обоснование: при каких условиях функция убывает, возрастает или перестает существовать.

При обучении моделированию можно использовать следующие этапы:

1. постановка задачи;
2. выбор переменных. Переменные можно разделить на основные (искомые) и дополнительные;
3. сбор исходной информации;
4. построение модели;
5. анализ построенной модели;
6. корректировка полученной модели.

Построение математического образа текстовой задачи зачастую вызывает трудности у обучающихся, применение основ математического моделирования позволяет решить данную трудность, так как позволяет выделять наиболее важные и интересные черты объекта.

Пример задачи на овладение этапами математического моделирования – это задача про группу людей, которые должны принять решение при условии, что существуют разные мнения.

Овладев навыками математического моделирования, обучающиеся не испытывают затруднения, если им необходимо перевести текстовое условие задания на язык математики, то есть они обладают способностью к формализации знаний, видят связи, как между объектами, так и внутри объекта, могут быстро переходить от одной операции к другой и минимизировать затраты мыслительного процесса.

Математическое моделирование позволяет сформировать у обучающихся представление о роли математических методов и о отражении реальных явлений в математике.

Помимо этого, у обучающихся развивается математическое мышление, которое проявляется в целеустремленности, активности, гибкости и точности в работе.

Математическое моделирование вместе с современной вычислительной базой ЭВМ представляет собой наиболее эффективный метод исследования различных явлений и процессов. Овладение данным методом в настоящее время является необходимым элементом развития технической культуры и востребованности на рынке труда, важной частью профессиональной подготовки и переподготовки специалистов разных направлений, включая гуманитарные.

1. Зайцева Н.А. Математическое моделирование: учебное пособие / Н.А. Зайцева. – М.: РУТ (МИИТ), 2017. – 110 с.
2. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: кн. для учителя / Н.А. Терешин. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.
3. Ходанович А. И. Математическое и компьютерное моделирование в учебных исследованиях: монография / А.И. Ходанович, И.В. Сороки-на, Д.А. Соколов. – Германия: Lambert Academic Publishing, 2012. – 125 с.

Полякова И.С.

Деление на ноль на множестве совокупных чисел

*Кубанский государственный технологический университет
(Россия, Краснодар)*

doi: 10.18411/sr-05-12-2021-08

Аннотация

В статье изучен возможность ввести деление на ноль на множестве так называемых «совокупных» чисел. Все знают, что на множестве вещественных чисел

деление на ноль невозможно, потому что возникают логические ошибки. Но, допустим, что на множестве совокупных чисел возможно, что $\frac{a}{0} = a_s$ и $a_s \cdot 0 = a$, $\frac{a}{a_s} = 0$, то есть при умножении этого числа на 0 получается а, исходное число. На этом множестве действуют все законы вещественных чисел.

Ключевые слова: деление, ноль, делимое, делитель, ассоциативность, коммутативность, совокупные числа, комплексные числа, вещественные числа.

Abstract

The article examines the possibility of introducing a division by zero on a set of so-called «aggregate» numbers. Everyone knows that on a set of real numbers, dividing by zero is impossible, because logical errors occur. But let's say that on the set of aggregate numbers, it is possible that $\frac{a}{0} = a_s$, $a_s \cdot 0 = a$, $\frac{a}{a_s} = 0$, when multiplying this number by 0, a is obtained, the original number. On this set, the weight laws of real numbers apply.

Keywords: division, zero, divisible, divisor, associativity, commutativity, aggregate numbers, complex numbers, real numbers.

Еще со времен средней школы каждый знает, что нельзя делить на 0. Это можно записать в виде: $\frac{a}{0}$, где а – делимое. 0 – делитель. Рассмотрим подробнее деление на 0.

При работе с вещественными числами это не имеет смысла, потому что:

- 1) при $a \neq 0$, $\frac{a}{0} = x$, тогда $x \cdot 0 = a$, что приводит к логическим ошибкам, так как никакое число при умножении на 0 не дает действительного числа. Если $\frac{a}{0} = 0$, то $0 \cdot 0 = a$, что также невозможно. Если $\frac{a}{0} = a$, то $0 \cdot a = a$, но при умножении на 0 должен получаться 0, как у нас принято $\frac{0 \cdot a}{0} = 0$. Возникает парадокс деления на 0.
- 2) при $a=0$, $\frac{a}{0} = x$, тогда $0 \cdot x = 0$, что выполнено для любого x и любое x может быть частным $\frac{0}{0}$.

Как когда-то стало возможным извлекать корень из отрицательного числа на множестве комплексных чисел, то можно ввести и деление на ноль на каком-либо другом множестве чисел. Допустим, назовем это множество «совокупным».

Пусть а возможно разделить на 0 и при делении получается число a_s , тогда

$\frac{a}{0} = a_s$ и $a_s \cdot 0 = a$, $\frac{a}{a_s} = 0$, то есть при умножении этого числа на 0 получается а, исходное число. Если $a=0$, то $\frac{0}{0} = 0$, То ест любое число а при делении на 0 получает

на множестве совокупных чисел соответствующее ему число a_s , на множестве которых действуют те же самые законы, что и на множестве действительных чисел.

$$a_s + b_s = (a + b)_s \quad \text{- сложение;}$$

$$a_s - b_s = (a - b)_s \quad \text{- вычитание;}$$

$$a_s \cdot b_s = (ab)_s \quad \text{- умножение;}$$

$$a_s : b_s = (a : b)_s \quad \text{- деление;}$$

$$a_s^n = (a^n)_s \quad \text{- возведение в степень;}$$

$$\sqrt[n]{a_s} = (\sqrt[n]{a})_s \quad \text{- извлечение корня.}$$

Приведем примеры решений на множестве совокупных чисел.

$$\frac{5}{0} = 5_s \quad \frac{3}{0} = 3_s$$

Пусть 0 и 0 , при этом $5_s \cdot 0 = 5$ и $3_s \cdot 0 = 3$, тогда $5_s + 3_s = 8_s$;

$$5_s - 3_s = 2_s;$$

$$5_s \cdot 3_s = 15_s;$$

$$5_s \div 3_s = 1\frac{2}{3}_s$$

$$(5_s)^2 = 25_s$$

$$\sqrt{36_s} = 6_s$$

Определим, какими свойствами обладает введенное множество совокупных чисел (S). Будет удобно обозначить комплексные числа, например, буквой T. Рассмотрим основные свойства сложения для любых совокупных чисел.

- 1) Тогда на данном множестве операция сложения является коммутативной: $T_1 + T_2 = T_2 + T_1$.
- 2) На данном множестве операция сложения является ассоциативной (сочетательность): $(T_1 + T_2) + T_3 = T_1 + (T_2 + T_3)$.
- 3) Совокупное число 0_s выполняет функцию нуля: $T_1 + 0_s = T_1$ при $\forall T \in S$
- 4) Выполняется свойство противоположного элемента: $T_1 + (-T_1) = 0$.
- 5) Выполняется вычитание через сложение: $T_1 - T_2 = T_1 + (-T_2)$.

Теперь определим основные свойства умножения для любых совокупных чисел.

- 1) Коммутативность: $T_1 \cdot T_2 = T_2 \cdot T_1$.
- 2) Ассоциативность: $(T_1 \cdot T_2) \cdot T_3 = T_1 \cdot (T_2 \cdot T_3)$.
- 3) 1_s выполняет роль совокупной единицы, то есть $1_s \cdot T = T$ при $\forall T \in S$.
- 4) Свойство нуля: $T_1 \cdot 0_s = 0_s$.
- 5) Также для операций сложения и умножения выполняется закон дистрибутивности умножения относительно сложения:

$$T_1 \cdot (T_2 + T_3) = T_1 \cdot T_2 + T_1 \cdot T_3 \quad \text{– дистрибутивность слева.}$$

$$(T_2 + T_3) \cdot T_1 = T_2 \cdot T_1 + T_3 \cdot T_1 \quad \text{– дистрибутивность справа.}$$

Рисунок 1. Иерархия чисел, включая совокупные

На рисунке 1 представлена диаграмма иерархии чисел, включая совокупные.

1. Выгодский М. Я. Справочник по элементарной математике. – М.: АСТ, 2006. – 509 с.
2. Глазков Ю. А., Варшавский И. К., Гаиашвили М. Я. Комплексные числа. 9–11 классы. – М.: Экзамен, 2012. – 157 с.
3. Евграфов М. А. Аналитические функции. – 2-е изд., перераб. и дополн. – М.: Наука, 1968. – 472 с.
4. Кириллов А. А. Что такое число?. – М., 1993. – 80 с.