РАЗДЕЛ XII. МАТЕМАТИКА

Поленов В.С., Ницак Д.А.

Математическое моделирование акустической эмиссии в насыщенных жидкостью двухкомпонентных средах*ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора
Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»**(Россия, Воронеж)*

doi: 10.18411/sr-10-10-2018-33

idsp: 000001:sr-10-10-2018-33

Аннотация

Взаимопроникающее движение упругой компоненты и жидкости будем рассматривать как движение жидкости в деформируемой пористой среде.

Акустическая эмиссия (АЭ) в двухкомпонентных пористых средах возникает в результате быстрых структурных изменений в некоторых областях упругой компоненты (при пластическом сдвиге, изменении атомной структуры, появлении микротрещин и т. п.). Такие области в пористой среде будем называть очагами эмиссии (ОЭ).

Построению математической модели акустической эмиссии, а также выявлению информативности формы отдельных сигналов АЭ в пористых средах посвящена данная статья.

Ключевые слова: акустическая эмиссия, пористость, среда, волна, очаг эмиссии, упругость, жидкость.

На основе теории разрывов исследуется акустическая эмиссия внасыщенной жидкостью двухкомпонентных пористых средах.

Будем предполагать, что размеры пор малы по сравнению с расстоянием, на котором существенно изменяются кинематические и динамические характеристики движения. Это позволяет считать, что обе среды сплошными и в каждой точке пространства будет два вектора смещения: вектор смещения упругой компоненты (скелета пористой среды) и вектор смещения жидкости.

1. Постановка задачи

На базе основных уравнений теории упругости для двухкомпонентных пористых сред, насыщенных жидкостью, при помощи теории разрывов, следует получить формулы для определения продольных и поперечных волн акустической эмиссии, а также определить уровень амплитуды акустических волн, возбуждаемые спонтанной деформацией в очагах эмиссии.

Наличие очагов эмиссии (ОЭ) в сплошной упругой компоненте пористой среды порождает смещения элементов среды $U_i^{(1)}(\vec{r}, t)$, которые можно разделить на спонтанные $U_i^{(1)(s)}$ и упругие $U_i^{(1)(e)}$ [1-3], $\vec{r} = (x_1, x_2, x_3)$.

$$U_i^{(1)} = U_i^{(1)(s)} + U_i^{(1)(e)} \quad (1)$$

Основной характеристикой структурного превращения среды в ОЭ являются спонтанные перемещения $U_i^{(1)(s)}$ или тензор спонтанной дисторсии, записанный в виде

$$u_{ik}^{(1)(s)}(r, t) = \frac{\partial U_i^{(1)(s)}(r, t)}{\partial x_k} \quad (2)$$

Из (1) $U_i^{(1)(e)} = U_i^{(1)} - U_i^{(1)(s)}$ и подставим в упругую дисторсию

$$u_{ik}^{(1)(e)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i^{(1)(e)}}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k^{(1)(e)}}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i^{(1)}}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k^{(1)}}{\partial x_i} \right) - u_{ik}^{(1)(s)} \quad (3)$$

Для пластической деформации упругой компоненты пористой среды, тензор спонтанной деформации (дисторсии) $u_{ik}^{(1)(s)}$ равен тензору пластической деформации $e_{ik}^{(1)p}$ т. е. $u_{ik}^{(1)(s)} = e_{ik}^{(1)p}$. В этом случае тензор скорости спонтанной дисторсии $\varepsilon_{ij}^{(1)(s)} = \frac{\partial u_{ij}^{(1)(s)}}{\partial t}$ равен тензору скорости пластической деформации $\varepsilon_{ik}^{(1)p}$. Тогда тензор скорости спонтанной дисторсии упругой компоненты связан с тензором напряжений S_{ij} зависимостью [4]

$$\varepsilon_{ij}^{(1)(s)} = \frac{\psi S_{ij}}{1 + \eta_1 \psi}, \quad S_{ij} = T_{ij} - \frac{1}{3} T_{kk} \delta_{ij}, \quad \frac{\partial u_{ij}^{(1)(s)}}{\partial t} = \varepsilon_{ij}^{(1)(s)} \quad (4)$$

и соотношениями вида

$$(S_{ij} - \eta_1 \varepsilon_{ij}^{(1)(s)})(S_{ij} - \eta_1 \varepsilon_{ij}^{(1)(s)}) = 2k^2 \quad (5)$$

где ψ – некоторая положительная функция, η_1 – коэффициент вязкости, k – предел текучести упругой компоненты.

Из соотношений (4) и (5) исключим S_{ij} , будем иметь

$$\varepsilon_{ij}^{(1)(s)} = \frac{\partial u_{ij}^{(1)(s)}}{\partial t} = \sqrt{2k} \psi \quad (6)$$

Для двухкомпонентной пористой среды тензор упругих дисторсий и жидкости связан с тензором напряжений обобщенным законом Гука [5-8]:

- полный тензор напряжений в скелете при наличии жидкости в порах

$$\begin{aligned} T_{ij} &= \lambda u_{kk}^{(1)(e)} \delta_{ij} + 2\mu u_{ij}^{(1)(e)} + Q u_{kk}^{(2)} \delta_{ij} = \\ &= \lambda \frac{\partial U_k^{(1)}}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial U_i^{(1)}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j^{(1)}}{\partial x_i} \right) + Q \frac{\partial U_k^{(2)}}{\partial x_k} \delta_{ij} - 2\mu u_{ij}^{(1)(s)} \end{aligned} \quad (7)$$

и силой, действующей на жидкость, отнесенной к единице площади поперечного сечения пористой среды

$$N = Q u_{kk}^{(1)} + R u_{kk}^{(2)} = Q \frac{\partial U_k^{(1)}}{\partial x_k} + R \frac{\partial U_k^{(2)}}{\partial x_k} \quad (8)$$

где T_{ij} – напряжения на поверхности $\sum(t)$ пористой среды, N – сила, действующая на жидкость, отнесенная к единице площади поперечного сечения пористой среды, $u_{ij}^{(1)(s)}$ спонтанные деформации в очаге эмиссии, λ, μ – коэффициенты Ламе, Q, R – коэффициенты, характеризующие сжимаемость жидкости, δ_{ij} – символ Кронекера.

По повторяющимся индексам здесь и в дальнейшем проводится суммирование от 1 до 3.

Под волной скачка напряжений и силы, действующую на жидкость, в двухкомпонентной пористой среде понимается изолированная поверхность $\sum(t)$,

распространяющуюся в среде, на которой перемещения компонент и спонтанные дисторсии непрерывны, а напряжения, сила, действующая на жидкость, скорости перемещений компонент, производная спонтанной дисторсии и их производные претерпевают разрыв. Физико - механические характеристики пористой среды и их градиенты непрерывны, плотности компонент среды могут претерпевать разрыв.

На волновой поверхности $\sum(t)$ должны выполняться динамические соотношения [9]

$$[T_{ij}]v_j = -\rho_{11}c\left[\frac{\partial U_i^{(1)}}{\partial t}\right] - \rho_{12}c\left[\frac{\partial U_i^{(2)}}{\partial t}\right], \quad [N]v_i = -\rho_{12}c\left[\frac{\partial U_i^{(1)}}{\partial t}\right] - \rho_{22}c\left[\frac{\partial U_i^{(2)}}{\partial t}\right] \quad (9)$$

Здесь v_i – компоненты единичной нормали к поверхности $\sum(t)$, направленной в невозмущенную часть пористой среды, c – нормальная скорость движения поверхности $\sum(t)$. Скобки [...] обозначают разность значений величин на двух сторонах поверхности разрыва, ρ_{11}, ρ_{22} – эффективные плотности твердой компоненты и жидкости соответственно; ρ_{12} – коэффициент динамической связи скелета и жидкости.

Из условия совместности первого порядка [9] следует, что на волновой поверхности должны выполняться соотношения вида:

$$\left[\frac{\partial U_i^{(1)}}{\partial x_j}\right] = -\frac{[V_i^{(1)}]}{c}v_j, \quad \left[\frac{\partial U_i^{(2)}}{\partial x_j}\right] = -\frac{[V_i^{(2)}]}{c}v_j, \quad \left[\frac{\partial U_i^{(1)}}{\partial t}\right] = [V_i^{(1)}], \quad \left[\frac{\partial U_i^{(2)}}{\partial t}\right] = [V_i^{(2)}] \quad (10)$$

Из равенств (7)-(8), записанных в разрывах, динамических соотношений (9), условий совместности первого порядка (10), получим систему уравнений

$$(\lambda + \mu)[V_k^{(1)}]v_i v_k + \mu[V_i^{(1)}] + Q[V_k^{(2)}]v_i v_k = \rho_{11}c^2[V_i^{(1)}] + \rho_{12}c^2[V_i^{(2)}] \quad (11)$$

$$Q[V_k^{(1)}]v_i v_k + R[V_k^{(2)}]v_i v_k = \rho_{12}c^2[V_i^{(1)}] + \rho_{22}c^2[V_i^{(2)}], \quad [u_{ij}^{(1)(s)}] = 0$$

где $[V_i^{(\alpha)}]$ ($\alpha = 1, 2$) – величины, характеризующие скачки первых производных скоростей спонтанных перемещений компонент.

2. Продольные и поперечные волны акустической эмиссии

Предположим, что $[V_i^{(\alpha)}]v_i = S_\alpha \neq 0$, ($\alpha = 1, 2$) на поверхности $\sum(t)$, умножим (11) на v_i и просуммируем по повторяющемуся индексу i . В результате получим

$$(\Lambda - \rho_{11}c_p^2)S_1 + (Q - \rho_{12}c_p^2)S_2 = 0, \quad (Q - \rho_{12}c_p^2)S_1 + (R - \rho_{22}c_p^2)S_2 = 0, \quad \Lambda = \lambda + 2\mu \quad (12)$$

где c_p – скорость продольной акустической волны.

Соотношения (12) представляют однородную систему линейных алгебраических уравнений относительно S_1 и S_2 .

Чтобы система (12) имела ненулевое решение, ее определитель, составленный из коэффициентов при неизвестных, должен быть равен нулю

$$\begin{vmatrix} \Lambda - \rho_{11}c_p^2 & Q - \rho_{12}c_p^2 \\ Q - \rho_{12}c_p^2 & R - \rho_{22}c_p^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (13)$$

Раскрывая определитель второго порядка, получим уравнение относительно скорости c_p волновой поверхности

$$ac_p^4 - bc_p^2 + d = 0 \quad (14)$$

$$a = \rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2, \quad \Lambda = \lambda + 2\mu, \quad b = \rho_{11}R + \rho_{22}\Lambda - 2\rho_{12}Q, \quad d = \Lambda R - Q^2$$

Решение биквадратного уравнения имеет вид

$$c_p^2 = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ad}}{2a} \quad (15)$$

Отсюда следует, что в двухкомпонентной пористой среде распространяется две продольные акустические волны первого и второго типов, квадрат скорости которых $c_{p_1}^2$ и $c_{p_2}^2$ определяется формулами (15).

Пусть в системе (11) $S_i^{(\alpha)}v_i = S_t = 0$. Тогда систему (11) запишем в виде

$$(\mu - \rho_{11}c_t^2)S_i^{(1)} + \rho_{12}c_t^2S_i^{(2)} = 0, \quad \rho_{12}c_t^2S_i^{(1)} + \rho_{22}c_t^2S_i^{(2)} = 0 \quad (16)$$

Из системы (16) следует, что квадрат скорости поперечной акустической волны определяется формулой

$$c_t^2 = \frac{\mu\rho_{22}}{\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2} \quad (17)$$

3. Уровень амплитуды волн акустической эмиссии

При исследовании поведения акустических волн в процессе их распространения используем кинематические условия совместности для производных от напряжений, силы и скоростей [9]

$$\left[\frac{\partial T_{ij}}{\partial t}\right] = -M_{ij}c + \frac{\delta[T_{ij}]}{\delta t}, \quad \left[\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j}\right] = M_{ij}v_j + g^{\alpha\beta} \frac{\partial[T_{ij}]}{\partial y_\alpha} \frac{\partial x_j}{\partial y_\beta}, \quad \left[\frac{\partial N}{\partial t}\right] = -\chi c + \frac{\delta[N]}{\delta t}, \quad (18)$$

$$\left[\frac{\partial V_i^{(\sigma)}}{\partial t}\right] = -L_i^{(\sigma)}c + \frac{\delta[V_i^{(\sigma)}]}{\delta t}, \quad \left[\frac{\partial V_i^{(\sigma)}}{\partial x_j}\right] = L_i^{(\sigma)}v_j + g^{\alpha\beta} \frac{\partial[V_i^{(\sigma)}]}{\partial y_\alpha} \frac{\partial x_j}{\partial y_\beta}, \quad \sigma = 1, 2$$

где $g^{\alpha\beta}$ – коэффициенты первой фундаментальной квадратичной формы поверхности, $\frac{\partial x_i}{\partial y_\beta}$ – производные декартовых координат x_i по криволинейным координатам y_β , $\delta/\delta t$ – производная по времени.

Определим уровень амплитуды $S_\alpha = \sqrt{S_i^{(\alpha)}S_i^{(\alpha)}}$ ($\alpha = p, t$) акустических волн, определяемые спонтанной деформацией в ОЭ.

Для этого продифференцируем (7) и (8) по t и возьмем их разность на разных сторонах поверхности разрыва, получим

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial T_{ij}}{\partial t}\right] &= \lambda \left[\frac{\partial V_k^{(1)}}{\partial x_k}\right] \delta_{ij} + \mu \left(\left[\frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial x_j}\right] + \left[\frac{\partial V_j^{(1)}}{\partial x_i}\right]\right) + Q \left[\frac{\partial V_k^{(2)}}{\partial x_k}\right] \delta_{ij} - 2\mu \left[\frac{\partial u_{ij}^{(1)(s)}}{\partial t}\right] \\ \left[\frac{\partial N}{\partial t}\right] &= Q \left[\frac{\partial V_k^{(1)}}{\partial x_k}\right] + R \left[\frac{\partial V_k^{(2)}}{\partial x_k}\right] \end{aligned} \quad (19)$$

Запишем уравнения движения в разрывах

$$\rho_{11} \left[\frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial t}\right] + \rho_{12} \left[\frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial t}\right] = \left[\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j}\right], \quad \rho_{12} \left[\frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial t}\right] + \rho_{22} \left[\frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial t}\right] = \left[\frac{\partial N}{\partial x_i}\right] \quad (20)$$

Учитывая условия совместности первого порядка (18), выражения (19) и уравнения движения (20), записанных в разрывах, получим

$$\begin{aligned}
 & \frac{\delta[T_{ij}]}{\delta t} - M_{ij}c = \lambda(L_k^{(1)}v_k + g^{\alpha\beta} \frac{[\partial V_k^{(1)}]}{\partial y_\alpha} \frac{\partial x_k}{\partial y_\beta})\delta_{ij} + \mu\{L_i^{(1)}v_j + L_j^{(1)}v_i\} + \\
 & + \mu g^{\alpha\beta} \left(\frac{\partial[V_i^{(1)}]}{\partial y_\alpha} \frac{\partial x_j}{\partial y_\beta} + \frac{\partial[V_j^{(1)}]}{\partial y_\alpha} \frac{\partial x_i}{\partial y_\beta} \right) + Q(L_k^{(2)}v_k + g^{\alpha\beta} \frac{[\partial V_k^{(2)}]}{\partial y_\alpha} \frac{\partial x_k}{\partial y_\beta})\delta_{ij} - 2\mu \left[\frac{\partial u_{ij}^{(1)(s)}}{\partial t} \right] c^{-1} \\
 & \frac{\delta[N]}{\delta t} - \chi c = Q(L_k^{(1)}v_k + g^{\alpha\beta} \frac{[\partial V_k^{(1)}]}{\partial y_\alpha} \frac{\partial x_k}{\partial y_\beta}) + R(L_k^{(2)}v_k + g^{\alpha\beta} \frac{[\partial V_k^{(2)}]}{\partial y_\alpha} \frac{\partial x_k}{\partial y_\beta}) \\
 & - \rho_{11}cL_i^{(1)} + \rho_{11} \frac{\delta[V_i^{(1)}]}{\delta t} - \rho_{12}cL_i^{(2)} + \rho_{12} \frac{\delta[V_i^{(2)}]}{\delta t} = M_{ij}v_j + g^{\alpha\beta} \frac{\partial[N]}{\partial y_\alpha} \frac{\partial x_i}{\partial y_\beta} \\
 & - \rho_{12}cL_i^{(1)} + \rho_{12} \frac{\delta[V_i^{(1)}]}{\delta t} - \rho_{22}cL_i^{(2)} + \rho_{22} \frac{\delta[V_i^{(2)}]}{\delta t} = \chi v_i + g^{\alpha\beta} \frac{\partial[N]}{\partial y_\alpha} \frac{\partial x_i}{\partial y_\beta}
 \end{aligned} \tag{21}$$

Величины M_{ij} , $L_i^{(\alpha)}$ ($\alpha = 1, 2$), и χ определены на поверхности $\Sigma(t)$ и характеризуют скачки первых производных напряжений, силы, действующую на жидкость и скоростей перемещений компонент соответственно.

Исключим из (21) величины M_{ij} и χ . В результате получим

$$\begin{aligned}
 & \rho_{11}c \frac{\delta[V_i^{(1)}]}{\delta t} + \rho_{12}c \frac{\delta[V_i^{(2)}]}{\delta t} - \rho_{11}c^2 L_i^{(1)} + \lambda(L_k^{(1)}v_k v_i + g^{\alpha\beta} [V_k^{(1)}]_{,\alpha} x_\beta^k v_i) + \\
 & + \mu\{L_i^{(1)} + L_k^{(1)}v_k v_i + g^{\alpha\beta} [V_k^{(1)}]_{,\alpha} x_\beta^i v_k\} - 2\mu c^{-1} \left[\frac{\partial u_{ik}^{(1)(s)}}{\partial t} \right] v_k + \\
 & + Q(L_k^{(2)}v_k v_i + g^{\alpha\beta} [V_k^{(2)}]_{,\alpha} x_\beta^k v_i) - g^{\alpha\beta} [T_{ik}]_{,\alpha} c x_\beta^k - \frac{\delta[T_{ik}]}{\delta t} v_k = 0
 \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
 & Q(L_k^{(1)}v_k v_i + g^{\alpha\beta} \frac{[\partial V_k^{(1)}]}{\partial y_\alpha} \frac{\partial x_k}{\partial y_\beta} v_i) + R(L_k^{(2)}v_k v_i + g^{\alpha\beta} \frac{[\partial V_k^{(2)}]}{\partial y_\alpha} \frac{\partial x_k}{\partial y_\beta} v_i) - \\
 & - \rho_{12}c^2 L_i^{(1)} + \rho_{12}c \frac{\delta[V_i^{(1)}]}{\delta t} - \rho_{22}c^2 L_i^{(2)} + \rho_{22}c \frac{\delta[V_i^{(2)}]}{\delta t} - g^{\alpha\beta} c \frac{\partial[N]}{\partial y_\alpha} \frac{\partial x_i}{\partial y_\beta} - \frac{\delta[N]}{\delta t} v_i = 0
 \end{aligned} \tag{23}$$

Из кинематических условий совместности первого порядка (10) и динамических (19), найдем $\frac{\delta[T_{ik}]}{\partial y_\alpha}$, $\frac{\delta[N]}{\partial y_\alpha}$, $\frac{\delta[T_{ik}]}{\delta t} v_k$, $\frac{\delta[N]}{\delta t} v_i$ и подставим в (22) (23), затем из полученных уравнений исключим величину $L_i^{(2)}$. После преобразований получим систему уравнений, определяющую изменение компонент вектора амплитуды продольной волны ($[V_i^{(1)}] = S_i^{(1)}$) первой компоненты пористой среды.

$$\frac{\delta S_p^{(1)}}{\delta t} = \Omega_p S_p^{(1)} - \mu \frac{Q - \rho_{12}c_p^2}{c_p^2 a_1} \left[\frac{\partial u_{ij}^{(1)(s)}}{\partial t} \right] v_i v_j \tag{24}$$

$$a_1 = (\rho_{11}\rho_{12}R + \rho_{12}\rho_{22}\Lambda_1 - 2\rho_{11}\rho_{22}Q)c_p^2 - 2\rho_{12}R\Lambda_1 + \rho_{22}Q\Lambda_1 + \rho_{11}QR$$

где Ω_p – средняя кривизна волновой поверхности продольной волны.

По аналогии получим уравнения для изменения амплитуды поперечной акустической волны

$$\frac{\delta S_t^{(1)}}{\delta t} = \Omega_l c_l S_t^{(1)} - \mu \left[\frac{\partial u_{ij}^{(1)(s)}}{\partial t} \right] v_i v_j \quad (25)$$

Уравнения (24) и (25) содержат среднюю кривизну Ω_l поверхности, которая распространяется с постоянной скоростью c_l и определяется по формуле

$$\Omega_l = \frac{\Omega_0 - K_0 c_l t}{1 - 2\Omega_0 c_l t + K_0 c_l^2 t^2} \quad l = p, t \quad (26)$$

где Ω_0 и K_0 – средняя и гауссова кривизны волновой поверхности при $t = 0$.

Интегрируя уравнения (24) и (25), получим выражения для изменения амплитуд продольных и поперечных волн в первой компоненте пористой среды

$$S_p^{(1)} = \frac{S_{p0}^{(1)}}{\sqrt{1 - 2\Omega_0 c_p t + K_0 c_p^2 t^2}} \exp \left\{ -\mu \frac{Q - \rho_{12} c_p^2}{2c_p^2 a_1} \int_0^t [\varepsilon_{ij}^{(1)(s)}(x_i, t)] v_i v_j dt \right\} \quad (27)$$

$$S_t^{(1)} = \frac{S_{t0}^{(1)}}{\sqrt{1 - 2\Omega_0 c_t t + K_0 c_t^2 t^2}} \exp \left\{ -c_t \int_0^t [\varepsilon_{ij}^{(1)(s)}(x_i, t)] v_i v_j dt \right\}$$

где $S_{l0}^{(1)} = S_l^{(1)}(t = 0)$.

Выражения (27) определяют изменение параметров акустических волн в процессе их распространения. Величины скачков скорости спонтанной деформации очагов эмиссии, входящие в выражения (27) определяются из соотношения (6)

$$\left[\frac{\partial u_{ij}^{(1)(s)}}{\partial t} \right] = [\varepsilon_{ij}^{(1)(s)}] = \sqrt{2k} [\psi] \quad (28)$$

Изменение амплитуды волн во второй компоненте получим из (12) и (17)

$$S_l^{(2)} = \Gamma_\alpha S_l^{(1)} \quad (\alpha = 1, 2; l = p, t), \quad \Gamma_1 = \frac{\rho_{11} c_p^2 - \Lambda_1}{R - \rho_{12} c_p^2}, \quad \Gamma_2 = -\frac{\rho_{12}}{\rho_{22}} \quad (29)$$

Тогда изменение амплитуды волн в процессе их распространения в пористой среде запишется в виде

$$S_l = S_l^{(1)} + S_l^{(2)} = (1 + \Gamma_\alpha) S_l^{(1)} \quad (l = p, t; \alpha = 1, 2) \quad (30)$$

Выражение для линейной плотности упругого момента очага эмиссии (ОЭ), создаваемого в трехмерной форме (сфера, эллипсоид и т.п.), запишем в виде [10]

$$D_{ij}(t) = (\lambda + 2\mu) \int_V u_{ij}^{(1)(s)}(r, t) dr \quad (31)$$

Для пластической деформации скорость изменения упругого момента (ОЭ) пропорциональна скорости изменения пластической деформации [10] или скорости изменения спонтанной деформации в очаге эмиссии

$$\frac{\partial D_{ij}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial \varepsilon_{ij}^{(1)(s)}}{\partial t} \right) = (\lambda + 2\mu) \sqrt{2} \cdot k \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (32)$$

Из (32) следует, что АЭ в пористой среде возникает только в тех областях пластического сдвига в объеме пористой среды, в которых деформация не стационарна.

1. Бойко В.С., Нацик В.Д. Элементарные дислокационные механизмы акустической эмиссии//Элементарные процессы пластической деформации металлов. Киев. 1978. С. 159-189.

2. Нацик В.Д., Чишко К.А. Теория элементарных механизмов акустической эмиссии// Акустическая эмиссия материалов и конструкций Ростов-на-Дону. Изд. Ростовского университета, 1989. С.10-18.
3. Нацик В.Д., Чишко К.А. Звуковое излучение дислокаций, движущихся у поверхности кристалла//ФТТ. 1978. Т. 20.Вып. 2. С. 457-465.
4. Быковцев Г.И., Вервейко Н.Д. О распространении волн упруго-вязко-пластической среде// Механика твердого тела. 1966. № 4 С. 111-123.
5. Biot M. A. Theory of elastic waves in a fluid-saturated porous solid //J. Acoust. Soc. America. 1956.V. 28. № 2. P.168-178.
6. Biot M.A. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid//J. of Applied Phisic. 1955. V. 26. № 2.-pp. 182 185.
7. Поленов В.С. Распространение упругих волн в насыщенной вязкой жидкостью пористой среде // ПММ. 2014. Т. 78. Вып. 4. С.501-507.
8. Масликова Т.И., Поленов В.С Распространение ударных волн в неоднородной упругой пористой среде. //Актуальные проблемы динамики и прочности в теоретической и прикладной механике. Минск: УП “Технопринт”, 2001, С. 329-333.
9. Thomas T. Y. Plastic Flow and the Fracture in Solids. N. Y.; L.: Acad. Press, 1961.= Томас Т. Пластическое течение и разрушение в твердых телах. М.: Мир, 1964. 308 с.
10. Косевич А.М. Дислокации в теории упругости. Киев. 1978. 220 с.