РАЗДЕЛ VII. МОДЕЛИРОВАНИЕ

Сошников А.В.

Эвристический экспресс-метод сокращения времени переналадок технологической установки

*Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна
(Россия, Санкт-Петербург)*

doi: 10.18411/sr-10-08-2020-16

idsp: sciencerussia-10-08-2020-16

Аннотация

Целью исследования является разработка метода решения в производственных условиях задачи выбора очередности выполнения на технологической установке заданной совокупности работ при наличии требования по сокращению времени на переналадку установки при смене работ.

Задачи исследования: разработать формальную модель выбора очередности выполнения работ; разработать метод поиска варианта очередности, учитывающего требования по точности и времени поиска, характерные для производственных условий, и получить предварительные оценки его эффективности.

Гипотеза исследования: подходящей моделью выбора очередности выполнения работ является задача коммивояжера, для решения которой при ограничениях на время поиска и умеренных требованиях к точности результата применяются приближенные, в том числе, эвристические методы. Выполнение требований достигается сокращением перебора вариантов с помощью тех или иных правил. Высказано предположение, что эффективным является следующее правило: возможные пути в исходном ориентированном графе задачи представляются с помощью матрицы связей между дугами. Сокращение перебора достигается исключением дуг, «вес» которых превышает заданную пороговую величину.

Методом теоретического анализа показано, что принятая гипотеза подтверждается: ценой возникновения некоторого риска «ухода» от оптимального варианта метод приводит к заметному сокращению перебора, объем которого можно регулировать, задавая значения порога. В большинстве случаев метод приводит к рациональному варианту очередности выполнения работ на технологической установке.

Результатом данного этапа исследования является разработка и предварительное тестирование алгоритма упорядочения работ с учетом требования по сокращению затрат времени на переналадки технологической установки.

Ключевые слова: задача коммивояжера, календарное планирование, оптимизация очередности выполнения работ, переналадки оборудования, эвристический метод

Abstract

The purpose of the study is to develop a method of solving in production conditions the task of selecting the order of execution of the specified set of works at the technological plant, if there is a requirement to reduce the time for re-adjustment of the plant during the change of works.

Research tasks: to develop a formal model for choosing the order of work; Develop a method for searching for a priority variant that takes into account the accuracy and time

requirements specific to production conditions and obtain preliminary estimates of its effectiveness.

Research hypothesis: A suitable model for choosing the order of work is the task of the commutator, for which, under restrictions on search time and moderate requirements for the accuracy of the result, approximate, including heuristic methods are used. Compliance with requirements is achieved by reducing the number of variants by means of certain rules. It is suggested that the following rule is effective: possible paths in the original oriented task graph are represented by a matrix of links between arcs. Reduction of overruns is achieved by excluding arcs whose "weight" exceeds the specified threshold value.

The method of theoretical analysis shows that the accepted hypothesis is confirmed: at the cost of some risk of "departure" from the optimal option, the method leads to a marked reduction of the overrun, the volume of which can be adjusted by setting the threshold values. In most cases, the method leads to a rational order of work on the process plant.

The result of this stage of the study is the development and preliminary testing of the work ordering algorithm taking into account the requirement to reduce the time required for re-adjustment of the process plant.

Keywords: commutator task, scheduling, optimization of work sequence, equipment reconfiguration, heuristic method

Принятые обозначения:

$J = \{1, \dots, j, \dots, n\}$ – множество работ;

$\vartheta = \{\vartheta_{ij}\}$, $i, j = 1, \dots, n$ -- $(n \times n)$ -матрица длительностей переналадок технологической установки;

$G(J, D)$ – граф, описывающий варианты связей между работами при формировании очередности их выполнения;

$R = \{r_{ij}\}$ – матрица смежности графа $G(J, D)$;

$D = \{(i \rightarrow j), i, j = 1, \dots, n, i \neq j\}$ – множество дуг в графе $G(J, D)$;

$n_c = n(n-1)$ – число дуг в графе $G(J, D)$;

$S = \{s_{pq}\}$ -- $(n_c \times n_c)$ -матрица связей между дугами.

При календарном планировании производства в зависимости от оперативной производственной ситуации выдвигаются различные цели. Они могут быть сформулированы относительно планируемых работ (например, минимизация общего времени выполнения работ, сокращение потерь из-за нарушения директивных сроков окончания и др.) либо относительно используемых ресурсов (например, максимизация степени использования технологического оборудования). В зависимости от многих производственных условий, в частности, таких, как структура технологических комплексов, принятые формы распределения, запуска и учета выполнения работ, организации оплаты труда и других факторов, формулируются разнообразные по содержанию задачи календарного планирования производства.

В данной статье рассматривается задача выбора очередности выполнения заданной совокупности работ на одной технологической установке, требующей переналадки при смене работ. Предполагается, что затраты ресурсов, в частности, времени, зависят от видов сменяющих друг друга работ. Эти затраты зависят от технологии выполнения операций по переналадке установки, но они также зависят и от такого управленческого фактора, как очередность запуска работ: выбирая рациональный порядок выполнения работ можно существенно сократить непроизводительные потери рабочего времени оборудования, что положительно повлияет и на конечные показатели эффективности производства. Формализация задачи приводит к комбинаторной модели выбора замкнутого пути в ориентированном графе, проходящего по одному разу через все вершины, известной как задача коммивояжера [2], [3]. В производственных приложениях для этой задачи в силу ее

высокой вычислительной сложности (экспоненциальная зависимость числа операций от размерности задачи) получили распространение различные приближенные методы, среди которых особую группу составляют эвристические методы, не имеющие строгого формального обоснования, но в ряде случаев дающие приемлемый по точности результат при также приемлемых затратах времени на поиск решения. Совершенствование и разработка новых, в определенном смысле более эффективных, методов представляет собой перманентный процесс в условиях роста требований к эффективности производства. Один из таких методов, показавший достаточно высокую эффективность при решении производственных задач рассматриваемого вида, представлен в данной статье.

Рассмотрим постановку и предлагаемый метод решения задачи.

Имеется множество J работ, помеченных номерами $1, \dots, n$; задана квадратная $(n \times n)$ -матрица длительностей переналадок $\Theta = \{\theta_{ij}\}, i, j = 1, \dots, n$. Элементы главной диагонали θ_{ii} поместим знаком ∞ . Граф задачи представим в виде матрицы смежности $R = \{r_{ij}\}, r_{ij} = 1$, если существует дуга $(i \rightarrow j)$. В силу производственных особенностей граф является полным и все элементы вне главной диагонали матрицы смежности равны единице. Число дуг в исходном графе и, соответственно, число единиц в матрице смежности равно $n_c = n(n-1)$.

Поскольку по предположению граф является полным, то в нем существует $N = n!$ цепей, проходящих по одному разу через все вершины. Число N чрезвычайно быстро растет с увеличением n , так что, начиная с некоторого значения числа вершин, делается невозможным или нерациональным выполнение полного перебора. Предлагаемая процедура предусматривает выполнение нескольких действий, направленных на сокращение перебора.

Наряду с множеством вершин графа данной задачи, будем рассматривать множество дуг $D = \{(i \rightarrow j), i, j = 1, \dots, n, i \neq j\}$. Дугу $(i \rightarrow j)$ будем также обозначать (i, j) . Упорядочим дуги произвольным образом и пронумеруем их в принятом порядке. Для определенности примем порядок нумерации дуг в соответствии с табл.1.

Таблица 1

Порядок нумерации дуг

Дуга, $(i \rightarrow j)$	$(1 \rightarrow 2)$	$(2 \rightarrow 1)$	$(1 \rightarrow 3)$	$(3 \rightarrow 1)$		$((n-1) \rightarrow n)$	$(n \rightarrow (n-1))$
Номер, p	1	2	3	4		$n_c - 1$	n_c

Если дуге $(i \rightarrow j)$ присвоен номер (индекс) p , то будем писать $(i \rightarrow j)_p$ или $(i, j)_p$. Сформируем квадратную $(n_c \times n_c)$ -матрицу $S = \{s_{pq}\}, p, q = 1, \dots, n_c$, которую назовем матрицей связи. Элементы матрицы принимают следующие значения: $s_{pp} = \infty$; $s_{pq} = 1, p \neq q$, если дуги, соответствующие индексам p и q , являются смежными, т. е. конечная вершина дуги p совпадает с начальной вершиной дуги q . Если $s_{pq} = 1$, то дуга p может быть соединена с дугой q , т. е. обе дуги могут войти в искомую цепь. В противном случае примем $s_{pq} = 0$. Значение $s_{pq} = 1$, таким образом, «разрешает» соединение двух дуг, соответствующих строке и столбцу матрицы связи. Учтем также, что при синтезе цепи не требуется возвращаться в ранее включенные в цепь вершины, что помечается нулевыми значениями соответствующих элементов матрицы.

Используя принятые обозначения, можно значение элемента s_{pq} определить так: $s_{pq} = 1$, если $(i \rightarrow j)_p$ и $(j \rightarrow k)_q, p, q = 1, 2, \dots, n_c, p \neq q$, при этом $i, j, k = 1, \dots, n, i \neq j \neq k$.

Матрицу связи удобно использовать при поочередном синтезе возможных цепей в графе: начав синтез цепи с любой дуги, т. е., выбрав строку p , выбираем далее один из разрешенных столбцов, например, с индексом q , образуя связку двух дуг. Далее переходим к строке q и аналогичным образом присоединяем к связке еще одну из разрешенных дуг. Процедура заканчивается, когда в связке будут соединены $(n - 1)$ дуг. Процедура обеспечивает прохождение по одному разу всех вершин графа и позволяет,

изменяя выбор начальной дуги и в процессе синтеза цепи перебирая на каждом шаге разрешенные продолжения, выявить все возможные цепи.

Приведем пример. Пусть выполнению подлежат четыре работы ($n = 4$). Матрица длительностей переналадок (в условных единицах времени) представлена в табл. 2.

Построим матрицу связи S для этой задачи. Размерность матрицы 12×12 . Предварительно опишем множество дуг и занумеруем их в определенном порядке, который выберем произвольно (см. табл. 3).

Таблица 2

Длительности переналадок при смене работ				
Работы	1	2	3	4
1	∞	4	10	8
2	12	∞	3	6
3	2	12	∞	5
4	4	8	7	∞

Таблица 3

Нумерация дуг при построении матрицы связи					
Дуга, (i, j)	Номер, p	Дуга, (i, j)	Номер, p	Дуга, (i, j)	Номер, p
(1,2)	1	(1,4)	5	(2,4)	9
(2,1)	2	(4,1)	6	(4,2)	10
(1,3)	3	(2,3)	7	(3,4)	11
(3,1)	4	(3,2)	8	(4,3)	12

При фиксированной размерности расположение единиц в матрице S зависит только от принятого правила нумерации. Поясним заполнение только одной строки матрицы, например, с номером $p = 1$.

Элемент $s_{11} = \infty$ (соединять дугу с собой не требуется); дуга $(1,2)_1$ может быть смежной с дугами $(2,1)_2$, $(2,3)_7$, $(2,4)_9$. Но возврат в ранее пройденные вершины запрещен, поэтому устанавливаем следующие значения элементов $s_{12} = 0$; $s_{17} = 1$; $s_{19} = 1$. Все остальные элементы первой строки s_{1k} , $k = 3, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 12$ принимаем равными нулю.

Аналогичным образом заполняем все строки матрицы (см. табл. 4). Заметим, что число единиц в каждой строке и в каждом столбце равно $(n - 2)$ и в данном случае равно двум.

Таблица 4

Матрица связей между дугами												
Номера дуг	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	∞	0					1		1			
2	0	∞	1		1							
3			∞	0				1			1	
4	1		0	∞	1							
5					∞	0				1		1
6	1		1		0	∞						
7				1			∞	0			1	
8		1					0	∞	1			
9						1			∞	0		1
10		1					1		0	∞		
11						1				1	∞	0
12				1				1			0	∞

Незаполненные элементы таблицы имеют нулевые значения.

Поясним процедуру генерирования цепи.

Примем дугу **1** в качестве начальной. В первой строке разрешены переходы к дуге **7** либо к дуге **9** (см. табл. 4). Примем переход **1**→**7** (связываем дуги **1** и **7**). Далее рассматриваем строку **7**. Из нее разрешены переходы к дуге **4** либо к дуге **11**. Дуга **4** ведет к уже пройденной вершине и поэтому исключается. Переходим к дуге **11**. Построение цепи завершено. Она имеет вид: $(1 \rightarrow 2)$, $(2 \rightarrow 3)$, $(3 \rightarrow 4)$. По матрице длительностей переналадок устанавливаем суммарное значение этого показателя, равное *12 усл. ед. времени*.

Организовав по той или иной схеме циклическую процедуру с проверкой ряда очевидных условий, получим полный список всех цепей, удовлетворяющих поставленным условиям. Количество таких цепей равно в данном случае $4! = 24$. Лучшая из них имеет длительность *11 усл. ед. времени*. Максимальная суммарная длительность переналадок равна *32 усл. ед. времени*, средняя величина показателя – *20,4*.

Рассмотренная процедура перебора является одной из множества возможных. Все они незначительно различаются по трудоемкости выполнения. Предложенный вариант отличается повышенными возможностями регулирования объема перебора, т. е. количества генерируемых и анализируемых цепей.

Рассмотрим подход к сокращению объема перебора.

Основная идея подхода заключается в исключении из рассмотрения дуг, имеющих «вес» (длительность переналадки технологической установки), превышающий некоторый заранее заданный порог ϑ_{cp} . При достаточно низком пороге количество генерируемых цепей может быть существенно сокращено. Но при этом, очевидно, появляется риск отсечь «хорошие» варианты, а в худшем случае вообще исключить возможность генерации цепи, удовлетворяющей требованиям. Интуитивным «обоснованием» применения такого приема является ожидание, что при разумном пороге не все цепи будут заблокированы, а только те из них, которые включают дуги с весом, превышающим порог. Также представляется очевидным, что работоспособность и эффективность приема зависит от размерности задачи и распределения значений весов дуг. Оценки эффективности могут быть получены статистическими методами, как это принято при исследовании приближенных алгоритмов, в том числе, построенных на эвристических принципах [1]– [4].

Так в рассмотренном выше примере, если положить величину порога равной средней длительности переналадок (*6,75*), то исключаются дуги с номерами **2**, **3**, **5**, **8**, **10**, **12**. Объем перебора сокращается вдвое, до *12* вариантов, и при этом, как показывают расчеты, сохраняются цепи с минимальной и близкой к ней длительностью. Снижение порога до величины *4,9* сокращает объем перебора до *8* вариантов и также сохраняет варианты с длительностью переналадок, близкой к оптимальной.

Рассмотрим одну из возможных процедур организации процесса поиска рационального варианта цепи.

Процедура может быть построена по приоритетной схеме: для дуг по некоторому правилу назначаются количественные оценки (приоритеты), по значениям которых на каждом шаге производится выбор дуги для включения в искомую цепь. Примем следующее правило: приоритет r_p дуги $(i, j)_p$ полагаем равным $r_p = 1$, если $\vartheta_{ij} < \vartheta_{cp}$; и $r_p = 0$, если $\vartheta_{ij} \geq \vartheta_{cp}$.

Правило предусматривает на очередном шаге для продолжения синтезируемой цепи среди разрешенных дуг-претендентов выбирать дугу с наибольшим приоритетом. Правило, таким образом, направлено на преимущественное использование дуг с меньшими значениями весов. Приведенный выше пример можно рассматривать как иллюстрацию применения «жесткого» варианта правила: дуги с малым (нулевым) приоритетом полностью исключались из матрицы связи S и не участвовали в синтезе цепей.

Выше описаны принципиальные положения предлагаемого эвристического подхода и опущены технические детали реализации алгоритма.

Одним из обязательных вопросов, связанных с применением эвристических методов, является вопрос об их эффективности. При использовании матриц весов с произвольными значениями элементов затруднительно установить оптимальные варианты цепей и, соответственно, оценить близость к ним найденных эвристических решений. Удобным приемом для проведения тестирования алгоритма является формирование и использование матриц специального вида, в которых наилучший вариант цепи является очевидным. После этого задача с такой особой матрицей решается с помощью тестируемого алгоритма и полученный с его помощью результат сравнивается с известным оптимальным решением. Серия таких расчетов дает основание для статистических выводов о качестве метода. В данном исследовании в серии тестовых задач размерностью от 5 до 15 работ с использованием программы, реализующей изложенный выше алгоритм, в 80% расчетов были получены оптимальные варианты очередности выполнения работ на технологической установке. Это позволяет рекомендовать метод для применения в производственных условиях при решении задач оперативного планирования загрузки технологических аппаратов с учетом длительностей переналадок.

1. Архипов А. В. Эвристические методы в управлении производством: на материале текстильной и легкой промышленности. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1983. – 163 с.
2. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. Пер. с англ. – М.: Мир, 1978. – 432 с.
3. Рейнгольд Э., Нивергельд Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика. Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 476 с.