$$\left. \begin{aligned} a &= x - \frac{x'^2 + y'^2}{x'y'' - x''y'} y', \\ b &= y + \frac{x'^2 + y'^2}{x'y'' - x''y'} x', \\ r &= \frac{(x'^2 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}{x'y'' - x''y'}; \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

В этом случае правые части этих соотношений будут функциями параметра t . Если хотим найти такое значение t , для которого радиус соприкасающейся окружности будет наибольшим или наименьшим, то мы должны приравнять нулю производную $\frac{dr}{dt}$. Нетрудно проверить, что это последнее условие будет тождественно с условием (15); вот почему иногда говорят, что соприкасающаяся окружность имеет с кривой соприкосновение 3-го порядка в тех точках, где радиус соприкасающейся окружности имеет наибольшее или наименьшее значение. Если кривая дается своим уравнением вида $y=y(x)$, (1) то для точки с абсциссой x координаты центра и радиус соприкасающейся окружности определяется по формулам $a = x - \frac{1+y'^2}{y''} y'$, $b = y + \frac{1+y'^2}{y''}$, $r = \frac{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}{y''}$. (13) Радиус соприкасающейся окружности обращается в бесконечность, если при параметрическом изображении кривой в исследуемой точке выполняется условие $x'y'' - x''y' = 0$, или при задании ее уравнением (11) $y'' = 0$, т.е. в точках перегиба, в этом случае соприкасающаяся окружность обращается в соприкасающуюся прямую (т.е. в прямую, имеющую с кривой соприкосновение 2-го порядка). x

1. Энциклопедия электронной математики. Том 1, арифметика, М.2007 г.
2. Бюшгенс С.С. Дифференциальная геометрия – М.:Наука, 2008 г.
3. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия – М.:Наука, 2009 г.

Гацаева Р.С.-А.

Характеристика интегральных пространств Блоха в терминах разности высшего порядка

ФГБОУ ВО «Чеченский государственный университет имени А.А. Кадырова»
(Россия, Грозный)

doi: 10.18411/trnio-01-2022-62

Аннотация

В статье доказывается теорема о функции $f \in \alpha_{\rho,1}$, $1 \leq \rho < \infty$, необходимое и достаточное условие.

Ключевые слова: свертка, оператор, несобственный интеграл, функция, интегродифференциальный оператор.

Abstract

The article proves a theorem on the function $f \in \alpha_{\rho,1}$, $1 \leq \rho < \infty$, a necessary and sufficient condition.

Keywords: convolution, operator, improper integral, function, integro-differential operator.

Любая функция $f(z)$ аналитическая в единичном круге V представима в виде свертки

$$f(z) = \int f(\zeta) I(\bar{\zeta}) d(\zeta), \text{ где } I(z) = \frac{1}{\pi(1-z)^2} \text{ (ядро Коши),}$$

а интеграл понимается как несобственный.

Ядро Каши используем для образования разностей высшего порядка.

Для этого положит сначала, что

$$I_r(z) = I(\tau z), \tau \in V,$$

и определим разность первого порядка как оператор

$$J_r = I - I_r,$$

а оператор, обратный J_r обозначим J_r^{-1} .

Соответствующие m -кратные свертки приведенных операторов обозначим символами

$$J_r^m \text{ и } J_r^{-m}.$$

Разность m -го порядка аналитической в круге V функции $f(z)$ определяем как свертку $(f \circ J_r^m)$

Свойства разности m -го порядка тесно связаны с свойствами указанных взаимно обратных операторов терминах интегродифференциальных операторов дробного порядка, которые выражаются в их двойных оценках соотношения

$$\frac{1-\tau}{1-|\tau|}, \tau \in V \text{ (стремлениями переменной } \tau \text{ к граничным точкам по некасательным путям).}$$

Но независимо от пути стремления τ к граничным точкам имеет место отношения

$$C|1 - \tau|^{m\beta} \leq \| (D_{\beta,0}^{-1} J_\tau)^m \|_{1,1} \leq C|1 - \tau|^{m\beta}, 0 < \beta \leq 1 \quad (1)$$

А при выполнении условия,

что $\frac{1-\tau}{1-|\tau|} < \delta, \tau \in V$, справедливо отношение

$$\frac{C}{1-|\tau|^{m+\alpha}} \| D_{m+\alpha,0} J_\tau^{-m} \|_{1(11)} 1(1,1) \leq \frac{1}{(1-|\tau|)^{m+\alpha}} \quad (2)$$

Для любого $\alpha > 0$ и m натурального.

В этих неравенствах, естественно, что сопутствующие абсолютные константы зависят от параметров m, α и $\delta > 1$.

В дальнейшем для сокращения записей полагаем, что по определению

$$f_{[\alpha]}(z) = D_{\alpha,0}^{-1} f(z),$$

где функция $f(z)$ аналогична в круге V , а оператор J_τ записываем в виде

$J(\tau, \cdot)$, где под точкой подразумеваем действие, относительно которой производится указанная по смыслу изложения операция.

Аналогично, согласно обозначению $f^{[\alpha]} = D_{\alpha,0} f$

Теорема 1. Для того, чтобы функция $f \in \alpha_{p,1}, 1 \leq p < \infty$, необходимо и достаточно, чтобы для любого числа $0 \leq \rho < 1$ и m натурального выполнялось условие

$$\| (f_0 J_{[\alpha]}^m(e^{it}, \cdot)) \|_{p,1} = O(|t|^{m\alpha}), |t| \rightarrow 0 \quad (3)$$

Доказательство. Ограничимся доказательством необходимого условия.

Пусть функция $f \in \alpha_{p,1}$, а число $m = 1$. Так как рассматриваемые нами нормы в классах Блоха эквивалентны.

$$\| f \circ J_{[\alpha]}(e^{it}) \|_{p,1} \leq C(d, p)$$

$$\| f^\alpha J_{[1]} e^{it}, \cdot \|_{p,1}^\alpha \| f^\alpha J e^{it}, \cdot \|_{p,1}^{1-\alpha}$$

где $C(\alpha, p)$ -абсолютная константа, зависящая только от параметров α, p .

А теперь, пользуясь неравенством Юнга, относительно первой нормы в правой части последнего неравенства, а также соотношением (1), и, раскрывая вторую норму этой части, получаем, что

$$\| f \circ J_{[\alpha]}(e^{it}) \|_{p,1} \leq C_1(\alpha, p) \| f \|_{p,1}^\alpha \| J_{[1]}(e^{it}) \cdot \|_{1,1}^\alpha \| f(\cdot) - f(e^{it}) \|_{p,1}^{1-\alpha} \leq$$

$$C_2(\alpha, p) \|f\|_{p,1}^\alpha \|f(\cdot) - f(e^{it} \cdot)\|_{p,1}^{1-\alpha} |1 - e^{it}|^\alpha$$

$$|1 - e^{it}| \leq |t|$$

Для достаточно малых t , а величина

$$\|f(\cdot) - f(e^{it} \cdot)\|_{p,1} \rightarrow 0, t \rightarrow 0.$$

Поэтому в рассматриваемом случае, когда $m = 1$, условие (3) выполняется.

Общий случай для m натурального доказывается методом индукции.

Обратное утверждение можно доказывать, пользуясь, например, отношением [2].

$$C\omega(1-rf)_{H_p} \|f(re^{i\varphi}) - f(re^{i\psi})\|_{H_p} \leq C\omega(1-r, f)_{H_p}$$

$0 < r < 1$, где функция $f \in H_p$ (пространства Хорди),

$f(e^{i\varphi})$ -граничная функция, $\omega(1-rf)_{H_p}$, является соответствующим модулем непрерывности.

Теорема доказана.

1. Стороженко Э.А. Об одной теореме Хорди-Литтлвуда // Мат. сб. 1982. Т.119(161). С.564-584.
2. Забуленис А. О дифференциальном операторе в пространствах аналитических функций. Liet. matem. rink., 1984. Т. 24(1).

Полякова И.С.

Ограничения в математике при делении на ноль. Отрицательные основания логарифмов и показательных выражений

*Кубанский государственный технологический университет
(Россия, Краснодар)*

doi: 10.18411/trnio-01-2022-63

Аннотация

В статье изучена возможность делить на ноль на множестве так называемых совокупных чисел, а также возможность вычисления логарифмов и показательных выражений по отрицательному основанию. Можно определить, что $\frac{a}{0} = a_s$, поставив в соответствие каждому числу из R число из S . Также можно вычислять показательные выражения и логарифмы при отрицательном основании, оставив ограничение положительности только для функций.

Ключевые слова: деление, ноль, ограничение, логарифм, показательное выражение, совокупные числа, вещественные числа.

Abstract

The article examines the possibility of dividing by zero on a set of so-called aggregate numbers, as well as the possibility of calculating logarithms and indicative expressions at a negative basis. It can be determined that $\frac{a}{0} = a_s$ by matching each number from R with a number from S . It is also possible to calculate indicative expressions and logarithms at a negative base, leaving the positive constraint only for functions.

Keywords: division, zero, constraint, logarithm, indicative expression, aggregate numbers, real numbers.