2. Нахатакян Ф.Г., Косарев О.И., Леонтьев М.Ю., Пузакина А.К. Расчетное определение коэффициента изгибных напряжений на зубьях зубчатых колес при перекосе // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2010, № 2, с. 61- 69.
3. Нахатакян Ф.Г., Нахатакян Д.Ф. Метод получения ядра интегрального преобразования изгибной деформации зуба // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2019. № 1. С. 85-90.
4. Нахатакян Ф.Г. Контактные напряжения и деформации цилиндров при наличии перекоса // Вестник машиностроения. 2011. № 10. с. 45- 48.
5. Нахатакян Ф.Г., Нахатакян Д.Ф. Распределение контактной нагрузки вдоль цилиндров при перекосе // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2018. № 2. С. 51-54.
6. Нахатакян Ф.Г. Решение плоской контактной задачи теории упругости с помощью модели упругого полупространства // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2011. № 5. с. 63-67.
7. Нахатакян Ф.Г., Нахатакян Д.Ф. Расчетный метод определения суммарной контактной деформации упругих тел конечных размеров на линейном контакте // Приводы и компоненты машин. 2016. №1-2(19). С.17-20.
8. Ковальский Б.С. Напряженное состояние и критерий прочности при контактном сжатии. Научные Записки Харьковского авиационного института. Харьков, 1941. т.5.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика, т.8. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 246 с.

Нахатакян Ф.Г.¹, Дмитриев В.Г.², Нахатакян Д.Ф.¹

К расчету концентрации изгибных напряжений в косозубых передачах в условиях перекоса

¹*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН*

²*Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет)*
(Россия, Москва)

doi:10.18411/sciencepublic-12-08-2020-06

idsp: sciencepublic-12-08-2020-06

Аннотация

В работе с помощью предложенного метода решен вопрос по определению концентрации изгибных напряжений зубьев косозубых колес при перекосе. Получены расчетные формулы для определения параметров контакта для прочностных расчетов, в том числе и коэффициента концентрации изгибных напряжений, контактной деформации, контактной жесткости.

Ключевые слова: косозубая передача; угол перекоса; коэффициент концентрации напряжений; изгибные напряжения; жесткость косозубого зацепления при перекосе; эквивалентное колесо.

В зубчатых зацеплениях в результате упругих деформаций, износа, погрешностей изготовления и монтажа, появляется перекос между боковыми поверхностями зубьев и нагрузка по ширине зубчатого венца распределяется не равномерно. Она распределяется равномерно только в идеальных механизмах [1].

При наличии перекоса коэффициент концентрации контактных деформаций (коэффициент угла перекоса K_γ) для прямозубых колес определяется из решения задачи о контакте двух цилиндров в условиях перекоса [2, 3]

$$K_\gamma = 1 + 0,5\chi \quad \text{при } \chi \leq 2, \text{ и}$$

$$K_\gamma = \sqrt{2}\chi^{0,5} \quad \text{при } \chi > 2, \quad (1)$$

где нагрузочный параметр $\chi = l\gamma / \alpha_H$; здесь l - длина контактной площадки (в отсутствии перекоса совпадает с шириной зубчатого венца),

$$\gamma = \gamma_T - \gamma_\delta \quad (2)$$

— расчетный угол перекоса, $\gamma_T; \gamma_\partial$ - исходный (технологический) и деформативный углы соответственно; α_H - контактная деформация при отсутствии перекоса, которая согласно работе [4] определяется

$$\alpha_H = -4q\theta[\ln(4R/b_H) - 0,5],$$

где $\theta = \frac{\lambda + 2\mu}{4\pi\mu(\lambda + \mu)}$, здесь λ и μ постоянные Ламе [5], R – приведенный радиус кривизны в рассматриваемой точке контакта; q – погонная нагрузка; b_H – полуширина полосы контакта по Герцу, $b_H = 2\sqrt{qR\theta}$.

Согласно работе [5] деформативный угол определяется

$$\gamma_\partial / \gamma_T = 0,506\beta_o^{0,11}(1/\chi)^{0,296}, \quad (3)$$

где β_o – безразмерный параметр длины зуба-балки на упругом основании, согласно работе [6] $\beta_o = L/l, lY_p$; $L = l/h$; $Y_p = y_p/h$, здесь h – толщина зуба в текущей точке; y_p – высота зуба по делительной окружности.

Расчет параметров контакта косозубого колеса с углом наклона зубьев β в условиях перекоса γ будем вести с использованием эквивалентного прямозубого колеса [7].

Контактная податливость δ зубчатого зацепления прямозубой передачи определяется из соотношения

$$\alpha_H = ql\delta, \quad (4)$$

или, согласно работе [8]

$$\alpha_H = 4q\theta \cdot \ln(2,124\sqrt{EC/qR}), \quad (5)$$

где C – приведенная толщина зубьев; E – приведенный модуль упругости материалов.

Из формул (4) и (5) можно определить контактную жесткость K

$$K^{-1} = \delta = 4\theta \cdot \ln(2,124\sqrt{EC/qR})/l.$$

Для прямозубого эквивалентного колеса контактная деформация в отсутствие перекоса будет определяться

$$\alpha_H^v = q_v l_v \delta_v, \quad (6)$$

где согласно принятому подходу, длина контактной линии l_v (и соответственно длина зуба эквивалентного колеса) определяется

$$l_v \equiv b_w / \cos\beta,$$

где b_w – ширина зубчато венца. Здесь и далее параметры с индексом "v" будут относиться к эквивалентному колесу. Удельная нагрузка определяется

$$q_v = F_t^v / (l_v \cos\alpha_w),$$

или, учитывая что окружная сила F_t^v в зацеплении для эквивалентного колеса

$$F_t^v = 2T / d_v = 2T \cos^2\beta / d, \text{ то удельная нагрузка будет}$$

$$q_v = \frac{2T}{db_w \cos\alpha_w} \cos^3\beta,$$

где T – крутящий момент на валу; d – делительный диаметр косозубого колеса; α_w – угол зацепления. Следовательно, податливость определяется

$$\delta_v = 4\theta \cos\beta \ln(2,124\sqrt{EC_v/q_v R_v})/b_w,$$

где $C_v \equiv C$ т.к. модули зацепления одинаковые у эквивалентного и исходного колес.

Подставляя полученные значения в (6), для контактной деформации эквивалентного колеса в отсутствие перекоса получаем выражение

$$\alpha_H^v = \frac{2T}{db_w \cos \alpha} \cos^3 \beta \cdot 4\theta \cdot \ln \left(2,124 \sqrt{\frac{EC_v}{q_v R_v}} \right).$$

И, наконец, контактная деформация косозубого зацепления при перекосе определяется

$$\alpha_\gamma = K_\gamma^v \alpha_H^v, \quad (7)$$

где нагрузочный параметр χ в коэффициенте угла перекоса K_γ в формуле (1) для эквивалентного колеса вычисляется по формуле

$$\chi_v = l_v \gamma_v / \alpha_H^v, \quad (8)$$

при этом углы перекоса – расчетный и деформативный, определяются по формулам (2) и (3) с параметрами эквивалентного колеса, т.е.

$$\gamma_v = \gamma_T - \gamma_\partial^v, \text{ и } \gamma_\partial^v / \gamma_T = 0,506 \beta_o^{0,11} (1 / \chi_v)^{0,296}.$$

Контактные напряжения $\sigma_{H\gamma}^v$ при перекосе для эквивалентного колеса определяются [3]

$$\sigma_{H\gamma}^v = \sqrt{K_\gamma^v} \cdot \sigma_H^v.$$

Тогда длина пятна контакта l_k в долях l_v , учитывая результаты работы [3], определяется

$$\bar{l}_k = l_k / l_v = K_\gamma^v / \chi_v.$$

Подход расчета изгибных напряжений для косозубых колес аналогичен вышеизложенному. Коэффициент концентрации изгибных напряжений K_σ для прямозубых колес при перекосе определяется [9]

$$K_\sigma(0) = 1 + 0,754 \beta_o^{0,5} (K_\gamma - 1)^{0,59}, \text{ в сечении } x=0;$$

$$K_\sigma(l) = 1 - 2,713 \beta_o^{-0,72} (K_\gamma - 1)^{0,097}, \text{ в сечении } x=l \quad (9)$$

$$K_\sigma(\bar{x}) = [K_\sigma(0) - K_\sigma(l)] \cdot (1 - \bar{x})^n + K_\sigma(l), \text{ в текущем сечении } \bar{x},$$

здесь $n = 1 + 0,029(K_\gamma - 1)^{n_3}$; $\bar{x} = x/l$; $n_3 = 0,84 \beta_o^{0,7}$.

Соотношения (9) с учетом зависимости (1) можно переписать

$$K_\sigma(0) = 1 + 0,54 \beta_o^{0,5} \chi^{0,47}$$

$$K_\sigma(l) = 1 - 2,56 \beta_o^{-0,72} \chi^{0,078}.$$

Для большинства типоразмеров зубьев $\beta_o = 3$, тогда коэффициенты концентрации изгибных напряжений примут вид

$$K_\sigma(0) = 1 + 0,935 \chi^{0,47}$$

$$K_\sigma(l) = 1 - 1,16 \chi^{0,078} \quad (10)$$

$$n = 1 + 0,01 \chi^{1,4}; n_3 = 1,81.$$

И наконец, коэффициенты концентрации изгибных напряжений эквивалентного колеса K_σ^v определяются с помощью соотношений (10), где нагрузочный параметр χ_v вычисляется по формуле (8).

Для проверки достоверности полученных зависимостей, на рис.1. показано сопоставление расчетных и экспериментальных исследований

Рис.1. Сопоставление расчетных (линия) и экспериментальных (точки) зависимостей длины пятна контакта от нагрузки в безразмерном виде; ■ - правый п/шеvron; ▲ - левый п/шеvron

длины пятна контакта в косозубом зубчатом зацеплении от нагрузки в безразмерном виде. Эксперименты были проведены в институте машиноведения им. А.А. Благонравова [10]. При варьировании нагрузки была определена длина пятна контакта. На графике они показаны в безразмерном виде в долях ширины зубчатого венца – $\bar{l}_k = l_k / b_w$ в зависимости от безразмерной нагрузки $\bar{P} = P / P_{max}$, где l_k – длина пятна контакта, b_w – ширина зубчатого венца; P , P_{max} – текущая и максимальная нагрузки. Удовлетворительное соответствие экспериментальных (точки) и расчетных (линия) данных говорит о правильности предложенного метода.

1. Решетов Д.Н. Детали машин. М.: Машиностроение, 1989. 496 с.
2. Айрапетов Э.Л., Нахатакян Ф.Г. Влияние изгибной деформации зубьев прямозубых цилиндрических передач на параметры контакта зубьев. Вестник машиностроения, 1990, № 8, с.21-23.
3. Нахатакян Ф.Г. Контактные напряжения и деформации цилиндров при наличии перекоса // Вестник машиностроения. 2011. № 10. с. 45- 48.
4. Нахатакян Ф.Г. Решение плоской контактной задачи теории упругости с помощью модели упругого полупространства // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2011, № 5, с. 63-67.
5. Нахатакян Ф.Г. Напряженно- деформированное состояние упругих элементов зубчатых механизмов и сооружений при их линейном и кромочном контакте. Диссертация ... доктора технических наук. ИМАШ РАН, М. 2014.
6. Айрапетов Э.Л., Генкин М.Д., Ряснов Ю.А. Статика зубчатых передач. М.: Наука, 1983. 142 с.
7. Иосилевич Г.Б., Лебедев П.А., Стреляев В.С. Прикладная механика. М.: Машиностроение, 1985. 576 с.
8. Нахатакян Ф.Г., Нахатакян Д.Ф. Расчетный метод определения суммарной контактной деформации упругих тел конечных размеров на линейном контакте // Приводы и компоненты машин. 2016. №1-2(19). С.17-20.
9. Нахатакян Ф.Г., Косарев О.И., Леонтьев М.Ю., Пузакина А.К. Расчетное определение коэффициента изгибных напряжений на зубьях зубчатых колес при перекосе // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2010, № 2, с. 61- 69.
10. Айрапетов Э.Л., Генкин М.Д. Статика планетарных механизмов. М.: Наука, 1976, 263 с.