Проскрыков А.А., Заболотнов Ю.М.

Моделирование процесса формирования вращающейся орбитальной тросовой системы с помощью двигателей малой тяги

*Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева
(Россия, Самара)*

doi: 10.18411/sr-10-06-2019-21

idsp: sciencerussia-10-06-2019-21

Аннотация

Рассматривается моделирование процесса формирования вращающейся тросовой системы с помощью двигателей малой тяги. Тросовая система состоит из двух (или трех для случая вращения перпендикулярно плоскости орбиты) космических аппаратов, соединенных тросом. Двигатели малой тяги располагаются на крайних космических аппаратах и создают пару сил, переводящую систему во вращение. Для перевода системы во вращение предлагаются релейные законы управления для двух вариантов вращения системы: в плоскости орбиты центра масс системы и перпендикулярно орбитальной плоскости. В качестве примера приводятся результаты численного моделирования процесса формирования вращающейся системы, подтверждающие эффективность предлагаемых программ управления.

Ключевые слова: орбитальные тросовые системы, перевод во вращение, моделирование, законы управления.

Современное состояние космонавтики требует повышения эффективности, созданной и разрабатываемой космической техники [1]. Одним из возможных путей решения этой задачи является использование для космических маневров и транспортных операций вращающихся орбитальных тросовых систем (ОТС). С помощью таких систем можно решать широкий спектр задач в космосе: создание искусственной гравитации на борту космического аппарата, изменение орбитальных параметров центра масс системы, перевод космических аппаратов на другие орбиты, доставка полезного груза на поверхность Земли и др.

В настоящей работе рассматривается задача перевода орбитальной тросовой системы, состоящей из двух космических аппаратов (КА), соединенных тросом, во вращение с помощью двигателей малой тяги (ДМТ). Под ДМТ обычно понимают электрические ракетные двигатели. Электрический ракетный двигатель (ЭРД) – ракетный двигатель, в котором в качестве источника энергии для создания тяги используется электрическая энергия бортовой энергоустановки космического аппарата. Особенностью ДМТ является возможность создания малой тяги в течение длительного времени, что используется в решаемой задаче.

В математической модели, описывающей перевод орбитальной тросовой системы во вращение, используются орбитальная и тросовая системы координат $Sx_0y_0z_0$ и $Sx_t y_t z_t$. Положение тросовой системы относительно орбитальной системы координат определяется углами β и θ . Взаимное положение орбитальной и тросовой систем координат изображено на рисунке 1.

Поведение тросовой системы в процессе разворачивания описывается следующей системой дифференциальных уравнений [2]

$$\begin{aligned} \ddot{L} - L\dot{\theta}^2 - 2\dot{\theta}\Omega L\cos\beta - \dot{\beta}^2 L\cos^2\theta + L\Omega^2\cos^2\theta\sin^2\beta - \\ - L\Omega\dot{\beta}\sin\beta\sin 2\theta - 3L\Omega^2\cos^2\theta\cos^2\beta = (F_L - T)/m_e, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\ddot{\theta} + 2\frac{\dot{L}}{L}(\dot{\theta} + \Omega\cos\beta) - \frac{1}{2}\Omega^2\sin 2\theta\sin^2\beta + \frac{1}{2}\dot{\beta}^2\sin 2\theta -$$

$$-2\Omega\dot{\beta}\cos^2\theta\sin\beta + \frac{3}{2}\Omega^2\sin2\theta\cos^2\beta = M_\theta/J_e, \quad (2)$$

$$\ddot{\beta} + 2\frac{\dot{L}}{L}(\dot{\beta} + \Omega\operatorname{tg}\theta\sin\beta) + 2\Omega\dot{\theta}\sin\beta + 2\Omega^2\sin2\beta = M_\beta/J_e\cos^2\theta, \quad (3)$$

где $m_e = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$, m_1 и m_2 – массы космических аппаратов, соединенных тросом, L – длина троса, T – сила натяжения троса, Ω – угловая скорость движения центра масс системы по круговой орбите, $J_e = m_e L^2$ – момент инерции системы относительно центра масс, F_L и M_θ , M_β – сила и моменты, обусловленные действием пары сил двигателей малой тяги.

Рисунок 1 – Взаимное положение орбитальной и тросовой систем координат

Моменты от сил тяги определяются из следующих выражений

$$M_\theta = FL\sin\alpha\cos\gamma, \quad M_\beta = FL\sin\gamma.$$

где углы α и γ определяют направление сил тяги относительно направления троса.

Углы, определяющие направление действия сил тяги, введены таким образом, что при $\gamma = 0$ и $\beta = \dot{\beta} = 0$ реализуется случай движения системы в плоскости орбиты, а при $-\pi/2 < \alpha < \pi/2$ составляющие пары сил, направленные вдоль троса, действуют на его растяжение.

При развертывании ОТС в вертикальное положение применяется следующая программа[3]

$$T = m_e \Omega^2 \left[a(L - L_{\text{end}}) + b \frac{\dot{L}}{\Omega} + 3 L_{\text{end}} \right],$$

где a, b – параметры закона, L_{end} – конечная длина троса.

После окончания развертывания ОТС длина троса фиксируется $L = L_{\text{end}} = \text{const}$ и система (1-3) принимает вид

$$\ddot{\theta} - \frac{1}{2}\Omega^2\sin2\theta\sin^2\beta + \frac{1}{2}\dot{\beta}^2\sin2\theta - 2\Omega\dot{\beta}\cos^2\theta\sin\beta + \frac{3}{2}\Omega^2\sin2\theta\cos^2\beta = M_\theta/J_e, \quad (4)$$

$$\ddot{\beta} + 2\Omega\dot{\theta}\sin\beta + 2\Omega^2\sin2\beta = M_\beta/J_e\cos^2\theta. \quad (5)$$

При этом сила натяжения троса определяется следующим образом

$$T = F_L + m_e L_{\text{end}} (\dot{\theta}^2 + 2\dot{\theta}\Omega\cos\beta + \dot{\beta}^2\cos^2\theta - \Omega^2\cos^2\theta\sin^2\beta + \Omega\dot{\beta}\sin\beta\sin2\theta + 3\Omega^2\cos^2\theta\cos^2\beta).$$

При $\beta = \dot{\beta} = 0$ реализуется случай движения системы в плоскости орбиты, для которого система (4-5) принимает вид

$$\ddot{\theta} + \frac{3}{2}\Omega^2\sin2\theta = F\sin\alpha/m_e L_{\text{end}},$$

$$T = F\cos\alpha + m_e L_{\text{end}} \left[(\dot{\theta} + \Omega)^2 + \Omega^2(3\cos^2\theta - 1) \right].$$

Для перевода ОТС во вращение в плоскости орбиты рассматривается следующее релейное управление:

для прямого вращения ($0 < \alpha \leq \pi/2$)

$$F = \begin{cases} F_n & \text{if } \dot{\theta} \geq 0; \\ 0 & \text{if } \dot{\theta} < 0; \end{cases}$$

для обратного вращения ($-\pi/2 \leq \alpha < 0$)

$$F = \begin{cases} 0 & \text{if } \dot{\theta} > 0 \\ F_n & \text{if } \dot{\theta} \leq 0 \end{cases}$$

где F_n - номинальная величина малой тяги, необходимая для перевода системы во вращение на -ом периоде колебаний.

Под прямым вращением понимается случай, когда угловая скорость вращения системы совпадает по направлению с угловой скоростью вращения центра масс системы по орбите.

При $\theta = \dot{\theta} = 0$ рассматривается вращение системы по углу β в плоскости, перпендикулярной вектору скорости центра масс. В этом случае система (4-5) принимает вид

$$\ddot{\beta} + 2\Omega^2 \sin 2\beta = M_\beta / J_e \cos^2 \theta,$$

$$T = F_L + m_e L_{\text{end}} (\dot{\beta}^2 - \Omega^2 \sin^2 \beta + 3\Omega^2 \cos^2 \beta).$$

Для этого случая для перевода ОТС во вращение рассматривается следующее релейное управление:

для вращения против часовой стрелки ($0 < \gamma \leq \pi/2$)

$$F = \begin{cases} F_n & \text{if } \dot{\beta} \geq 0; \\ 0 & \text{if } \dot{\beta} < 0; \end{cases}$$

для обратного вращения ($-\pi/2 \leq \gamma < 0$)

$$F = \begin{cases} 0 & \text{if } \dot{\beta} > 0 \\ F_n & \text{if } \dot{\beta} \leq 0 \end{cases}$$

При вращении системы в плоскости, перпендикулярной плоскости орбиты, тросовая система состоит из трех КА, один из которых располагается в центре масс системы. При этом уравнения движения относительно центра масс системы не изменяются. Предполагается, что на КА, расположенном в центре масс системы, установлен ДМТ, который может использоваться для изменения орбитальных параметров центра масс системы.

Уравнения движения центра масс системы записываются в оскулирующих элементах [4]

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{K}} \frac{2A}{1-e^2} (a_s e \sin \vartheta + a_T p/R) \\ \frac{de}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{K}} \left\{ a_s \sin \vartheta + a_T \left[\left(1 + \frac{R}{p} \right) + eR/p \right] \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \sqrt{\frac{p}{K}} \left[\frac{K}{R^2} + a_s \frac{\cos \theta}{e} - \frac{a_T}{e} (1 + R/p) \sin \vartheta \right]$$

где t – время,

A – большая полуось орбиты,

$p = A(1 - e^2)$ – параметр орбиты;

$K = 398600 \text{ км}^3 \text{с}^{-2}$ – гравитационная постоянная Земли;

e – эксцентриситет орбиты;

$$a_S = \frac{F_S}{m} \text{— радиальное ускорение от силы Ампера;}$$

$$a_T = \frac{F_T}{m} \text{— тангенциальное ускорение от силы Ампера;}$$

$$\vartheta \text{— истинная аномалия,}$$

$$R = \frac{p}{1+e\cos\vartheta} \text{— уравнение орбиты центра масс, } \Omega = \frac{d\vartheta}{dt}.$$

На рисунке 2 приведена схема вращающейся орбитальной тросовой системы при изменении параметров орбиты ее центра масс при вращении системы перпендикулярно плоскости орбиты.

Для того чтобы обеспечить натяжение тросов у вращающейся орбитальной тросовой системы, совершающей полет под действием тяги, источником которой является космический аппарат, расположенный в центре системы, должно выполняться следующее условие равновесия

$$\sum M_A = -F_1 L - \Phi_y L \sin\varphi + \Phi_1 L \cos\varphi = 0,$$

где F_1 — сила тяги КА, расположенных на концах троса;

L — длина троса;

$\sum M_A$ — сумма моментов сил относительно точки А;

$\Phi_y = m_1 \omega^2 r$ —сила инерции от вращения системы,

$\Phi_1 = m_1 a$ —сила инерции, действующая на крайние КА.

Тангенциальное ускорение, входящее в систему (6), при этом определяется следующим образом

$$a_T = (2F_1 \cos\varphi + F_0)/(m_0 + 2m_1),$$

где F_0 — сила тяги космического аппарата, расположенного в центре масс системы;

F_1 — сила тяги КА, расположенных на концах тросов;

m_1 —масса КА, расположенных на концах тросов;

m_0 — масса КА, расположенного в центре масс системы.

Рисунок 2 – Движение вращающейся ОТС при изменении параметров орбиты центра масс

На рисунках 3 и 4 приводятся зависимости $\theta(t)$ и $\beta(t)$, характеризующие перевод системы во вращение в плоскости орбиты центра масс системы и перпендикулярно орбитальной плоскости. При проведении расчетов были приняты следующие исходные данные: начальный эксцентриситет орбиты $e = 0.001$, начальная большая полуось $A_0 = 6871$ км, начальный угол истинной аномалии $\vartheta_0 = 0$, массы КА 100 кг, тяга ДМТ $F_T = 0.075$ Н.

Рисунок 3 – Зависимость угла θ от времени при переводе системы во вращение в плоскости орбиты центра масс системы

Рисунок 4 – Зависимость угла β от времени при переводе системы во вращение в плоскости перпендикулярной орбитальной

1. Космонавтика [Текст]: энциклопедия / Гл. ред. В.П. Глушко – Москва: Советская энциклопедия, 1985. – 526 с.
 2. Zabolotnov Yu. Introduction of Space tether System Motion Dynamics and Control . Beijing: SciencePress, 2013. 140 p.
 3. Наумов, С.А. Управление развертыванием орбитальной тросовой системы для спуска малой капсулы [Текст]: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук / Наумов Сергей Анатольевич; Самар. гос. аэрокосм. ун-т. – Самара, 2006. – 14 с.
 4. Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г. Основы механики космического полета. – М.: Наука, 1990. – 448 с.
-