Загорский В.А., Деста А.Б.

Сравнение результатов использования метода малых отклонений и уточненного метода малых отклонений при исследовании процесса сжатия воздуха в компрессоре авиационного ГТД

*Самарский национальный исследовательский университет имени академика
С.П. Королёва
(Россия, Самара)*

doi: 10.18411/sr-10-12-2019-03

idsp: sciencerussia-10-12-2019-03

Аннотация

В статье выполнена сравнительная оценка результатов использования метода малых отклонений и уточненного метода малых отклонений для исследования процесса сжатия воздуха в компрессоре авиационного ГТД. Показано, что метод малых отклонений позволяет учитывать разнонаправленное влияние различных факторов на эксплуатационные характеристики авиационного ГТД в процессе диагностики его технического состояния.

Ключевые слова: компрессор авиационного гтд, сжатия воздуха, методом малых отклонений

Abstract

The article provides a comparative evaluation of the results of using the small deviation method and the refined small deviation method to study the process of air compression in an aircraft gas turbine compressor. It is shown that the method of small deviations allows considering the multidirectional effect of various factors on the operational characteristics of an aircraft gas turbine engine in the process of diagnosing its technical condition.

Keywords: compressor of aviation gas turbine engine, air compression, the method of small deviations

При выборе параметров рабочего процесса авиационного ГТД в процессе его проектирования и доводки, а также при оценке изменений характеристик авиационного двигателя и его элементов в процессе эксплуатации удобно использовать метод малых отклонений. Известно, что метод малых отклонений основан на линеаризации исходных уравнений рабочего процесса авиационного ГТД [1]. На практике часто возникает вопрос о допустимых пределах использования метода малых отклонений с точки зрения возникающих при его использовании погрешностей. Исследования авторов показывают, что погрешность метода малых отклонений может быть существенно снижена при помощи его уточнения. Существенное повышение точности метода малых отклонений может быть получено путем замены первого полного дифференциала исследуемой функции на его среднее значение. Рассмотрим результаты такого уточнения на примере компрессора авиационного ГТД.

Удельную работу процесса сжатия воздуха в компрессоре ГТД можно определить из соотношения:

$$L_k = k/(k-1) \cdot L_k = k/(k-1) \cdot R_B \cdot T_B^* \cdot (\pi^* k^{(k-1)/k} - 1) / \eta_k,$$

где $k=1,4$ – показатель адиабатического процесса сжатия; $R_B = 287 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; – газовая постоянная воздуха; T_B^* – температура заторможенного потока воздуха на входе в компрессор, К; π_k^* – степень повышения полного давления воздуха в компрессоре; η_k^* – адиабатический КПД компрессора в параметрах заторможенного потока.

Подставим значения $k = 1,4$ и $R_B = 287 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ в уравнение работы сжатия:

$$L_k = 1004,5 \cdot T_B^* \cdot (\pi_k^{*0,286} - 1) / \eta_k^*$$

Данное выражение является степенной функцией вида $y = k \cdot x^n + l \cdot y^n + m \cdot z^n$.
 Работа сжатия является функцией трех переменных:

- температуры заторможенного потока воздуха на входе в компрессор T_B^* в первой степени;
- степени повышения полного давления воздуха в компрессоре π_k^* в степени 0,286;
- адиабатического КПД компрессора в параметрах заторможенного потока η_k^* в минус первой степени.

Определим, как изменяется приращение функции при изменении приращения ее аргументов, т.е. как влияет на работу компрессора:

- изменение температуры заторможенного потока воздуха на его входе T_B^* ;
- изменение степени повышения полного давления воздуха в компрессоре π_k^* ;
- изменение адиабатического КПД компрессора в параметрах заторможенного потока η_k^* .

Такие изменения постоянно происходят в процессе эксплуатации ГТД из-за изменения температуры наружного воздуха, ухудшения характеристик входного устройства, повышения шероховатости и эрозии лопаток, при возникновении царапин, забоин и вмятин на лопатках и их отгибов, при неправильной работе системы автоматического регулирования двигателя и по целому ряду иных причин. Поэтому важно уметь быстро и точно установить в эксплуатации диапазоны отклонений параметров компрессора от его номинальных значений и выяснить возможные причины этих отклонений.

В соответствии с методом малых отклонений изменение (приращение) функции Δy заменим ее полным дифференциалом dy .

$$\Delta y \approx dy$$

В данном случае полный дифференциал функции будет равен сумме ее дифференциалов по каждой переменной (суммой первых частных производных функции по каждой переменной, умноженных на приращения каждого из аргументов):

$$dy \approx f'(x) \cdot \Delta x + f'(z) \cdot \Delta z + f'(r) \cdot \Delta r$$

В случае процесса сжатия воздуха в компрессоре изменение его работы можно определить из выражения:

$$\Delta L_k \approx dL_k \approx dL_k / dT_B^* \cdot \Delta T_B^* + dL_k / d\pi_k^* \cdot \Delta \pi_k^* + dL_k / d\eta_k^* \cdot \Delta \eta_k^*$$

Для удобства расчетов составим таблицу, в которую выпишем все необходимые величины и соотношения для их определения (таблица 1).

Таблица 1.

Определяемые в расчете величины и соотношения для анализа процесса сжатия воздуха в компрессоре ГТД

Наименование величины	Соотношения для определения величин
Расчетное значение функции L_{k_0} при	$L_{k_0} = 1004,5 \cdot T_{B_0}^* (\pi_{k_0}^{*0,286} - 1) / \eta_{k_0}^*$

начальных значениях аргументов $T_B^* = T_{B_0}^*; \pi_k^* = \pi_{k_0}^*;$ $\eta_k^* = \eta_{k_0}^*$	
Первая частная производная функции L_K в точке $[T_{B_0}^*; \pi_{k_0}^*; \eta_{k_0}^*]$	$\delta L_k / \delta T_{B_0}^* = 1004,5 \cdot (\pi_{k_0}^{*0,286} - 1) / \eta_{k_0}^*$ $\delta L_k / \delta \pi_{k_0}^* = 1004,5 \cdot 0,286 \cdot T_{B_0}^* \cdot \pi_{k_0}^{*-0,714} / \eta_{k_0}^*$ $\delta L_k / \delta \eta_{k_0}^* = -1004,5 \cdot T_{B_0}^* \cdot (\pi_{k_0}^{*0,286} - 1) / \eta_{k_0}^{*2}$
Дифференциал функции L_{k_0} в точке $[T_{B_0}^*; \pi_{k_0}^*; \eta_{k_0}^*]$	$dL_{k_0} = \delta L_k / \delta T_{B_0}^* \cdot a \cdot T_{B_0}^* + \delta L_k / \delta \pi_{k_0}^* \cdot b \cdot \pi_{k_0}^* +$ $+ \delta L_k / \delta \eta_{k_0}^* \cdot c \cdot \eta_{k_0}^*$
Приращение аргументов	$\Delta T_B^* = a \cdot T_{B_0}^*; \Delta \pi_k^* = b \cdot \pi_{k_0}^*; \Delta \eta_k^* = c \cdot \eta_{k_0}^*$
Расчетное значение функции L_k после приращения аргументов в точке $[T_{B_0}^* + \Delta T_B^*; \pi_{k_0}^* + \Delta \pi_k^*; \eta_{k_0}^* + \Delta \eta_k^*]$	$L_k = 1004,5 \cdot T_{B_0}^* \cdot (1 + a) \cdot [\pi_{k_0}^{*0,286} \cdot (1 + b)^{0,286} - 1] / [\eta_{k_0}^* \cdot (1 + c)]$
Расчетное приращение функции L_k в точке $[T_{B_0}^* + \Delta T_B^*; \pi_{k_0}^* + \Delta \pi_k^*; \eta_{k_0}^* + \Delta \eta_k^*]$	$\Delta L_k = L_k - L_{k_0}$
Первые частные производные функции L_K в точке $[T_{B_0}^* + \Delta T_B^*; \pi_{k_0}^* + \Delta \pi_k^*; \eta_{k_0}^* + \Delta \eta_k^*]$ по всем переменным	$\delta L_k / \delta T_{B_0 + \Delta T}^* = 1004,5 \cdot (1 + a) \cdot (\pi_{k_0}^{*0,286} \cdot (1 + b)^{0,286} - 1) / [\eta_{k_0}^* \cdot (1 + c)]$ $\delta L_k / \delta \pi_{k_0 + \Delta \pi}^* = 1004,5 \cdot 0,286 \cdot T_{B_0}^* \cdot (1 + a) \cdot \pi_{k_0}^{*-0,714} \cdot (1 + b)^{0,286} / [\eta_{k_0}^* \cdot (1 + c)]$ $\delta L_k / \delta \eta_{k_0 + \Delta \eta}^* = -1004,5 \cdot T_{B_0}^* \cdot (1 + a) \cdot (\pi_{k_0}^{*0,286} \cdot (1 + b)^{0,286} - 1) / [\eta_{k_0}^{*2} \cdot (1 + c)]$
Дифференциал функции L_k в точке $[T_{B_0}^* + \Delta T_B^*; \pi_{k_0}^* + \Delta \pi_k^*; \eta_{k_0}^* + \Delta \eta_k^*]$	$dL_k = \delta L_k / \delta T_{B_0 + \Delta T}^* \cdot a \cdot T_{B_0}^* + \delta L_k / \delta \pi_{k_0 + \Delta \pi}^* \cdot b \cdot \pi_{k_0}^* + \delta L_k / \delta \eta_{k_0 + \Delta \eta}^* \cdot c \cdot \eta_{k_0}^*$
Средний дифференциал на интервале изменения функции L_k	$dL_{k_{cp}} = 0,5 \cdot (dL_{k_0} + dL_k)$
Абсолютная погрешность в определении приращения функции L_k по методу малых отклонений	$DdL_{k_0} = \Delta L_k + dL_{k_0}$
Наименование величины	Соотношения для определения величин

Абсолютная погрешность в определении приращения функции L_k по уточненному методу малых отклонений	$DdL_{k_{cp}} = \Delta L_k - dL_{k_{cp}}$
Относительная погрешность приращения функции L_k по методу малых отклонений	$DdL_{k_0} = DdL_{k_0} / L_{k_0}$
Относительная погрешность приращения функции L_k по уточненному методу малых отклонений	$DdL_{k_{cp}} = DdL_{k_{cp}} / L_{k_0}$

Рассмотрим изменение работы сжатия многоступенчатого осевого компрессора ТРДД ПС-90А. В качестве начальных значений примем $T_{B_0}^* = 288k$; $\pi_{k_0}^* = 35$; $\eta_{k_0}^* = 0,92$. Расчеты выполним для двух случаев:

Случай 1. Температура воздуха на входе в компрессор возросла на 10% относительно начального значения $T_{B_0}^*$. Система автоматического регулирования поддерживает приведенные обороты турбокомпрессора неизменными и выполняется условие $\pi_k^* = \pi_{k_0}^* = cons = 35$, КПД процесса сжатия также при этом не изменяется $\eta_k^* = \eta_{k_0}^* = cons = 0,92$.

Случай 2. Температура воздуха на входе в компрессор возросла на 10% относительно начального значения $T_{B_0}^*$. Система автоматического регулирования не поддерживает приведенные обороты турбокомпрессора неизменными. Произошло снижение π_k^* на 10% относительно начального значения $\pi_{k_0}^*$. Из-за износа лопаток или загрязнения проточной части КПД процесса сжатия η_k^* снизился на 5% относительно начального значения.

Случай 1. Определим изменение удельной работы сжатия компрессора ТРДД при условиях, что:

- коэффициент изменения температуры воздуха на входе в компрессор составил: $a = 0,1$
- коэффициент изменения степени повышения полного давления воздуха в компрессоре составил: $b = 0$;
- коэффициент изменения КПД процесса сжатия составил: $c = 0$.

При начальных значениях $T_{B_0}^* = 288k$; $\pi_{k_0}^* = 35$; $\eta_{k_0}^* = 0,92$ удельная работа сжатия компрессора составит:

$$L_{k_0} = 1004,5 \cdot T_{B_0}^* \cdot (\pi_{k_0}^{*0,286} - 1) / \eta_{k_0}^* = 554824,57 \text{ Дж/кг}$$

По условию данного случая изменение работы сжатия будет зависеть только от изменения температуры воздуха на входе в компрессор $T_{B_0}^*$. При прочих неизменных условиях это ведет к возрастанию работы сжатия прямо пропорционально увеличению

температуры T_B^* , т.к. полный дифференциал функции L_k будет равен ее дифференциалу по T_B^* . Изменение удельной работы сжатия компрессора будет равно ее дифференциалу по T_B^* :

$$\Delta L_k = \delta L_k / \delta T_{B_0}^* \cdot a \cdot T_{B_0}^* = 1004,5 \cdot a \cdot T_{B_0}^* \cdot (\pi_{k_0}^{*0,286} - 1) / \eta_{k_0}^* = a \cdot L_{k_0} = 55482,46 \text{ Дж/кг}$$

Относительная и абсолютная погрешности метода малых отклонений будет равна 0, поскольку в данном случае функция L_k линейно зависит от переменной $T_{B_0}^*$.

Удельная работа сжатия компрессора при увеличении температуры воздуха $T_{B_0}^*$ на его входе на 10% составит:

$$L_{k_0} = L_k + \Delta L_k = L_{k_0} + a \cdot L_{k_0} = (1 + a) \cdot L_{k_0} = 560373,03 \text{ Дж/кг}$$

Случай 2. Определим изменение работы сжатия компрессора ТРДД и погрешности метода малых отклонений при условиях, что:

- коэффициент изменения температуры воздуха на входе в компрессор составил: $a = 0,1$
- коэффициент изменения степени повышения полного давления воздуха в компрессоре составил: $b = -0,1$;
- коэффициент изменения КПД процесса сжатия составил: $c = -0,05$.

Результаты расчетов для удобства сведем в таблицу 2.

Таблица 2.

Расчет характеристик компрессора ТРДД для случая 2 $a = 0,1; b = -0,1; c = -0,05$

Наименование величины	Результаты расчетов
Расчетное значение функции L_{k_0} при начальных значениях аргументов $T_B^* = T_{B_0}^*; \pi_k^* = \pi_{k_0}^*; \eta_k^* = \eta_{k_0}^*$	$L_{k_0} = 1004,5 \cdot T_{B_0}^* \cdot (\pi_{k_0}^{*0,286} - 1) / \eta_{k_0}^* = 554824,57 \text{ Дж/кг}$
Первая частная производная функции L_k в точке $[T_{B_0}^*; \pi_{k_0}^*; \eta_{k_0}^*]$	$\delta L_k / \delta T_{B_0}^* = 1004,5 \cdot (\pi_{k_0}^{*0,286} - 1) / \eta_{k_0}^{*2} = 1926,47 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}$ $\delta L_k / \delta \pi_{k_0}^* = 1004,5 \cdot 0,286 \cdot T_{B_0}^* \cdot \pi_{k_0}^{*-0,714} / \eta_{k_0}^* = 7103,23 \text{ Дж/кг}$ $\delta L_k / \delta \eta_{k_0}^* = -1004,5 \cdot T_{B_0}^* \cdot (\pi_{k_0}^{*0,286} - 1) / \eta_{k_0}^{*2} = -633070,19 \text{ Дж/кг}$
Приращение аргументов	$\Delta T_B^* = 0,1 \cdot T_{B_0}^* = 28,8 \text{ К};$ $\Delta \pi_k^* = 0,1 \cdot \pi_{k_0}^* = 3,5; \Delta \eta_k^* = 0,05 \cdot \eta_{k_0}^* = 0,046$
Дифференциал функции L_{k_0} в точке $[T_{B_0}^*; \pi_{k_0}^*; \eta_{k_0}^*]$	$dL_{k_0} = \delta L_k / \delta T_{B_0}^* \cdot 28,8 + \delta L_k / \delta \pi_{k_0}^* \cdot 3,5 + \delta L_k / \delta \eta_{k_0}^* \cdot 0,046 =$ $= 55482,46 + 24861,31 - 27741,23 = 52602,54 \text{ Дж/кг}$
Расчетное значение функции L_k после приращения аргументов в точке $[T_{B_0}^* + \Delta T_B^*; \pi_{k_0}^* + \Delta \pi_k^*; \eta_{k_0}^* + \Delta \eta_k^*]$	$L_k = 1004,5 + T_{B_0}^* \cdot (1,1) \cdot [\pi_{k_0}^{*0,286} \cdot (0,90)^{0,286} - 1] / [\eta_{k_0}^* \cdot 0,95] =$ $= 612554,61 \text{ Дж/кг}$

Значение функции L_k после приращения аргументов в точке $[T_{B_0}^* + \Delta T_B^*; \pi_{k_0}^* + \Delta \pi_k^*; \eta_{k_0}^* + \Delta \eta_k^*]$ по методу малых отклонений	$L_k = L_{k_0} = dL_{k_0} = 554824,57 + 52602,54 = 607427,11 \text{ Дж/кг}$
Расчетное приращение функции L_k в точке $[T_{B_0}^* + \Delta T_B^*; \pi_{k_0}^* + \Delta \pi_k^*; \eta_{k_0}^* + \Delta \eta_k^*]$	$\Delta L_{k_0} = L_k - L_{k_0} = 57730,04 \text{ Дж/кг}$
Абсолютная погрешность в определении приращения функции L_k по методу малых отклонений	$DdL_{k_0} = \Delta L_{k_0} - dL_{k_0} = 5127,5 \text{ Дж/кг}$
Относительная погрешность определения приращения функции L_k по методу малых отклонений	$DdL_{k_0} = DdL_{k_0} / L_{k_0} = 0,92\%$
Первые частные производные функции L_k в точке $[T_{B_0}^* + \Delta T_B^*; \pi_{k_0}^* + \Delta \pi_k^*; \eta_{k_0}^* + \Delta \eta_k^*]$ по всем переменным	$\delta L_k / \delta T_{B_0+\Delta T}^* = 1004,5 \cdot (1,1) \cdot (\pi_{k_0}^{*0,286} \cdot (0,9)^{0,286} - 1) / [\eta_{k_0}^* \cdot (0,95)] =$ $= 2126,93 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)};$ $\delta L_k / \delta \pi_{k_0+\Delta \pi}^* = 1004,5 \cdot 0,286 \cdot T_{B_0}^* \cdot (1,1) \cdot (\pi_{k_0}^{*-0,714} \cdot (0,9)^{0,286} - 1) / [\eta_{k_0}^* \cdot (0,95)] =$ $= 7980,68 \text{ Дж/кг};$ $\delta L_k / \delta \eta_{k_0+\Delta \eta}^* = -1004,5 \cdot T_{B_0}^* \cdot (1,1) \cdot (\pi_{k_0}^{*0,286} \cdot (0,9)^{0,286} - 1) / [\eta_{k_0}^{*2} \cdot (0,95)] =$ $= -665820,23 \text{ Дж/кг};$
Дифференциал функции L_k в точке $[T_{B_0}^* + \Delta T_B^*; \pi_{k_0}^* + \Delta \pi_k^*; \eta_{k_0}^* + \Delta \eta_k^*]$	$dL_k = \delta L_k / \delta T_{B_0+\Delta T}^* \cdot a \cdot T_{B_0}^* + \delta L_k / \delta \pi_{k_0+\Delta \pi}^* \cdot b \cdot \pi_{k_0}^* + \delta L_k / \delta \eta_{k_0+\Delta \eta}^* \cdot c \cdot \eta_{k_0}^* =$ $= 61255,58 + 27932,38 - 30627,73 = 58560,23 \text{ Дж/кг}$
Средний дифференциал на интервале изменения функции L_k	$dL_{k_{cp}} = 0,5(dL_{k_0} + dL_k) = 55581,39 \text{ Дж/кг}$
Абсолютная погрешность в определении приращения функции L_k по уточненному методу малых отклонений	$DdL_{k_{cp}} = \Delta dL_k - dL_{k_{cp}} = 2148,65 \text{ Дж/кг}$
Относительная погрешность приращения функции L_k по уточненному методу малых отклонений	$DdL_{k_{cp}} = DdL_{k_{cp}} / L_{k_0} = 0,39\%$

Результаты расчетов показывают, что во втором случае также, как и в первом произошло увеличение удельной работы сжатия воздуха в компрессоре. При этом разнонаправленное изменение аргументов функции L_k по-разному влияло на величину работы сжатия. Повышение температуры воздуха на входе в компрессор T_k^* привело к увеличению удельной работы сжатия L_k . Снижение степени повышения полного давления воздуха в компрессоре π_k^* привело к уменьшению удельной работы сжатия

L_k . Снижение КПД процесса сжатия привело к увеличению удельной работы сжатия L_k .

Метод малых отклонений позволяет наглядно определять вклад изменения каждой переменной в результирующее изменение функции. Для этого необходимо проанализировать величины дифференциалов функции по каждой переменной. В данном случае сравнение величин дифференциалов функции L_k показывает, что на изменение удельной работы сжатия наибольшее влияние оказывает изменение температуры воздуха на входе в компрессор. Следующим по степени влияния на работу сжатия фактором является изменение КПД процесса сжатия. Изменение степени повышения полного давления воздуха в компрессоре влияет на работу сжатия несколько меньше, чем КПД процесса сжатия.

Анализ погрешностей метода малых отклонений в случае изменения всех трех переменных показывает, что функция L_k линейно зависит от температуры на входе в компрессор и КПД процесса сжатия, следовательно, изменения этих величин не ведут к увеличению погрешностей метода малых отклонений. Функция L_k нелинейно зависит от изменения π_k^* и поэтому при отклонении этой величины от начального значения в расчетах по методу малых отклонений возникают погрешности.

По результатам анализа процесса сжатия воздуха в компрессоре ГТД методом малых отклонений можно сделать следующие выводы:

1. Величина удельной работа сжатия воздуха в компрессоре зависит от трех переменных величин – от температуры воздуха на входе в компрессор, от степени повышения полного давления воздуха в компрессоре и от КПД процесса сжатия. Наибольшее влияние на работу сжатия оказывает температура воздуха на входе в компрессор. Для уменьшения ее влияния следует поддерживать приведенную частоту вращения роторов компрессора.
2. При уменьшении КПД процесса сжатия работа сжатия возрастает, а при уменьшении степени повышения полного давления воздуха в компрессоре работа сжатия уменьшается. Для учета разнонаправленного влияния этих факторов на эксплуатационные характеристики ГТД в процессе диагностики его технического состояния удобно применять метод малых отклонений, позволяющий определить влияние каждой переменной на изменение работы сжатия компрессора.
3. К недостатку метода малых отклонений следует отнести его погрешности в случае нелинейности исследуемой функции. Уточнение метода малых отклонений может быть выполнено путем замены дифференциала функции удельной работы сжатия L_k в начальной точке на средний дифференциал на интервале изменения функции L_k . В рассматриваемом случае такое уточнение позволило снизить погрешности метода малых отклонений в 2,36 раза.

1. Черкез А.Я. Инженерные расчеты газотурбинных двигателей методом малых отклонений: издание третье, переработанное и дополненное. – М.: Машиностроение, 1975. – 380 с.
2. В.Л. Химич, В. И. Барышников, Ю.П. Чернигин, Расчет характеристик газотурбинных, двигателей в условиях загрязненного воздуха, методом малых отклонений//: учеб. Пособие, – 2-е изд., перераб. – Нижний Новгород, 2013. –80 с
3. А.М. Антонова, А.В. Воробьев, А.С. Матвеев, А.С. Орлов, Использование метода малых отклонений для анализа эффективности тринарных парогазовых установок, Известия Томского политехнического университета. Теплоэнергетика. - 2013. - Т. 323. № 4. – С.47-51.