РАЗДЕЛ I. МАТЕМАТИКА

Федотов А.И.¹, Лисин С.К.²

Моделирование нелинейных колебаний измерительных систем

¹СПб политехнический университет Петра Великого²СПб национальный минерально-сырьевой университет «Горный»
(Россия, Санкт-Петербург)

doi:10.18411/spc-16-01-2018-01

idsp: 000001:spc-16-01-2018-01

Abstract

The article presents the results of the study of amplitude-frequency $\alpha(\lambda)$ parameters of measuring vibration of the system in standalone mode. Identified components of values of period, amplitude and offset of the center of free oscillations $\alpha_0(\lambda)$ of the nonlinear measurement system.

Dependences characterizing the influence of the relative stiffness of the system and the test object in the frequency spectrum of free oscillations.

Для исследования вибраций физико-технических систем используются установленные теоретические закономерности на основе не только асимптотических, но и точных методов. К числу разновидностей методов теории нелинейных колебаний относятся метод гармонического баланса, разложений по степеням малого параметра, фазового отображения, «сшивания» решений, интегрирования в квадратурах и другие. Несмотря на функциональную общность механических, электромагнитных, звуковых колебаний каждый из них характеризуется принципиально отличным носителем информации присущих свойств исследуемых процессов или объектов.

Вибрационно-контактные системы контроля свойств материалов снабжаются устройствами, подвижные системы которых обеспечивают периодический контакт с изделием. Подобные режимы не связаны с необходимостью возбуждения соответствующих колебаний в самом изделии. Изучение вибрационных процессов машин, механизмов, средств измерительной техники, в том числе средств оценки локальных физических свойств материалов (чаще всего жесткости, твердости), связано с построением и анализом математических моделей режимов вынужденных и свободных колебаний.

Внутренние свойства вибрационно-контактной измерительной системы [1, с. 270-273] в первом приближении отображаются одномерной кусочно-линейной характеристикой

$$f(\zeta) = \begin{cases} \zeta, \zeta \leq 1, \\ k\zeta, \zeta > 1, \end{cases}$$

где k – коэффициент жесткости упругого подвеса и объекта контроля;

ζ – безразмерная координата перемещения измерительного наконечника.

Для решения модели свободных колебаний вибрационно-контактной системы, соответствующей $f(\zeta)$, используется метод интегрирования в квадратурах. Подобная задача сводится к анализу амплитудно-частотных режимов вибрационно-контактной системы с учетом её свойств, отвечающих $f(\zeta)$. Реализация интегрального метода позволяет определить составляющие периода τ_1 , τ_2 , амплитуду α , частоту λ ,

смещение центра α_0 свободных колебаний. Смещение центра колебаний обусловлено отклонениями измерительного наконечника от положения статического равновесия в момент выхода автономной системы из равновесного состояния.

Ключевые зависимости амплитуды $\alpha(\lambda)$ и смещения центра колебаний $\alpha_0(\lambda)$ в частотной области в соответствии с принятым методом строятся с учетом локальных свойств (жесткости, твердости) объекта контроля вибрационно-контактной системы. При этом зависимости $\alpha = u(k)$ и $\alpha_0 = \varphi(k)$ представляют параметры колебательного процесса, зависящие от внутренних свойств автономной системы.

В случае значительного отличия жесткости объекта контроля и жесткости упругого подвеса характеристика $f(\zeta)$ системы становится существенно-нелинейной. Существенно-нелинейная характеристика $f(\zeta)$ системы содержит узловую точку $\zeta = 1$.

Рассматриваемый метод позволяет, не прибегая к графическим построениям, определить с помощью аналитических моделей составляющие периода τ_1, τ_2 , а также значения отклонений измерительного наконечника от положения равновесия α_1, α_2 и значения смещения центра свободных колебаний α_0 в частотной области. Составляющие периода колебаний τ_1, τ_2 соответствуют перемещениям автономной вибрационно-контактной системы на участках $1 \leq \zeta \leq \alpha_1, \alpha_2 \leq \zeta < 1$.

Для построения амплитудно-частотной зависимости системы, устанавливаются компоненты функции $\alpha_2 = v(\alpha_1)$. Графические зависимости $\alpha = f(\lambda)$ автономной вибрационно-контактной системы с учетом её локальных свойств ($k=1.1, k=2$) приведены на рис. 1.

Рис. 1. Графические зависимости $\alpha = f(\lambda)$ системы

Графики функции $\alpha = f(\lambda)$ характеризуют взаимосвязь амплитуды колебаний измерительного наконечника вибрационно-контактной системы с локальной жесткостью поверхности объекта контроля. Установленная функция амплитуды

позволяет предсказать режим и использовать вибрационно-контактное средство (преобразователь) для оценки физико-механических свойств контролируемого изделия в режиме вынужденных колебаний. При этом графики $\alpha = f(\lambda)$ могут использоваться в качестве экспрессных характеристик. Графические зависимости $\alpha_0 = f(\lambda)$ смещения центра колебаний автономной вибрационно-контактной системы с учетом её локальных свойств по параметру k представлены на рис. 2.

Рис .2. Графические зависимости $\alpha_0 = f(\lambda)$ системы

Смещение центра колебаний измерительного элемента является функцией измеряемых α , α_1 , α_2 и устанавливаемых параметров k , λ . Приведенная графическая зависимость α_0 позволяет обеспечить исследователю возможность выбора вибрационно-контактного преобразователя и способа оценки свойств контролируемого изделия. Расчетные данные функций $\alpha = f(\lambda)$ и $\alpha_0 = f(\lambda)$ приведены в табл. 1.

Таблица 1

	K=1.1			K=2		
a1	lambda	alfa	alfa0	lambda	alfa	alfa0
1.01	22.80	1.010002	2.48e-6	26.05	1.010025	2.48e-6
1.02	16.16	1.02001	9.8e-6	18.44	1.020098	9.8e-5
1.03	13.22	1.030022	2.18e-5	15.08	1.030218	0.000218
1.04	11.48	1.040038	3.85e-5	13.07	1.040384	0.000384
1.05	10.29	1.050006	5.95e-5	11.70	1.050595	0.000595
1.06	9.42	1.060085	8.49e-5	10.70	1.060848	0.000848
1.07	8.74	1.070114	0.000114	9.92	1.071144	0.001144
1.08	8.19	1.080148	0.000148	9.29	1.081479	0.001479
1.09	7.74	1.090186	0.000186	8.77	1.091855	0.001855
1.1	7.36	1.100227	0.000227	8.33	1.102268	0.002268
1.11	7.04	1.110272	0.000272	7.95	1.112719	0.002719
1.12	6.75	1.120321	0.000321	7.62	1.123205	0.003205
1.13	6.50	1.130374	0.000374	7.34	1.133727	0.003727
1.14	6.28	1.14043	0.00043	7.08	1.144282	0.004282
1.15	6.08	1.150489	0.000489	6.85	1.154871	0.004871
1.16	5.90	1.160551	0.000551	6.64	1.165491	0.005491
1.17	5.74	1.170617	0.000617	6.45	1.176143	0.006143
1.18	5.59	1.180686	0.000686	6.28	1.186825	0.006825
1.19	5.45	1.190758	0.000758	6.12	1.197536	0.007536
1.2	5.32	1.20833	0.000833	5.98	1.208286	0.008276

Из изложенного следует, что полученные результаты исследования математической модели свободных колебаний представляют собой зависимости амплитуды $\alpha(\lambda)$, смещения центра колебаний $\alpha_0(\lambda)$ и параметров жесткой характеристики $f(\zeta)$ нелинейной вибрационно-контактной системы. Выполненные исследования модели свободных колебаний позволяет обеспечить проведение обоснованного прогнозирования физико-механических свойств автономной системы. В процессе изучения, проектирования и применения средств вибрационного контроля приведенная математическая модель является актуальной, так как включает в рассмотрение параметры жесткости или твердости, которые характеризуют локальные свойства контролируемого материала изделия. При этом рассматриваемая модель свободных колебаний позволяет предопределить формат режима вынужденных колебаний. Исследователю в области теории измерений и специалисту по проектированию средств вибрационного контроля приведенный анализ моделей режимов автономных систем послужит важной информационной основой при изучении колебаний.

1. Федотов А.И., Лисин С.К., Научно – технические ведомости № 4-1 (183) – СПбГПУ, 2013, с. 270-273.
2. Вибрации в технике. Защита от вибраций и ударов; Т.6: Справочник / Под ред. К.В. Фролова/. М.: Машиностроение, 1981. - 456 с.
3. Федотов, А.И. Теория измерений /А.И. Федотов, С.К. Лисин, Г.С. Морокина. – СПб.: Изд-во Политех. ун-та, 2013. – 325 с.
4. Лисин С.К., Федотов А.И. Научно – технические ведомости № 3 (84) – СПбГПУ, 2009, с. 181-184.
5. Victor Wovk. Machinery Vibration: Measurement and Analysis. McGraw – Hill Professional, 1991, 358 p.
6. Cyril M. Harris. Shock and Vibration Handbook. McGraw – Hill, 1996, 1000 p.