Терентьев В.Б.
Экспериментальное определение вероятностных показателей
авиационной техники

*ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»
(Россия, Ахтубинск)*

doi: 10.18411/sr-10-04-2019-80

idsp: sciencerussia-10-04-2019-80

Аннотация

В работе представлена методика определения соответствия определяемого в экспериментах стохастического показателя, характеризующего вероятность выполнения цели полета заданному значению согласно технического задания. Соответствие определяется при минимально необходимом числе летных экспериментов. Учитываются риски изготовителя и заказчика объекта авиационной техники. Используется метод последовательного анализа, позволяющего после выполнения каждого полета определять - продолжать дальнейшие летные эксперименты или прекращать их по достижению заданного значения. Расчет представлен в автоматизированном виде при помощи программной среды Mathcad 15.

Ключевые слова: пуассоновское распределение, вероятность выполнения цели полета, риск изготовителя, риск заказчика, техническое задание

Abstract

The paper presents a method for determining the compliance of a stochastic indicator determined in experiments, which characterizes the probability of a flight target fulfilling a given value according to the technical specification. Compliance is determined with the minimum required number of flight experiments. The risks of the manufacturer and customer of the aircraft equipment object are taken into account. The method of sequential analysis is used, which makes it possible to determine after the flight of each flight whether to continue further flight experiments or stop them when the target value is reached. The calculation is presented in an automated form using the software environment Mathcad 15.

Keywords: poisson distribution, the probability of accomplishing the flight goal, manufacturer's risk, customer's risk, technical specifications

Наиболее точно стохастические показатели, характеризующие вероятность выполнения цели полета $P_{Ц}$ объектом авиационной техники (АТ), определяются в летных экспериментах (ЛЭ). Очевидно, что такая статистическая вероятность зависит от количества ЛЭ. Экспериментальный метод определения вероятностных показателей имеет некоторые особенности, зависящие от ограничений по количеству экспериментов. При отсутствии жёстких ограничений определяются точные количественные зависимости между статистической частотой (числом успешных выполнений целей полета к их общему количеству $P_{Ц}$), действительной вероятностью, числом ЛЭ [1]. При наличии ограничений на число ЛЭ (полетов объектом АТ), ввиду их большой стоимости, необходимо определить минимальное число ЛЭ, когда действительная вероятность соответствует заданной $P_{ТЗ}$, например, установленной по техническому заданию (ТЗ). Для выполнения расчетов задаются значениями риска изготовителя (поставщика) α и риска заказчика (потребителя) β . Заданная вероятность может иметь минимальное $P_{ТЗ \min}$ и максимальное $P_{ТЗ}$ допустимое значение [2].

Если полученная по результатам ЛЭ вероятность $P_{Ц}$ больше или равна заданной вероятности $P_{ТЗ}$, то соответствие ТЗ устанавливается с вероятностью не менее $1-\alpha$.

Если вероятность $P_{\text{ц}}$ меньше или равна некоторой минимально допустимой величины $P_{\text{ТЗ min}}$, то соответствие ТЗ устанавливается с вероятностью не более β .

С целью снижения количества полетов решение о соответствии может приниматься после выполнения каждого полета, при использовании процедуры последовательного анализа [3].

Известно, что при постоянной интенсивности срыва (невыполнения) цели ЛЭ, вероятность выполнения W (срыва) полета равна N раз из n полетов и описывается пуассоновским распределением.

$$W(N) = \frac{1}{N!} \left(\frac{n}{N_0} \right)^N e^{-\left(\frac{n}{N_0} \right)}, \quad (1)$$

где $\frac{n}{N_0}$ - математическое ожидание срыва ЛЭ.

Допустимое число срывов ЛЭ N_0 определяется через противоположенную величину задаваемой максимальной вероятности $P_{\text{ТЗ}}$.

$$N_0 = (1 - P_{\text{ТЗ}})n. \quad (2)$$

Аналогично определяется максимально допустимое число срывов ЛЭ N_1 .

$$N_1 = (1 - P_{\text{ТЗ min}})n. \quad (3)$$

Граничные значения величин A и B по соответствующим рискам определяются следующими соотношениями:

$$A = \frac{1 - \beta}{\alpha};$$

$$B = \frac{\beta}{1 - \alpha}.$$

По выражениям (2) и (3) в соответствии с (1) определяются вероятности:

$$W_0(N) = \frac{1}{N!} \left(\frac{n}{N_0} \right)^N e^{-\left(\frac{n}{N_0} \right)};$$

$$W_1(N) = \frac{1}{N!} \left(\frac{n}{N_1} \right)^N e^{-\left(\frac{n}{N_1} \right)}.$$

Графическое представление этих вероятностей для следующих исходных данных ($n=10$; $P_0 = 0.8$; $P_1 = 0.7$; $N = \overline{1, n}$) представлено на рис.1.

В качестве критерия (функции) соответствия $K(N)$ берется отношение этих вероятностей.

$$K(N) = \frac{W_1(N)}{W_0(N)} = \left(\frac{N_0}{N_1} \right)^N e^{-\left(\left(\frac{1}{N_1} \right) - \left(\frac{1}{N_0} \right) \right)}.$$

Рис.1. Графическое представление расчетов

В качестве критерия (функции) соответствия $K(N)$ берется отношение этих вероятностей.

$$K(N) = \frac{W_1(N)}{W_0(N)} = \left(\frac{N_0}{N_1}\right)^N e^{-\left(\left(\frac{1}{N_1}\right) - \left(\frac{1}{N_0}\right)\right)}.$$

Вид функции соответствия и частоты успешного выполнения цели полета представлен на рис.2.

$$P_{\text{ц}}(N) = \frac{N}{m}.$$

Представленная в формуле (1) величина N в данной методике, в силу используемых соотношений, условно понимается и задается как исходная величина числа успешно выполненных целей полета.

Рис.2. Вид зависимостей функции соответствия и частоты от N

Значения критерия соответствия сравниваются с граничными значениями A и B . В целях демонстрации методики представлен расчет не по последовательности полетов, а сразу по всей совокупности ЛЭ ($n = 10$). В итоге формируется вектор (значение) результатов сравнения $R(N)$ с использованием следующей логики.

$$R(N) = \begin{cases} \text{соответствует ТЗ,} & \text{если } K(N) \leq B; \\ \text{не соответствует ТЗ,} & \text{если } K(N) \geq A; \\ \text{продолжать ЛЭ,} & \text{если } B < K(N) < A. \end{cases}$$

В среде Mathcad 15 формирование вектора результата сравнения (используется логика if «если») выглядит следующим образом

$$R(N) := \text{if} \left(K(N) \leq B, \text{"соответ."}, K(N) \geq A, \text{"не соответ."}, \text{"продолж. ЛЭ"} \right)$$

Mathcad возвращает вектор результатов (рис. 3).

	1
1	"продолж ЛЭ"
2	"продолж ЛЭ"
3	"продолж ЛЭ"
4	"продолж ЛЭ"
5	"продолж ЛЭ"
6	"продолж ЛЭ"
7	"продолж ЛЭ"
8	"соот-т"
9	"соот-т"
10	"соот-т"

Рис. 3. Вид вектора результата сравнения $R(N)$

Данный расчет выполнялся со значительными рисками ($\alpha=0.2$ и $\beta=0.2$). Для малых значений рисков ($\alpha=0.05$ и $\beta=0.05$) при тех же исходных данных кроме числа ЛЭ ($n = 12$) результат представлен на рис. 4.

Наблюдается существенный рост в расчетном плане (число n), минимально необходимого числа ЛЭ (с 8 до 12). При том, что все исходы ЛЭ в данном плане были без срывов выполнения цели полета. Если очередной ЛЭ закончится срывом цели полета, то естественно число ЛЭ будет возрастать до минимально необходимого в соответствии заданными вероятностями и рисками.

	1
1	"продолж ЛЭ"
2	"продолж ЛЭ"
3	"продолж ЛЭ"
4	"продолж ЛЭ"
5	"продолж ЛЭ"
6	"продолж ЛЭ"
7	"продолж ЛЭ"
8	"продолж ЛЭ"
9	"продолж ЛЭ"
10	"продолж ЛЭ"
11	"продолж ЛЭ"
12	"соот-т"

Рис. 4. Вид вектора результата сравнения $R(N)$

1. Терентьев В.Б., Терентьева А.В. Построение факторных моделей в инженерных расчетах. М.: Изд-во «МАИ». 2018. – 51 с.
2. Мишин В.М. Управление качеством: Учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности «Менеджмент организации» (061100)/В.М. Мишин – 2 е изд. Перераб. И доп. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. - 463 с.
3. Вентцель Е.С. Введение в исследование операций. М.: «Сов. радио». 1964.