РАЗДЕЛ XI. МАТЕМАТИКА

Гузевич С.Н.

Соблюдение аксиоматики Евклида - условие достоверности измерений

АО «Государственный научно-исследовательский навигационно-
гидрографический институт»
(Россия, Санкт-Петербург)

doi: 10.18411/sr-10-04-2020-22

idsp: sciencerussia-10-04-2020-22

Аннотация

В статье показано, что целью аксиоматики Евклида являлась методика описания материи. Евклид определениями излагал понятия – элементы отображения материи, постулатами определил средства их отображения (парную систему координат), а аксиомами - операционные действия, используемые в ней. Аксиоматика Евклида опирается на законы сохранения энергии и равновесия, чем не обеспечены в настоящее время другие измерения в других системах координат. Достоверное линейное описание параметров сферических поверхностей обеспечивается при измерении секторов, в которых геометрические и физические параметры объектов вычисляются по угловым приращениям, оцениваемых по длине хорд их замыкающих.

Ключевые слова: аксиома, постулат, аксиоматика, точка, плоскость, образ объекта, время, достоверность.

Abstract

The article shows that the goal of Euclidean axiomatic was to describe matter. Euclidean definitions outlined the concepts - elements of the display of matter, defined by postulates the means of their display (pair coordinate system), and axioms - the operational actions used in it. The Euclidean axiomatic is based on the laws of conservation of energy and equilibrium, which are not currently provided for other measurements in other coordinate systems. A reliable linear description of the parameters of spherical surfaces is provided when measuring sectors in which the geometric and physical parameters of objects are calculated by angular increments estimated by the length of the chords of their closures.

Key words: axiom, postulate, axiomatic, point, plane, image of an object, time, reliability.

1. Состояние вопроса

Около 300 г. до н. э. греческий математик Евклид из Александрии собрал и детально обосновал правила геометрии в труде «Начала», включающее 13 книг. В нем он представил комплект определений, **постулатов, аксиом**, теорем и математических доказательств, ставших основой геометрии, как научной дисциплины. Создавая свой учебник, Евклид включил в него многое из того, что было создано его предшественниками. Евклид обучался в Древней Греции у Платона, обучавшего и Аристотеля. Сам же Платон обучался у Сократа. Ведущие астрономы, геометры и моряки этого периода использовали подзорные трубы, телескопы, астролябии, измерения в которых выполнялись в проективной системе координат. Точность их измерений обеспечивала решение практических задач. Греческим геометрам были не известны физические законы, хотя они описывали физические процессы, например, оптические, без которых геометрия невозможна. Но их аксиоматика относится только к

геометрии, хотя она успешно использовалась при описании взаимодействий планет, в которых использовались законы геометрического среднего [1-5].

В 17-18 веках влияние монизма религии, а также практика использования оптических измерительных средств и прямых измерений с использованием теоремы Пифагора обеспечивали необходимую точность измерений объектов, показывая целесообразность использования единичных измерительных приборов. В это время ведущие геометры использовали аксиоматику Евклида для обоснования геометрических систем Евклида, Лобачевского, Римана основанных на проективной геометрии. В их понимании содержание «Начал» отраженное в современных учебниках высшей математики, как постулаты Евклида, которые включают: 8 аксиом связи, 4 аксиомы порядка, 5 аксиом конгруэнтности, 2 аксиомы непрерывности и 1 аксиому параллельности.

Исаак Ньютон также базировал свои доказательства, используя эти же понятия **аксиом**, и также не дал им определения. Впоследствии эти понятия, постулаты и аксиомы широко использовались математиками и физиками. Разные ученые выдвигали различные требования к постулатам и аксиомам: так, Аристотель считал характерным свойством аксиом общепризнанность, Декарт – очевидность, Паскаль – недоказуемость. Приведем основные общепринятые определения, относимые к этим понятиям:

1. **Аксиома - бесспорная, не требующая доказательств истина; отправное, исходное положение какой-либо теории, лежащее в основании доказательств других положений этой теории, в пределах которой оно принимается без доказательства.**
2. **Аксиома – очевидное утверждение, не требующее экспериментальной проверки и не имеющее исключений.**

Аксиоме опровержение не грозит принципиально. Если аксиома опровергаема, значит это не аксиома, а гипотеза.

Более сложное положение возникло с постулатом. В Словаре русского языка [6] понятие «Постулат» представлены следующим образом:

1. **Постулат – исходное положение, принимаемое без доказательств.**

Канарёв Ф.М. предложил [3] более широкую трактовку определения постулата;

2. **Постулат – неочевидное утверждение, достоверность которого доказывается только экспериментальным путем или следует из экспериментов.**

Главное, что следует из приведённых определений понятий «Аксиома» и «Постулат» - отсутствие однозначности этих определений и схожесть функций, реализация которых приписана этим понятиям, но целью этих действий являлось обеспечение однозначности выполняемых действий, которые без доказательства служат условием достоверности измерений. На изложенные в «Началах» постулаты и аксиомы опираются все математические дисциплины, развившиеся из геометрии.

Рассмотрим *аксиоматику (постулаты и аксиомы)* Евклида в трактовке, которую использовали его современники. После определения основных понятий: точка, линия, прямая линия, поверхность, угол, обеспечивающих описание проекций различных геометрических фигур, Евклид приводит новые понятия *постулаты* и *аксиомы*, не определяя само их понятие [1]:

1. *между двумя точками (измерителями) можно провести только одну прямую линию;*
2. *ограниченную прямую можно неограниченно продолжать в обе стороны;*
3. *из всякого центра и всяким раствором циркуля можно описать круг;*

4. *все прямые углы равны между собой;*
5. *если прямая, падающая на две прямые, образует сумму внутренних углов, равную двум прямым углам, то продолженные эти прямые неограниченно нигде не встретятся.*

Затем идут понятия аксиом:

1. *Равные одному и тому же, равны между собой.*
2. *И если к равным прибавляются равные, то и целые будут равны.*
3. *И если от равных отнимаются равные, то остатки будут равны.*
4. *И если к неравным прибавляются равные, то целые будут не равны.*
5. *И удвоенные одного и того же равны между собой.*
6. *И половины одного и того же равны между собой.*
7. *И совмещающиеся друг с другом равны между собой.*
8. *И целое больше части.*
9. *И две прямые не содержат пространства».*

Во времена Евклида основной методической основой измерений являлся метод центрального проектирования и проективная система координат. Можно предположить, что отличия в названии этих понятий, служат основой (необходимым и достаточным условиями) для их совместного использования, как общей методики построений системы координат и измерений в ней. И для этого имеются достаточно конкретные обоснования, так как постулаты включают только математические понятия для построения и описания, то есть средства для построения системы координат и образов объектов, а аксиомы – математические операции, которые необходимо выполнять в ней с образами объектов. При этом первый пункт постулата говорит о **точках**, которых нет ни в одном другом пункте, они могут являться точками прохождения лучей или оптическими измерителями. Тогда все последующие постулаты и аксиомы описывают парную проективную систему координат, являющуюся аналогом зрительных измерений. Аксиоматика Евклида является методикой, включающей методические средства для описания объектов и построения систем координат и основные операционные действия, которые необходимо выполнять с проекциями объектов на их осях.

Третий постулат служит для описания времени и сферического пространства, связанного с ним. Сферическое пространство может быть описано линейной функцией - радиусом, действия с которыми описаны аксиомами Евклида. Радиус служит условием для выполнения описания сферы, а выделения центра разделения учтено аксиомой деления отрезка.

Четвертый постулат обеспечивает условия построения парных систем координат, где ортогональность положения объекта не обеспечивается построением, а устанавливается по косвенным фактам. Ортогональность в парных системах координат обеспечивается по выполнению косвенных действий, например, по условию ортогональности касательной к радиусу сферы, по кратчайшему расстоянию на плоскости между точкой и прямой, по равенству двух проекций одного объекта в угле наблюдения парной системы координат и так далее. Именно поэтому все прямые углы равны, хотя это внешне и тривиально.

Пятый постулат обеспечивает условия построения в пространстве параллельных линий, используя свойство ортогональности.

Споры ученых о корректности формулировки пятого постулата Евклида явились следствием отсутствия определений понятий «постулат» и «аксиома» [7,8]. Последующие определения этих понятий уже не приобрели в сознании ученых ту значимость, которая была бы им придана, если бы они были в «Началах» Евклида.

При этом аксиомы Евклида однозначно указывают, что математические операции по осям в системах координат должны носить аддитивный характер. Единственным недостатком аксиоматики Евклида является отсутствие аксиом на описание времени, как сферической поверхности, указанной в 3 постулате. Но во времена Евклида поля были не известны. Поэтому в аксиомах отсутствует условие выделения сферической поверхности, как секторного элемента ее измерений.

Одновременно аксиомы указывают, что для измерений можно использовать любую нормированную величину, принимаемую за постоянную, отображаемую на осях координат. Это может быть, как линейный размер объекта, расположенный горизонтально или вертикально, или длина волны или частота полевого параметра. При этом Евклид ввел и единую меру описания времени и пространства, используя для времени размер радиуса сферы, где заложена и возможность деления пространства на внутреннее и внешнее. Это впоследствии «открыли» Ньютон, Кулон и другие ученые как свойства полей.

Таким образом, аксиоматика Евклида заложила основы метрологии измерений на основе сравнения, которые обеспечивают достоверное и аналитически точное измерение вещественных и полевых объектов в пространстве, описываемое линейными функциями [9]. Измерения выполняются с помощью измерений секторов, заключенных между точками, формирующими базу парной проективной системы координат, в которой измерения по осям координат выполняются аддитивно. Именно поэтому Евклид и назвал свою книгу «Начало», в которой его аксиоматика, построенная на парности измерительных средств, обеспечивает необходимость и достаточность точных измерений.

Конечно, это все заявления о возможностях использования аксиоматики Евклида, которые открывают истинные законы природы, но не их доказательство. Эти свойства аксиоматики Евклида не поняты еще и в настоящее время. Это связано с влиянием общепринятых понятий при широком использовании моноизмерителей и отсутствия требуемой разрешающей способности измерений, которая достигается только в парной системе координат. Попытаемся обосновать возможность построения системы координат, основанной на аксиоматике Евклида при использовании измерений секторов, в которых геометрические и физические параметры объектов выполняется по угловым приращениям, а их вычисления – по линейным зависимостям.

2. Использование секторных измерений сферических объектов

Сферическая форма объектов и их полей в окружающем нас пространстве является преобладающей. Все объекты на расстоянии отображаются и измеряются с помощью их полей. При этом поля касаются поверхности объектов не зависимо от их формы в особых точках – углах, обеспечивая их неразрывную связь. Поэтому задача измерений объектов, имеющих сферическую форму, является основной в обеспечении условий достоверности и точности описаний их взаимодействия в пространстве. Достоверность измерений сферических полей будет обеспечиваться, если они будут описываться, как и геометрические объекты - линейными зависимостями.

Измерение сферических объектов [10] можно реализовать только по измерениям линейных параметров секторов, связанных с их радиусом и замыкающими хордами, отображаемыми на плоскостях измерений парной проективной системы. Для измерения секторов сферы их необходимо связать с секторами измерительной системы, связанными с касательными к поверхностям сфер через их радиусы.

Секторные измерения при обеспечении их линейности являются основой достоверного описания размеров объектов их физических полей и времени в пространстве. Поэтому секторные измерения должны иметь твердую аксиоматическую основу, построенную на основных общеизвестных законах:

- Все сферические поля замкнуты. Математическое ожидание суммы их полей на осях координат равно нулю.
- Излучаемый потенциал в секторе на плоскости измерений не зависимо от расстояния является постоянной величиной.

Первая аксиома не требует пояснений, так как является отражением закона сохранения энергии. Вторая аксиома является отражением закона равновесия, который известен для гравитационного поля, но не известен для любых полей. Она также следует из закона сохранения энергии, так как сумма секторных сечений формы объекта и его любого поля являются замкнутыми фигурами. Сумма их сторон и потенциалов по замкнутому контуру равна нулю.

На рис.1 показан объект сферической формы с центром в точке O , характеризуемый радиусом r_1 . Сферический сектор объекта наблюдается из точек **1** и **2**, связывающей центр сектора и эти точки, расположенных на оси Y . Точки являются сферическими объектами малых размеров, например r_2 . Сферический сектор имеет горизонтальную и вертикальную проекции. Касательные R_1 и R_2 , проведенные из точек **1** и **2**, ортогональны радиусу r_1 проведенному в точки касания. В результате на объектах образуются парные сектора, состоящие в плоскостном отображении из 4 прямоугольных треугольников, связанных отношениями подобия и геометрического среднего, выделенных оттенками цвета.

Рис.1. Взаимодействие полей объектов сферической формы

Размеры этих 4 треугольников связывают расстояние между центрами объектов $2R_0$ и все их размеры. Достаточно знать размер только одной стороны и размер угла, для описания всех размеров. Пространственный сектор описывается парой ортогональных плоскостных секторов, в которых ортогональные стороны связаны общими сторонами.

Пространственный сектор описывается двумя плоскостными проекциями углов γ_s и γ_z , показанных на рис.1 только для измерителя **1**, считая для упрощения выводов их равными. При этом все проекции в секторе измерителя уменьшены относительно наблюдаемых на объекте пропорционально отношению их размеров, что позволяет результаты измерений отраженных в измерителе линейно трансформировать в размеры объекта.

Касательные на плоскости к сферической поверхности выделяют на сфере плоскостные сектора, связанные с двумя ортогональными хордами A и B , являющимися составляющими вектора излучения. Поле между объектами распространяется по направлению луча, имея ширину пропорциональную радиусам объектов и ортогональных его направлению. Поэтому луч на плоскости измерений U имеет две составляющих, одна из которых характеризует его проекцию на ось Z пропорциональную хорде A , а другая проекцию его ширины на ось Γ пропорциональную хорде B . Хорда $A = 2Y_1 \cdot \operatorname{tg} \gamma_Z$, а хорда $B = 2Y_1 \cdot \operatorname{ctg} \gamma_Z$, а их произведение не зависит от отстояния объектов $U = A \cdot B = \operatorname{const}$ и являются постоянной величиной, изменяя при увеличении отстояния только соотношение составляющих. По инверсиям составляющих потенциала U на различных отстояниях Y_1, Y_2 могут быть оценены расстояния между объектами по разности проекций параллельных хорд, которые связаны с расстоянием между точками 1 и 2. Отношение сторон поверхности на плоскости измерений U будут характеризовать отстояния двух объектов Y_1 и Y_2 , тогда:

$$U_1 = U_2 = A_1 \cdot B_1 \quad ; \quad A_1 \cdot B_1 = A_2 \cdot B_2 \quad .$$

$$A_1 = R_1 \sin \gamma_1 = r_1 \cos \gamma_1 = R_0 \sin 2\gamma_1 \quad ;$$

$$A_2 = R_2 \sin \gamma_2 = r_2 \cos \gamma_2 = R_0 \sin 2\gamma_2 \quad ;$$

$$B_1 = R_1 \sin \gamma_1 \operatorname{tg} \gamma_1 = r_1 \sin \gamma_1 = 2R_0 \sin^2 \gamma_1 \quad ;$$

$$B_2 = R_2 \sin \gamma_2 \operatorname{tg} \gamma_2 = r_2 \sin \gamma_2 = 2R_0 \sin^2 \gamma_2 \quad ;$$

Оставим только зависимости уменьшающие количество неизвестных:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad ; \quad \frac{B_1}{B_2} = \frac{\sin \gamma_1}{\sin \gamma_2} \quad ; \quad \frac{A_1}{B_1} = \operatorname{ctg} \gamma_1 = \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma_1} = \frac{\sin 2\gamma_1}{2\sin^2 \gamma_1} = \frac{\cos \gamma_1}{\sin \gamma_1} \quad ;$$

$$A_1 - A_2 = R_0 (\sin 2\gamma_1 - \sin 2\gamma_2) \quad ; \quad B_1 - B_2 = 2R_0 (\sin^2 \gamma_1 - \sin^2 \gamma_2) \quad ;$$

В результате получаем новую зависимость, отражающую связь радиусов объектов r_1 и r_2 с расстоянием между ними $2R_0$ и новой постоянной их взаимодействия, названной базой парной системы – d . Вывод аналитической зависимости, связывающей их, приведен в работах автора [11-19]:

$$d = \frac{r_1 \cdot r_2}{2R_0}$$

Главный вывод, который следует из полученных зависимостей – параметры времени и физические параметры полей, описываемые сферическими функциями, могут быть измерены и линейно описаны по отношениям *приращений хорд, замыкающих их*, при изменении угла раскрытия секторов γ или расстояний между ними $2R_0$.

Для обеспечения линейного описания взаимодействия в пространстве сферических объектов по аксиоматике Евклида необходимо использовать парную параллактическую систему координат, к которой необходимо связывать объекты касательными к их поверхностям. При этом измеряемый угол раскрытия парного измерителя оценивается параллактическим углом, опирающимся на базу парной системы d . В ней строятся системы треугольников, связанные подобием и зависимостью геометрического среднего. Эта система координат обеспечивает возможность линейного описания сферических элементов линейными зависимостями. Закон всемирного тяготения является частным случаем использования параллактической системы координат. Эту систему координат использовали современники Евклида для описания астрономических объектов.

Это подтверждает и ежедневная практика: границы объектов выделяются по изменениям градиентов полей, а измерители полей измеряют приращения параметров в границах своих размеров. Эти причины изменяют аналитическое описание процесса измерений.

Заключение

1. Аксиоматика Евклида определила методику построения и использования парной системы координат, обеспечивающей достоверное описание сферических объектов в пространстве – времени.
2. Парная система координат, заданная аксиоматикой Евклида, опирается на законы сохранения энергии и равновесия, что и обеспечивают ей достоверность и точность описания пространства.
3. Физические параметры полей объектов, описываемые сферическими функциями, могут быть измерены и линейно описаны по отношениям *приращений хорд* при изменении углов раскрытия секторов *объектов*.
4. В настоящее время утеряна сущность аксиоматики Евклида:
 - методики измерений сферических объектов и полей;
 - принципа относительности при измерении сферических полей,
 - что исключает возможность достоверных измерений законов природы.
5. Две формы существования материи требуют для их достоверного описания использования парных систем координат, заданных аксиоматикой Евклида.

1. Клайн М. Математика. Утрата определенности. М.: Мир. 1984.
2. Понарин Я. П. «Аффинная проективная геометрия» Серия: Математическое просвещение. Издательство: МЦНМО ISBN: 978-5-94057-401-9; 2009 г. – 288с.
3. Канарев Ф.М. Кризис теоретической физики. Третье издание. Краснодар. 1998. 200 с.
4. Канарёв Ф.М. Начала физхимии микромира. Краснодар, 2002. 334с.
5. Источник: <https://school1208.ru/drevnyaya-istoriya/evklid-i-ego-vklad-v-geometriyu.html>
6. Словарь русского языка. В 4-х томах. Издательство «Русский язык». М. 1981.
7. Робертсон Б. Современная физика в прикладных науках. М.: Мир, 1985.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 1. Механика. 5-е изд. — М.: Физматлит, 2004. — 224 с. — ISBN 5-9221-0055-6.
9. Фридман А.Е. Основы метрологии. Современный курс.- С-Пб.: «Профессионал», 2008.- 284с.
10. Жаров В. Е. Сферическая астрономия. Фрязино, 2006. — 480 с. ISBN 5–85099–168–9.
11. Гузевич С.Н. Условия достоверности навигационных измерений и геометризаций их описания // "Метрология" № 2-2019, С.3-12.
12. Гузевич С.Н. «Парная проективная геометрия на постулатах Евклида». Издательство: - LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2012 - 124 с.
13. Ивлев Л.С., Гузевич С.Н. Структура материи. Монография. СПб ЦНИТ «Астерион» 2017г. 183с.
14. Гузевич С.Н. «О допущениях при построении моделей электромагнитных полей»// «Авиакосмическое приборостроение» 2014, №11, С.38-49.
15. Гузевич С.Н. Описание модельных построений объектов в проективной системе координат. // Прикладная физика и математика 2016, №3. С.43-52
16. Гузевич С.Н. «Поля, объекты, их достоверное отображение, измерение и оценка» // Проблемы исследования Вселенной., т.38, выпуск 1. В свободном доступе с Scisom.ru.
17. Гузевич С.Н. «О достоверности радиолокационных измерений»// «Авиакосмическое приборостроение» 2013, №7, С.34-43.
18. Гузевич С.Н. «О допущениях при измерении электромагнитных полей» // «Авиакосмическое приборостроение» № 11, 2014, С.38-49.
19. Гузевич С.Н., Ивлев Л.С., Геометрия структуры материи. Монография. СПб ЦНИТ «Астерион» 2019г. 161с.