Секция: Информационные технологии

УДК 519.86

ББК 22.183

Осипов Геннадий Сергеевич, д. тех. наук

Сахалинский государственный университет, г. Южно-Сахалинск

E-mail: Osipov@rambler.ru

ПРОСТЕЙШИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕЧЕТКОЙ ЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ ОБМЕНА

***Аннотация:** Целью исследования является разработка простого метода решения линейной задачи обмена в нечеткой постановке в случае, когда исходные данные известны неточно и представлены в виде треугольных чисел, семантический смысл которых близок к высказываниям на естественном языке.*

Поиск решения сводится к решению типовых экстремальных задач.

Приводится сравнение результатов расчета по простейшему методу с полученными решением систем линейных алгебраических уравнений с нечеткими числами.

***Ключевые слова:** линейная модель обмена, нечеткие исходные данные, экстремальные задачи.*

Введение

Современное состояние отраслей науки, как и всего человечества в целом, характеризуется отходом от «четкого» биполярного восприятия реальности типа «черное или белое», «плюс или минус» (причем с исключаяющим «или») к пониманию того, что на смену простейших биосоциальных и экономико-ориентированных организаций пришли сложные многоуровневые, многогранные и многофакторные системы, не поддающиеся примитивным однозначным оценкам.

Реальные процессы принятия нетривиальных управленческих решений всегда сопряжены с поиском компромисса. Очевидно все понимают, что «черное это плохо, а белое – хорошо», но на практике постоянно возникает необходимость и потребность определить, где проходит грань, которая позволяет говорить о том, что одно решение может быть признано «допустимым», а другое – нет. Эта грань по своей природе является нечеткой, зависящей от множества условий, причин и обстоятельств.

Даже взаимодействие нескольких уникально правильных «четких» законов может привести к «неожиданному» решению, характерному для основ системного анализа – «объединение нескольких подсистем в систему может порождать свойства, которыми исходные подсистемы не обладали». Полученное новое знание неизбежно приведет к переосмыслению тех основ, которые привели к его появлению, а значит и самого нового знания и т.д.

Более того, в настоящее время намечается перевод ЭВМ с двоичной на троичную систему счисления, как более емкую, «быстродействующую» и приближенную к реалиям, когда кроме «+» и «–» существует еще и «0», предписывающий новый виток познания. Следует отметить, что в 60-х годах XX века в СССР были разработаны троичные ЭВМ. Однако о них надолго «забыли» погнавшись за легкими решениями и технологиями (приносящими быструю прибыль), которые свои «физические» возможности к настоящему моменту полностью исчерпали. Можно прогнозировать дальнейшее эволюционное усложнение основ функционирования ЭВМ в направлении реализации нейро-нечетких машин вывода и баз знаний, а также систем искусственного интеллекта[1].

Происходящее в настоящее время и перспективное переосмысление идеологии функционирования, моделирования и прогнозирования поведения сложных систем [2, 3] диктует необходимость (пере)формулирования и формализации основных моделей социально-экономического развития на макро и микроуровнях. В представленной работе предложена простейшая реализация модели обмена (международной торговли) в нечеткой постановке.

1. Постановка задачи

Рассмотрим экономическую систему из n стран, торгующих между собою.

Известно, что каждая из стран располагает денежными средствами (торговым бюджетом), которые она может расходовать на покупку товаров (у этих n стран), причем присутствует неопределенность, связанная с тем, что исходные данные определены неточно и представлены в виде нечётких треугольных чисел.

Необходимо определить, каким должно быть соотношение торговых бюджетов стран системы, чтобы торговля между ними была сбалансированной, т.е. бездефицитной для всех стран системы.

Допущение: торговый бюджет все страны расходуют полностью.

Сформулированная задача известна как проблема выбора стран для торговли (линейная модель международной торговли, или обмена).

1 Основные понятия

Полагается известной нечеткая структурная матрица торговли $\tilde{M} = (\tilde{m}_{ij})_{i=1, \overline{n}}^{j=1, \overline{n}}$ элементы которой $\tilde{m}_{ij}$ – нечеткие числа, определяющие долю торгового бюджета j -й страны, которую она тратит на закупку товаров у i -й страны.

Можно показать, что проблема выбора партнеров для торговли сводится к нахождению нечеткого собственного вектора $\tilde{x}$ структурной матрицы $\tilde{A}$, соответствующего ее собственному значению равному единице.

Традиционно (при четких исходных данных) для нахождения компонент собственного вектора решается система линейных однородных уравнений вида: $Ax=x$. Известно, что нахождение собственных векторов является нетривиальной задачей.

Введя простейшие арифметические операции с треугольными нечеткими числами полученную систему нечетких однородных линейных алгебраических уравнений можно (в принципе) решить, например, методом Гаусса [4].

Однако решение систем линейных уравнений с нечеткими числами является трудоемкой задачей, причем следует отметить, что результат умножения (и деления) треугольных чисел уже таковым не является, а это еще больше увеличивает трудоемкость необходимых вычислительных операций.

2 Метод решения

Сформулируем экстремальную задачу для определения компонент собственного вектора:

$$\begin{aligned} (D, f): f(x) &= \|Mx - x\| \rightarrow \min, \\ D &= \left\{ x \in \mathbf{R}_+^n : \sum_{i=1}^n x_i = X \right\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Задачу (1) необходимо будет решить три раза для чисел (m_L, m, m_R) , определяющих координаты вершин треугольных чисел, формирующих структурную матрицу торговли. Таким образом все компоненты собственного вектора, являющегося решением задачи будут также представлять собой нечеткие треугольные числа.

Введем понятие интервала α -уровня нечеткого числа:

$$A_\alpha = [a_L(\alpha); a_R(\alpha)]$$

где $a_L(\alpha)$ и $a_R(\alpha)$ – левая и правая граница интервала α -уровня нечеткого числа. Тогда можно определить следующие характеристики нечетких чисел.

1. Среднее значение нечеткого числа:

$$m(\tilde{A}) = \int_0^1 \frac{a_L(\alpha) + a_R(\alpha)}{2} d\alpha, \quad (2)$$

2. Ширина нечеткого числа [5]

$$\begin{aligned} W(\tilde{A}) &= \int_0^1 (a_R(\alpha) - a_L(\alpha)) p(\alpha) d\alpha \\ \int_0^1 p(\alpha) d\alpha &= 1 \end{aligned} \quad (3)$$

3. Расстояние Минковского между двумя нечеткими числами можно найти по следующей формуле [6]:

$$d_M(\tilde{A}, \tilde{B}) = \left(\int_0^1 \left(|b_R(\alpha) - a_R(\alpha)|^p + |b_L(\alpha) - a_L(\alpha)|^p \right) d\alpha \right)^{1/p} \quad (4)$$

$$p \geq 1$$

3 Пример

Рассмотрим задачу, основанную на линейной модели международной торговли [4] для которой нечеткая структурная матрица торговли имеет вид:

$$\tilde{A} = \frac{1}{12} \begin{pmatrix} (4, 0; 4; 4, 0) & (2, 8; 3; 3, 1) & (5, 8; 6; 6, 1) \\ (3, 8; 4; 4, 2) & (5, 8; 6; 6, 2) & (5, 9; 6; 6, 2) \\ (3, 9; 4; 4, 4) & (2, 9; 3; 3, 3) & (0, 0; 0; 0, 0) \end{pmatrix}.$$

Исходные данные представлены в виде нечетких треугольных чисел [7].

Решив задачу (1) с бюджетным ограничением $\tilde{X} = (15, 18, 21)$ получим:

$$\tilde{x} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5, 01; 6; 6, 82 \\ 6, 60; 8; 9, 40 \\ 3, 39; 4; 4, 78 \end{pmatrix}$$

Сравним с «эталонным» решением, полученным в результате решения систем линейных уравнений с нечеткими треугольными числами [4].

$$\tilde{x}^0 = \begin{pmatrix} 5, 10; 6; 6, 81 \\ 6, 62; 8; 9, 44 \\ 3, 28; 4; 4, 75 \end{pmatrix}$$

В соответствии с формулой (2), очевидно, средние значения чисел совпадают. На основании (3) ширина нечетких чисел, соответственно

$$W(\tilde{x}) = \begin{pmatrix} 0, 90 \\ 1, 40 \\ 0, 70 \end{pmatrix}, \quad W(\tilde{x}^0) = \begin{pmatrix} 0, 85 \\ 1, 41 \\ 0, 74 \end{pmatrix}.$$

Относительное расстояние Минковского (4) между числами при $p=3$ будет равно

$$\delta_M(\tilde{x}, \tilde{x}^0) = \begin{pmatrix} 0, 046 \\ 0, 023 \\ 0, 056 \end{pmatrix}.$$

4 Выводы

Предложенный простейший метод решения линейной задачи международной торговли, основанный на решении типовых экстремальных задач, дает результаты близкие к соответствующим значениям, полученным с помощью трудоемкой процедуры решения систем уравнений с нечеткими треугольными числами.

Список литературы:

1. Экономическая информатика / Колесов Д. Н., Конюховский П. В., Осипов Г.С., Евстратчик С. В. и др.; под ред. П. В. Конюховского, Д. Н. Колесова. СПб.: Питер (Санкт-Петербург), 2001. 555 с.
2. Osipov G. Building ratings with fuzzy initial information. Global competition on the markets for labor, education and innovations: 2nd edition, research articles, B&M Publishing, San Francisco, California. 2016, pp. 4-9.
3. Osipov G. S. Multi-criteria analysis of systems at fuzzy criteria. Austrian Journal of Technical and Natural Sciences, 2016, no. 3-4, pp. 82-84 DOI: [10.20534/AJT-16-3.4-82-84](https://doi.org/10.20534/AJT-16-3.4-82-84)
4. Осипов Г. С., Вашакидзе Н. С., Филиппова Г.В. Матричные экономико-математические модели в нечеткой постановке // Постулат. 2016. №8(10). С. 3.
5. Насибов Э. Н. Некоторые интегральные показатели нечетких чисел и визуально-интерактивный метод определения стратегии их вычисления// Известия РАН. Теория и системы управления, 2002, № 4, с. 82-88.
6. Осипов Г. С. Анализ косвенных методов построения функций принадлежности // Современный научный потенциал и перспективные направления теоретических и практических аспектов: сборник научных статей по итогам международной научно-практической конференции, г. Санкт-Петербург 27-28 февраля 2017. – СПб: Изд-во КультИнформПресс 2017. – С. 90-92. – ISBN 978-5-8392-0632-8. – URL: <http://elibrary.ru/item.asp?id=28393788>
7. Осипов Г.С. Синтез лингвистических оценок по шкале Саати. Актуальные вопросы науки и практики XXI в.: материалы 5-й Международной

научно–практической конференции (05-08 апреля 2017 г.). Нижневартовск:
Издательский центр «Наука и практика», 2017. С. 30-35. Режим доступа:
<http://www.konferenc.com/konferenc-5> (дата обращения 05.04.2017).
DOI: [10.5281/zenodo.495162](https://doi.org/10.5281/zenodo.495162)