3. - P. 375-384.
10. Venner C.H., Lubrecht A.A., ten Napel W.E. Numerical simulation of the overrolling of a surface feature in an EHL line contact // Trans. ASME J. of Tribology. - 1991. - V. 113, № 4. - P. 777-783.
11. Галахов М.А., Гусятников П.В., Новиков А.П. Математические модели контактной гидродинамики. - М.: Наука, 1985. - 296 с.
12. Kostreva M.M. Elasto-hydrodynamic lubrication: a nonlinear complementarity problem // Intern. J. Numer. Methods in Fluids. - 1984. - V. 4, № 4. - P. 377-397.
13. Oh K.P. The numerical solution of dynamically loaded elastohydrodynamic contact as a nonlinear complementarity problem // Trans. ASME. J. Tribol. - 1984. - V. 106, № 1. - P. 88-95.
14. Oh K.P., Li C.H., Goenka P.K. Elastohydrodynamic lubrication of piston skirts // Trans. ASME. J. Tribol. - 1984. - V. 109, № 2. - P. 356-365.
15. Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях и их применение в аэродинамике, теории упругости, электродинамике. - М.: Наука, 1985. - 253 с.
16. Айрапетов Э.Л., Кудиш И.И., Пановко М.Я. Численный метод решения задач смазки тяжело нагруженного упругогидродинамического контакта // Трение и износ. - 1992. - Т. 13, № 6. - С. 957-964.

Дата поступления: 30 ноября 2018 г.

УДК:544.773.42 + 532.542 + 66.011

ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОМПОНЕНТОВ ФОТОПОЛИМЕРИЗУЮЩЕЙСЯ КОМПОЗИЦИИ В ПЛОСКОМ ПОТОКЕ

© Виктор Борисович Федосеев

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт
металлоорганической химии им. Г.А. Разуваева Российской академии наук, ИМХ РАН,
Нижний Новгород, Россия
ybfedoseev@yandex.ru

Аннотация. Термодинамический подход использован для описания перераспределения компонентов фотополимеризующейся композиции в плоском течении, возникающем в результате контракции полимеризующейся смеси. Рассмотрено перераспределение частиц полимера в потоке Пуазейля. Показано, что концентрация частиц полимера, имеющих наибольшую плотность по сравнению с другими компонентами, повышается на границах течения. Согласно оценкам если контракция является единственной причиной возникновения течения, стратификация пренебрежимо мала для частиц полимера не превышающих нанометрового размера.

Ключевые слова: многофазные течения, фотополимеризующаяся композиция, контракция, стратификация потока, течение Пуазейля.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-43-520034-р_поволжье_а).

REDISTRIBUTION OF PHOTOPOLYMERIZABLE COMPOSITION COMPONENTS UNDER CONDITIONS OF PLANE POISEUILLE FLOW

© V.B. Fedoseev

G. A. Razuvaev Institute of Organometallic Chemistry, Russian Academy of Sciences,
Nizhnii Novgorod, Russia
ybfedoseev@yandex.ru

Abstract. The thermodynamic approach is used to describe the redistribution of the components of a photopolymerizable composition in a flat flow resulting from contraction. The redistribution of polymer particles in a Poiseuille flow is considered. It is shown that the concentration of polymer particles having the highest density as compared to other components increases at the flow boundaries. It is estimated that if the contraction is the only cause of the flow, the stratification is negligible for polymer particles not exceeding a nanometer size.

Keywords: multiphase flow, photopolymerizable composition, contraction, flow stratification, Poiseuille flow.

Acknowledgements. The research was supported by Russian Foundation for Basic Research, project no. № 18-43-520034 p_povolzh'e_a.

Стратификация многофазных течений наблюдается в системах разных масштабов, от коллоидных до геологических. В работах [1–3] предложен термодинамический подход к описанию перераспределения компонентов в гидродинамических потоках. Основой этого подхода является использование условия инвариантности химических потенциалов компонентов, которое соответствует критерию термодинамического равновесия в условиях внешних полей разной природы.[4,5]. Применение этого критерия для многокомпонентных систем с химическими и фазовыми превращениями в условиях центробежного поля реализовано в [6–8]. Тот же критерий применим для гидростатического поля [1–3]. В общем виде показано, что в плоском ламинарном течении может происходить перераспределение компонентов, дисперсных частиц и тел по ширине потока [2]. Характер распределения по ширине потока определяется физико химическими свойствами компонентов (плотность, объём) и характеристиками потока (ширина течения, эпюра скоростей).

В настоящей работе термодинамический подход использован для описания процессов стратификации течения фотополимеризующейся композиции (ФПК) между плоскими стенками. Возникновение гидродинамических потоков в полимеризующейся среде или на её границах является результатом контракции (усадки) полимеризующейся смеси и способно привести к дополнительному перераспределению компонентов ФПК. Массоперенос, вызванный гидродинамическими факторами может конкурировать либо дополнить диффузионное перераспределение компонентов ФПК, описанное в модельных расчетах [9]. Это может стать дополнительной причиной неоднородности структуры и состава образующегося полимера в процессах самоформирования пористых структур при создании 3D-объектов состоящих из монолитных и пористых областей методами оптической стереолитографии.

Задачей моделирования был ответ на вопрос: может ли в подобных условиях возникать сегрегации компонентов, существенная для влияния на структуру образующегося полимера. Использована модель [2], описывающая поперечную миграцию компонентов разной плотности и размера в плоском ламинарном потоке между двумя неподвижными стенками (течении Пуазейля). Оценка перераспределения компонентов выполнена для частиц полимера или макромолекул с разной степенью полимеризации в смеси олигомера с неполимеризующимися добавками.

Рассматриваемая система образована слоем ФПК между двумя стеклянными поверхностями (рис. 1), через одну из которых осуществляется экспонирование [9,10]. В процессе полимеризации на первых стадиях (до образования полимерной сетки) ФПК представлена тремя основными компонентами: олигомер, неполимеризующаяся низкомолекулярный компонент или растворитель (НК), макромолекулы или частицы полимера. Скорость фотополимеризации определяется интенсивностью источника излучения. При полимеризации в слое между жесткими стенками возникает поток, связанный с контракцией, который направлен от края к центру полимеризующейся системы. Контракция вызвана изменением плотности смеси, связанной с более высокой плотностью образующегося полимера.

Рис.1. Схема течений, возникающих при полимеризации ФПК.

Равновесному состоянию многокомпонентной системы в стационарном ламинарном потоке соответствует условие инвариантности механохимического потенциала (суммы химического и механического потенциалов) компонентов

$$\Pi_k = RT \ln x_k(H) + \frac{\rho_k V_k v_k^2(H)}{2} + p(H) V_k = \text{const} \quad (1)$$

где x_k , ρ_k , V_k – мольная доля, плотность, мольный объем и скорость компонента k , R – газовая постоянная, T – температура, $v_k(H)$ – локальная скорость движения компонентов может отличаться от скорости течения $v(H)$ при седиментации частиц под действием других внешних полей. Гидростатическое давление $p(H)$ можно выразить из (1) для компонента $k = 0$, образующего дисперсионную среду, как

$$\Delta p(H, H_0) = p(H) - p(H_0) = -\frac{RT}{V_0} \ln \frac{x_0(H)}{x_0(H_0)} - \frac{\rho_0}{2} \Delta v^2(H, H_0),$$

$$\Delta v_b^2(H, H_0) = v_b^2(H) - v_b^2(H_0), \quad \Delta v^2(H, H_0) = v^2(H) - v^2(H_0).$$

здесь уровень H_0 может быть выбран произвольно или привязан к максимуму концентрации дисперсных частиц. Необходимость его введения связана с описанием очень узких распределений частиц макроскопического размера [1,2].

Для прочих компонентов условие инвариантности позволяет выразить их концентрацию в потоке как

$$x_k(H, H_0) = x_k(H_0) \exp \left\{ -\frac{\rho_k V_k \Delta v_k^2(H, H_0)}{2RT} \left[1 - \frac{\rho_0}{\rho_k L_H} \int_{z-\frac{1}{2}L_H}^{z+\frac{1}{2}L_H} \frac{\Delta v^2(q, h_0)}{\Delta v_k^2(H, H_0)} dq \right] \right\}$$

здесь L_H – линейный размер частиц компонента

Это уравнение позволяет воспроизвести распределение дисперсной фазы для разных вариантов многофазных течений, наблюдаемых на практике [2,11]. Здесь оно рассматривается в более простом варианте.

При рассмотрении разбавленной суспензии мольную долю низкомолекулярного компонента (олигомера или НК), образующего дисперсионную среду, можно считать равной $x_0 \cong 1$. В этом случае давление в потоке соответствует уравнению Бернулли. Мольную долю можно

заменить числом частиц n_k . При отсутствии седиментации скорости всех компонентов и потока совпадают $v_k(H) = v(H)$. Наконец, для частиц полимера, имеющих наибольшую плотность среди других компонентов, можно принять $H_0 = 0$. Эти приближения несколько упрощают распределение

$$n_k(H) = n_k(0) \exp \left\{ -\frac{\rho_k V_k v^2(H)}{2kT} \left[1 - \frac{\rho_0}{\rho_k L_H} \int_{z-\frac{1}{2}L_H}^{z+\frac{1}{2}L_H} \frac{v^2(q)}{v^2(H)} dq \right] \right\}, \quad (2)$$

здесь для дисперсных частиц в качестве V_k использован объём одной частицы, поэтому газовая постоянная заменена постоянной Больцмана k . Форма частиц при расчете принималась кубической $L_H = V_k^{1/3}$.

Оценки распределения частиц полимера выполнены на основе уравнения (2) в приближении разбавленной ($x_0 \cong 1$) свободнодисперсной (частицы не взаимодействуют) системы.

При оценке полагали, что плотность олигомера (МДФ-2) равна 1.213 г/мл, полимера – 1.3 г/мл, что соответствует контракции равной ~7.5%, плотность НК (метанол) – 0.79 г/мл. Средняя скорость потока, возникающего в слое ФПК толщиной 1 мм в экспериментах, схема которых показана на рис. 1, достигала величин ~2 – 3 мм/мин.

Характерный вид распределения частиц полимера в олигомере или НК показан на рис.2.

Рис. 2. Распределение частиц полимера в плоском двухфазном потоке Пуазейля.

В общем случае подобное распределение возникает для дисперсных фаз с высокой плотностью в низкомолекулярной дисперсионной среде.

Согласно оценкам при контракции возникает сегрегация макромолекулярных компонентов или частиц полимера. Концентрация частиц полимера, имеющих более высокую плотность, повышается около стенок. Низкомолекулярные компоненты (олигомер МДФ-2 или НК) вытесняются полимером в центральную часть, однако изменение их концентрации в приближении разбавленной дисперсной системы пренебрежимо мало. При описанных условиях отклонение содержания частиц полимера диаметром до 10 нм в центральной части и у стенок не превышает $\sim 10^{-5}$ об.%. Эта величина незначительна, хотя каждая такая частица полимера вытесняет ~930 или ~13500 молекул олигомера или НК соответственно. Учитывая, что модель описывает равновесное состояние, можно предполагать, что за время

экспонирования ($\sim 2\div 30$ мин), полной стратификации ФПК скорее всего, не происходит. Таким образом, при моделировании процессов формирования структуры полимера можно ограничиться рассмотрением реакционно-диффузионных процессов [9] и контракцией можно пренебречь.

Стратификация возрастает при увеличении размера частиц полимера. Согласно результатам моделирования, существенное (до $\sim 1\text{--}10$ об.%) отклонение концентрации полимера в центральной части слоя и у стенок может возникнуть для частиц полимера, имеющих субмикронные и микронные размеры. Такие размеры могут достигаться либо для макромолекул с высокой степенью полимеризации, либо при агрегации коротких макромолекул в отдельную фазу на начальных стадиях расслаивания раствора полимера или гелеобразования. В этом случае размер частиц становится сопоставим с шириной потока, и приближение разбавленной свобододисперсной системы становится грубым.

Более интересные результаты моделирования даёт для случая, когда течение ФПК вызвано внешними причинами. Увеличению стратификации может способствовать рост скорости течения (проточная система, например, экструзия или волочение), уменьшение плотности НК, увеличение слоя ФПК. При использовании растворителей или НК, плотность которых превышает плотность образующегося полимера, характер распределения может принципиально измениться. В этом случае концентрация частиц полимера будет выше в центральной или средней части течения. Подобные примеры приведены в работе [2].

Для более высокой концентрации дисперсий может быть важным то, что использованная модель использует эпюры скоростей течения Пуазейля однокомпонентной ньютоновской жидкости, вязкость которой не зависит от состава. Если вязкость зависит от состава и размера частиц, это приближение может занижить разность концентраций. Изменение концентрации коллоидных частиц или рост длины макромолекул меняет вязкость раствора.

Зависимость от концентрации описывается уравнением Эйнштейна $\eta = \eta_0(1 + k\phi)$ где η и η_0 – вязкость коллоидной системы и чистой дисперсионной среды соответственно; ϕ – объёмная доля частиц дисперсной фазы; k – коэффициент, характеризующий форму частиц (для сферических частиц $k = 2,5$). Зависимость от длины макромолекул описывается выражением

Марка – Куна – Хаувинка для характеристической вязкости $[\eta] = KM^\alpha$, где K и α – постоянные, характерные для данной системы, M – молекулярный вес [12]. Согласно этим соотношениям стратификация ФПК способна существенно изменить вязкость пристеночного слоя и, как следствие, эпюры скорости.

Исходя из этого, следует ожидать, что при равных средних скоростях в стратифицированном потоке скорость в центральном слое выше, чем в течении Пуазейля однокомпонентной ньютоновской жидкости, что способствует дополнительному увеличению стратификации. Перераспределение частиц может стать причиной потери устойчивости ламинарного течения [13], в результате которой может возникнуть дополнительная неоднородность структуры полученного материала.

Другой аспект связан с тем, что ФПК является многокомпонентной системой, поэтому распределение компонентов, имеющих промежуточную между полимером и НК плотность, может иметь более сложный вид. Опыт моделирования распределений в центробежном поле показывает, что максимум концентрации компонентов с промежуточной плотностью может локализоваться на разном удалении от стенок и центра потока [6].

Для многокомпонентной ФПК максимумы концентрации олигомера, НК и полимера могут находиться в разных частях потока. Одним из предсказуемых следствий такого перераспределения будет разная по сечению потока скорость фотополимеризации.

Понижение скорости произойдёт в той части потока, где выше концентрация НК, в области с максимумом концентрации олигомера скорость возрастёт, в области с высокой концентрацией полимерных частиц можно ожидать дополнительного увеличения вязкости за счет процессов гелеобразования.

Согласно результатам моделирования для условий эксперимента в работе [9] стратификация слоя ФПК, являющаяся следствием контракции мала и вряд ли заметно повлияет на точность воспроизведения структур, формируемых путём фотополимеризации.

Стратификация может оказаться существенной и представляет интерес при полимеризации в проточных системах с разными формами сечения и скоростью потока полимеризующейся композиции. В этом случае на основе приведённого описания можно моделировать режимы течения и составы полимеризующейся композиции, позволяющие управлять формирующейся структурой, в частности, создавать градиентные материалы.

Список литературы

1. Федосеев В.Б. Поведение тела, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, в плоском потоке Куэтта и Пуазейля // Журнал технической физики. - 2015. - Т. 85, № 4. - С. 13–19.
2. Федосеев В.Б. Стратификация двухфазной монодисперсной системы в плоском ламинарном потоке // Журнал экспериментальной и теоретической физики. - 2016. - Т. 149, № 5. - С. 1057–1067.
3. Федосеев В.Б. Перераспределение вещества под действием внешних полей и стационарная модель маятника Челомея // Нелинейный мир. - 2010. - Vol. 8, № 4. - Р. 243–247.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 5, Статистическая физика. 2-е изд. - М.: Наука, 1976. - 584 с.
5. Гиббс Д.В. Термодинамические работы. 1950.
6. Абакумов Г.А., Федосеев В.Б. Фазовые переходы и химическое равновесие в центробежных полях. Гравитационная химия // Российский химический журнал. - 1998. - Т. 42, № 3. - С. 36–46.
7. Абакумов Г.А., Федосеев В.Б. Равновесие жидкость-пар в центробежном поле. Бинарные системы в сосудах с общей газовой фазой // Журнал физической химии. - 2004. - Т. 78, № 3. - С. 563–570.
8. Абакумов Г.А., Федосеев В.Б. Влияние центробежного поля на термодинамические функции и кинетику химических процессов в жидкой фазе // Журнал физической химии. - 2004. - Т. 78, № 4. - С. 609–614.
9. Baten'kin M.A. et al. Experimental determination of microphase separation conversion during photopolymerization of cross-linking monomers to control the evolution of optical inhomogeneities in the volume of the forming polymer // J. Polym. Res. - 2017. - Vol. 24, № 11. - Р. 185.
10. Chesnokov S.A. et al. Preparation of new dioxygen-active triphenylantimony(V) catecholate-containing porous polymer // Appl. Organomet. Chem. - 2017. - Vol. 31, № 2. - Р. 3553.
11. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. В 2-х ч. - М.: Наука, 1987. - 464 с., - 360 с.
12. Цветков В. Н., Эскин В.Е., Френкель С.Я. Структура макромолекул в растворах. - М.: Наука, 1964. - 720 с.

13. Боронин С.А. Исследование устойчивости течения суспензии в плоском канале с учетом конечной объемной доли частиц // Известия РАН. Механика жидкости и газа. - 2008. - № 6. - С. 40–53.

Дата поступления: 8 декабря 2018 г.

УДК 62-52,534.1

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ЦЕПНОЙ ЧЕТЫРЕХМАССНОЙ ВИБРОУДАРНОЙ СИСТЕМЫ С САМОСИНХРОНИЗИРУЮЩИМИСЯ ВИБРОВОЗБУДИТЕЛЯМИ

© Александр Евгеньевич Шохин, Андрей Николаевич Никифоров

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

shohinsn@mail.ru

Аннотация. В работе рассмотрена модель динамики вибрационной щековой дробилки в виде четырех-массной виброударной системы, колебания которой возбуждаются с помощью самосинхронизирующихся инерционных вибровозбудителей, установленных на рабочих органах. Обрабатываемая среда моделируется в виде подвижного твердого тела с вязкоупругими контактными элементами, посредством которых происходит ее контактное взаимодействие с рабочими органами. Проанализированы виброударные режимы движения модели в зависимости от частоты вращения вибровозбудителей. Показано, что возникновение асимметрии контактных свойств обрабатываемой среды может приводить к нарушению требуемой противофазной синхронизации вращения дебалансов.

Ключевые слова: инерционный вибровозбудитель, самосинхронизация, цепная система, виброударная система.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект №18-08-01491_а.

MODELLING OSCILLATIONS OF A FOUR-MASS VIBRO-IMPACT SYSTEM WITH SELF-SYNCHRONIZING VIBRATION EXCITERS

© A.E. Shokhin, A.N. Nikiforov

Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

shohinsn@mail.ru

Abstract. A model of a vibratory jaw crusher in the form of four-mass vibro-impact system, which oscillations are excited by self-synchronizing inertial vibration exciters installed on the working bodies is considered. The processed medium is modeled as a moving rigid body with viscoelastic contact elements, by means of which it interacts with the working bodies. Vibro-impact modes of the model's motion are analyzed depending on the rotational frequency of vibration exciters. It is shown that the occurrence of asymmetry of the contact properties of the treated medium can lead to the violation of the required antiphase synchronization of the debalances rotation.

Keywords: inertial vibration exciter, self-synchronization, chain-type system, vibro-impact system.

Acknowledgements. The reported study was funded by RFBR according to the research project № 18-08-01491_а.

Введение. Для нормальной работы вибрационных щековых дробилок с двумя подвижными щеками, колебания которых возбуждаются самосинхронизирующимися инерционными вибровозбудителями, необходимо обеспечить их синхронные колебания во встречном направлении. Тип синхронизации колебаний щек и вращения вибровозбудителей в такой системе обеспечивается за счет эффекта самосинхронизации, и определяется соотношением между механическими параметрами системы, характеристиками обрабатываемой среды, параметрами электропривода вибровозбудителей, и частотой их вращения [1-3]. При исследовании динамики таких дробилок особую сложность представляет учет взаимодействия щек с обрабатываемым материалом. При разработке математических моделей силовое взаимодействие обычно учитывается в виде сил эквивалентного вязкого трения [1,3,4]. При этом не учитываются масса обрабатываемой среды, её упругие характеристики, а также виброударный характер ее взаимодействия с щеками дробилки. С целью выявления возможного влияния свойств обрабатываемой среды на синхронизацию вращения дебалансов и колебаний щек дробилки в настоящей работе на основе модели четырех-массной виброударной системы проводится анализ динамики щековой дробилки с двумя подвижными щеками, совершающими прямолинейные колебания, возбуждаемые дебалансными вибровозбудителями, установленными на щеках.

Математическая модель. Расчетная схема модели дробилки представлена на рис. 1. Модель состоит из жесткой рамы, моделируемой твердым телом массой m_1 , и двух подвижных щек – рабочих органов, моделируемых твердыми телами массой m_2 и m_4 соответственно. Рама упруго закреплена относительно неподвижного основания с помощью линейного вязкоупругого элемента с коэффициентами жесткости c_{01} и вязкости b_{01} . Левый и правый рабочие органы упруго закреплены относительно рамы с помощью линейных пружин жесткостью c_{12} и c_{14} соответственно. Обрабатываемая среда моделируется твердым телом массы m_3 с установленными слева и справа линейными вязкоупругими ограничителями, с коэффициентами жесткости и вязкости соответственно c_{23} и b_{23} для левого ограничителя, и c_{34} и b_{34} для правого, посредством которых происходит ее контактное взаимодействие с рабочими органами. Кроме того, твердое тело m_3 связано с неподвижным основанием линейным вязкоупругим элементом с коэффициентами жесткости и вязкости соответственно c_{30} и b_{30} , который обеспечивает ее возврат в исходное положение только при отсутствии контакта с рабочими органами. Таким образом, моделируется приток новой необработанной части среды через неподвижное загрузочное окно дробилки в рабочее пространство между щеками. Каждое твердое тело имеет одну степень свободы, соответствующую поступательному перемещению вдоль горизонтальной оси Ox . В исходном состоянии рабочие органы могут быть установлены с зазором (натягом) относительно контактных элементов тела m_3 , задаваемого величинами δ_{23} и δ_{34} соответственно для левого и правого рабочего органа.

Колебания механической системы возбуждаются с помощью двух дебалансных вибровозбудителей с массой дисбаланса m_{ej} и эксцентриситетом r_j ($j=1,2$ – номер вибровозбудителя), жестко закрепленных на рабочих органах. Вращение каждого из дебалансов обеспечивается асинхронным электродвигателем, с приведенным к валу дебаланса моментом инерции J_j . Крутящий момент L_j каждого из двигателей описывается его статической характеристикой [5]. Трение в опорах валов дебалансов учитывается в виде моментов R_j сил сухого трения (на рис. 1 не показаны).

Перемещения тел m_i ($i=1,2,4$) описываются координатами x_j их центров масс, отсчитываемых от их положения равновесия. Положения дисбалансов описываются углами поворота φ_j ($j=1,2$), отсчитываемыми от отрицательного направления оси Ox .

Рис. 1. Расчетная схема.

Уравнения движения системы в безразмерной форме имеют вид:

$$\begin{cases} \mu_1 \ddot{y}_1 + 2\eta \beta_{01} \dot{y}_1 + (1 + \zeta_{14} + \zeta_{01}) y_1 - y_2 - \zeta_{14} y_4 = 0 \\ \ddot{y}_2 - y_1 + y_2 + F_{23} = \ddot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_1^2 \cos \varphi_1 \\ \mu_3 \ddot{y}_3 - F_{23} + F_{34} + F_{30} = 0 \\ \mu_4 \ddot{y}_4 - \zeta_{14} y_1 + \zeta_{14} y_4 - F_{34} = \ddot{\varphi}_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2 \\ \ddot{\varphi}_1 = d_1 ((\tilde{L}_1 - \tilde{R}_1) L_1^* + \ddot{y}_2 \sin \varphi_1) \\ \ddot{\varphi}_2 = d_2 ((\tilde{L}_2 - \tilde{R}_2) L_2^* + \ddot{y}_4 \sin \varphi_2) \end{cases} \quad (1)$$

где

$$F_{23} = \begin{cases} \zeta_{23}(y_2 - y_3 - \tilde{\delta}_{23}) + 2\eta(\dot{y}_2 - \dot{y}_3), & \text{при } y_2 - y_3 - \tilde{\delta}_{23} > 0 \text{ и } \dot{y}_2 - \dot{y}_3 > 0 \\ \zeta_{23}(y_2 - y_3 - \tilde{\delta}_{23}), & \text{при } y_2 - y_3 - \tilde{\delta}_{23} > 0 \text{ и } \dot{y}_2 - \dot{y}_3 \leq 0 \\ 0, & \text{при } y_2 - y_3 - \tilde{\delta}_{23} \leq 0 \end{cases},$$

$$F_{34} = \begin{cases} \zeta_{34}(y_3 - y_4 - \tilde{\delta}_{34}) + 2\eta \beta_{34}(\dot{y}_3 - \dot{y}_4), & \text{при } y_3 - y_4 - \tilde{\delta}_{34} > 0 \text{ и } \dot{y}_3 - \dot{y}_4 > 0 \\ \zeta_{34}(y_3 - y_4 - \tilde{\delta}_{34}), & \text{при } y_3 - y_4 - \tilde{\delta}_{34} > 0 \text{ и } \dot{y}_3 - \dot{y}_4 \leq 0 \\ 0, & \text{при } y_3 - y_4 - \tilde{\delta}_{34} \leq 0 \end{cases},$$

$$F_{30} = \begin{cases} \zeta_{30} y_3 + 2\eta \beta_{30} \dot{y}_3, & \text{при } y_2 - y_3 - \tilde{\delta}_{23} \leq 0 \text{ и } y_3 - y_4 - \tilde{\delta}_{34} \leq 0 \\ 2\eta \beta_{30} \dot{y}_3, & \text{при } y_2 - y_3 - \tilde{\delta}_{23} > 0 \text{ или/и } y_3 - y_4 - \tilde{\delta}_{34} > 0 \end{cases},$$

$\mu_n = m_n / (m_2 + m_{e1})$ ($n = 1, 3$), $\mu_4 = (m_4 + m_{e2}) / (m_2 + m_{e1})$, $\zeta_{01} = c_{01} / c_{12}$, $\zeta_{23} = c_{23} / c_{12}$, $\zeta_{34} = c_{34} / c_{12}$, $\zeta_{14} = c_{14} / c_{12}$, $\zeta_{30} = c_{30} / c_{12}$, $2\eta = \frac{b_{23}}{m_2 + m_{e1}} T_*$, $\beta_{34} = b_{34} / b_{23}$, $\beta_{30} = b_{30} / b_{23}$, $y_i = x_i / X_*$ -

безразмерные координаты, $X_* = \frac{m_{e1} r_1}{c_{12} T_*^2}$, $\tilde{\delta}_{23} = \delta_{23} / X_*$, $\tilde{\delta}_{34} = \delta_{34} / X_*$, $T_* = \sqrt{\frac{m_2 + m_{e1}}{c_{12}}}$ - масштаб

времени, $d_j = \frac{m_{ej} r_j X_*}{(J_j + m_{ej} r_j^2)}$, $L_j^* = \frac{T_*^2}{m_{ej} r_j X_*}$, $\tilde{L}_j = 2M_{cj} / (s_{cj} / s_j - s_j / s_{cj})$, M_{cj} и s_{cj} соответственно критические крутящий момент и скольжение электродвигателя, $s_{cj} = (\omega_{0j} - \dot{\varphi}_j) / \omega_{0j}$, ω_{0j} -

синхронная скорость вращения электродвигателя, $\tilde{R}_j = f_j \dot{\varphi}_j^2 \text{sign}(\dot{\varphi}_j)$, f_j – коэффициент сухого трения, точками обозначено дифференцирование по безразмерному времени $\tau = t/T_*$. Представленная система уравнений позволяет провести анализ виброударных режимов движения дробилки с учетом возможной асимметрии сил контактного взаимодействия обрабатываемой среды с ее щеками.

Анализ результатов моделирования. Моделирование колебаний системы выполнялось численно в Matlab с использованием стандартных функций численного интегрирования систем дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты с установленной дополнительной опцией решателя, которая обеспечивала точное определение моментов начала и окончания контакта рабочих органов с обрабатываемой средой. При исследовании частотных характеристик системы задавалась безразмерная синхронная частота ω_0 вращения электродвигателей, что соответствует заданию частоты питающего их напряжения, которая медленно изменялась в диапазоне значений $1 \leq \omega_0 \leq 5$. При этом в рассматриваемом диапазоне частот максимальный крутящий момент двигателя считался неизменным. Расчеты проводились при следующих значениях параметров системы: $\mu_1 = 5$, $\mu_3 = 0.05$, $\mu_4 = 1$, $\eta = 0.3$, $\zeta_{01} = 0.1$, $\zeta_{14} = 1$, $\zeta_{30} = 1$, $\beta_{01} = 0.01$, $\beta_{34} = 1$, $\beta_{30} = 0.1$, $\delta_{23} = 1$, $\delta_{34} = 0$, $M_{c1} = M_{c2} = 1$, $s_{c1} = s_{c2} = 0.8$, $f_1 = f_2 = 0.01$, $d_1 = d_2 = 0.011$, $L_1^* = L_2^* = 180.45$.

На рис. 2 представлены графики изменения взаимного сдвига фаз вращения левого и правого дебалансов $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ в зависимости от синхронной частоты вращения электродвигателей (дебалансов) ω_0 , при различных значениях жесткости левого и правого контактных элементов обрабатываемой среды. Значениям $\Delta\varphi = 180^\circ$ соответствует синхронно-противофазный режим вращения дебалансов, возбуждающий встречные (противофазные) колебания рабочих органов, при $\Delta\varphi = 0^\circ$ дебалансы вращаются синхронно в фазе. Из графиков видно, что при $\zeta_{23} = \zeta_{34} = 100$ (кривая 1) имеются две выраженные области частот $1.3 < \omega_0 < 2.2$ и $3.5 < \omega_0 \leq 5$ с синхронно-противофазным типом синхронизации вращения дебалансов. Уменьшение жесткости одновременно левого и правого контактных элементов до $\zeta_{23} = \zeta_{34} = 10$ (кривая 2) приводит к сужению левой области частот устойчивой противофазной синхронизации дебалансов, и исчезновению правой области частот. При несимметричном уменьшении жесткости контактных элементов (кривая 3) наблюдается изменение областей частот с устойчивой синхронизацией вблизи $\Delta\varphi = 180^\circ$, а так же появление областей частот с устойчивой синхронизацией вблизи $\Delta\varphi = 90^\circ$ и $\Delta\varphi = 63^\circ$. Анализ осциллограмм колебаний рабочих органов показывает, что в областях частот с устойчивым типом синхронизации вблизи значений $\Delta\varphi$ существенно отличных от 180° наблюдаются преимущественно синфазные колебания рабочих органов.

На рис. 3 представлены графики изменения скорости вращения левого и правого двигателей в зависимости от ω_0 при $\zeta_{23} = \zeta_{34} = 100$. В увеличенном масштабе показаны скорости вращения дебалансов в области частот, выделенной пунктирным прямоугольником, соответствующей виброударному режиму движения системы с противофазными колебаниями рабочих органов. Видно, что в областях устойчивой противофазной синхронизации вращения дебалансов, вследствие периодических ударов рабочих органов с обрабатываемой средой, возникает существенная неравномерность скорости вращения дебалансов.

Рис. 2. Взаимный сдвиг фаз вращения левого и правого $\Delta\varphi$ в зависимости от синхронной частоты вращения электродвигателей ω_0 : 1 – при $\zeta_{23} = \zeta_{34} = 100$, 2 – при $\zeta_{23} = \zeta_{34} = 10$, 3 – при $\zeta_{23} = 10$ и $\zeta_{34} = 100$.

С увеличением частоты эта неравномерность возрастает, вследствие увеличения амплитуд колебаний, и соответственно интенсивности ударов. В областях с малой неравномерностью скоростей вращения дебалансов отличие их средних скоростей от синхронной частоты вращения электродвигателей обусловлено наличием момента сил трения в опорах дебалансов, который увеличивается с увеличением частоты их вращения.

Рис. 3. Скорости вращения дебалансов в зависимости от частоты ω_0 : 1 – левого дебаланса, 2 – правого дебаланса.

Закключение. Представленная модель щековой дробилки с прямолинейным движением рабочих органов позволяет выполнить анализ ударных и безударных режимов ее движения с

учетом возможной асимметрии сил взаимодействия обрабатываемой среды с рабочими органами. Показано, что в областях устойчивой противофазной синхронизации вращения дебалансов устанавливается периодический виброударный режим движения с противофазными колебаниями рабочих органов, вызывающий существенную неравномерность скорости вращения дебалансов. Установлено, что уменьшение контактной жесткости обрабатываемой среды хотя бы с одним из рабочих органов дробилки приводит к сужению области частот устойчивых синхронных противофазных вращений дебалансов.

Список литературы

1. Вибрации в технике: Справочник в 6-ти томах. Т.4. Вибрационные процессы и машины / Под. ред. Е.Е. Лавенделиса. - М.: Машиностроение, 1981.
2. Блехман И.И. Вибрационная механика. - М.:Физматлит, 1994.
3. Вайсберг Л. А., Зарогатский Л. П., Туркин В. Я. Вибрационные дробилки. Основы расчета, проектирования и технологического применения. - СПб.: Изд-во ВСЕГЕИ, 2004.
4. Шишкин Е.В., Сафронов А.Н. Динамика вибрационной щековой дробилки с учетом влияния технологической нагрузки // Обогащение руд. - 2016. - № 6 (366). - С. 39-43.
5. Astashev V.K., Babitsky V.I., Kolovsky M.Z. Dynamics and Control of Machines. - Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2000.

Дата поступления: 11 декабря 2018 г.