Тутыхина С.Н.

Особенности уравнений состояния г-образных схем замещения воздушного трансформатора

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
(Россия, Санкт-Петербург)

doi: 10.18411/sr-10-08-2017-24

idsp: 000001:sr-10-08-2017-24

Воздушный трансформатор представляет собой цепь с двумя индуктивностями (L_1, L_2), связанными между собой взаимной индуктивностью M (рис.1,а).

Рис.1

В учебной литературе динамическим процессам в данных схемах не уделяется должного внимания[1-5]. Исследования этих процессов удобнее всего производить с помощью уравнений состояния:

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{A}x + \mathbf{B} \cdot f(t), \quad x(0) = x_0.$$

Однако получение матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ для цепей со взаимной индуктивностью значительно сложнее, чем для цепей без взаимной индуктивности.

Цель данной работы – ознакомление с г-образной схемой замещения таких цепей (рис.1,б). Эта схема, по-видимому впервые полученная д.т.н. М.А.Шакировым в [6], существенно облегчает анализ динамических режимов в исходных цепях (рис.1,а). В [6] представлен также оригинальный вывод г-образной схемы на основе разработанной автором методики переноса элементов схемы через узлы, сечения и вдоль контуров [7-12]. Вторая цель работы – сравнение уравнений состояния исходной и эквивалентной схем на примере анализа переходного процесса в простейшей цепи второго порядка сложности (рис.2,а). Поставленная цель реализуется сравнением уравнений состояния исходной и преобразованной цепей (рис.2,а,б).

Рис. 2

Для простоты рассмотрим случай, когда $u(t) = U_0 = const$ при следующих данных цепи (рис.2,а):

$$R_1=18 \text{ Ом}, R_2=5 \text{ Ом}, R_3=32 \text{ Ом}, L_1=0,3 \text{ Гн}, L_2=0,1 \text{ Гн}, k=0,8, U_0=100 \text{ В},$$

где $k = M / \sqrt{L_1 L_2}$ – коэффициент связи. Решение выполним поэтапно.

Этап 1. Получение уравнения состояний исходной цепи с взаимной индуктивностью (рис.2,а). Как отмечалось, получение матриц A и B в данном случае требует усилий и имеет весьма сложный вид:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{L_1}}{dt} \\ \frac{di_{L_2}}{dt} \end{bmatrix} = \frac{1}{1-k^2} \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L_1} & \frac{R_2 k^2}{M} \\ \frac{R_1 k^2}{M} & -\frac{R_2}{L_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \end{bmatrix} + \frac{1}{1-k^2} \begin{bmatrix} \frac{U_0}{L_1} \\ -\frac{U_0 k^2}{M} \end{bmatrix}$$

при следующих начальных условиях:

$$\begin{bmatrix} i_{L_1}(0) \\ i_{L_2}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{U_0}{R_1 + R_3} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

В численном выражении имеем:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -166 & 64 \\ 230 & -138 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 926 \\ -1283 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} i_{L_1}(0) \\ i_{L_2}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Этап 2. Получение уравнения состояния для г-образной эквивалентной схемы замещения (рис.2,б). В [6] представлены два варианта развязки взаимной индуктивности с получением г-образной и Г-образной эквивалентных схем. Здесь используется г-образный вариант схемы замещения, показанный на рис.1,б и рис.2,б. В отличие от предыдущего случая уравнения состояния этой схемы легко выводятся и имеют достаточно простой вид:

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{L_a}}{dt} \\ \frac{di_{L_b}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left[\frac{R_1 + R'_2}{L_a} \right] & \frac{R'_2}{L_a} \\ \frac{R'_2}{L_b} & -\frac{R'_2}{L_b} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{L_a} \\ i_{L_b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{U_0}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} i_{L_a}(0) \\ i_{L_b}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{U_0}{R_1 + R_3} \\ \frac{U_0}{R_1 + R_3} \end{bmatrix}.$$

В численном выражении имеем:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{L_a} \\ i_{L_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -255,5 & 89 \\ 50 & -50 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{L_a} \\ i_{L_b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 926 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} i_{L_a}(0) \\ i_{L_b}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Рис.3

Как видно, начальные условия вг-образной схеме замещения отличаются от начальных условий в исходной цепи. В г-образной схеме замещения ток i_{L_1} не изменяется, тогда как ток, проходящий через сопротивление R'_2 , является приведенным:

$$i'_2 = i_{L_a} - i_{L_b}; \quad i_2 = k \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} i'_2.$$

Естественно, что кривые переходного процесса в обеих схемах (рис.2,а и б) совпадают (рис.3).

Заключение

1. z-образная схема замещения, значительно облегчает анализ динамических процессов в цепях, содержащих воздушный трансформатор.

2. Уравнения состояния и начальные условия этой схемы замещения принципиально отличаются от уравнений состояния и начальных условий исходной цепи с взаимной индуктивностью.

3. Чем сложнее цепь с воздушным трансформатором, тем в большей степени сказывается преимущество г-образной схемы замещения, благодаря простоте её уравнений.

4. Необходимо аналогичное исследование для Г-образной схемы замещения цепей с взаимной индуктивностью.

1. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин В.Н., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники: В 3-х т. СПб.: Питер, 2003.
2. Теоретические основы электротехники: в 2 т. /Под ред. П.А.Ионкина/. М.: Высш. шк., 1976.
3. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. М.: Высш. шк., 1996. электрических цепей и электромагнитного поля. М.: Издательский центр "Академия", 2008.
4. Г.В.Зевеке, П.А.Ионкин, А.В.Нетушил, С.В.Страхов. Основы теории цепей. М.: Энергоатомиздат, 1989.
5. Бычков Ю.А., Золотницкий В.М., Чернышев Э.П. Основы теории электрических цепей. СПб.: Изд-во «Лань», 2002.
6. Шакиров М.А. и др. Практикум по ТОЭ. ч.1. Под ред.Шакирова М.А.СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2017, 260 стр.
7. Шакиров М.А. и др. Практикум по ТОЭ. ч 2. Под ред.Шакирова М.А.СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2017, 230 стр.
8. Шакиров М.А. Преобразование и диакоптика электрических цепей. Л.: Изд-во ЛГУ, 1980.
9. Шакиров М.А. Методы анализа сложных электрических цепей: Л.: Из-во ЛПИ, 1984.
10. Шакиров М.А. Теоретические основы электротехники. Тензоры в ТОЭ, электродинамика, теория относительности.СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2011.
11. Шакиров М.А.Декомпозиционные алгоритмы анализа электромагнитных полей. Л.: Изд-во ЛГУ, 1990 (первая глава книги посвящена диакоптика цепей).
12. Шакиров М.А. Теоретические основы электротехники. Новые идеи и принципы. Схемотанализ и диакоптика. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2001.