Кузин С.И., Никольский В.В.

Математическое моделирование динамики падения цилиндрического тела на плоскость

ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет»
(Россия, Тула)

doi:10.18411/sciencepublic-12-07-2019-07

idsp: sciencepublic-12-07-2019-07

Аннотация

В статье рассмотрен процесс математического моделирования динамики падения цилиндрического тела на плоскость с использованием метода систем неудерживающих связей [1].

Ключевые слова: теоретическая механика, механические системы с неудерживающими связями, динамика падения цилиндрического тела, математическое моделирование. удар.

Для моделирования процесса падения цилиндрического тела на плоскость (рис. 1) воспользуемся математическим описанием, представленным в [1].

Положим, что тело может вращаться только относительно оси, перпендикулярной плоскости рис. 1, и пренебрежем силами трения. Начало собственной системы координат $G\xi\eta$ тела совместим с его центром масс. При построении симметричной положительно определенной матрицы C [2] для функционалов [1] цилиндрическое тело будем рассматривать как твердое с местными деформациями и одинаковыми жесткостями в предполагаемых точках контакта. Допустим также, что активные силы не входят в функционал для определения реализующейся расчетной схемы. Матрица C , в силу принятых допущений будет единичной. Окончательно математическое описание ударного взаимодействия принимает вид:

$$\begin{aligned}\dot{\bar{q}}^+ &= \dot{\bar{q}}^- + JG^{-1}J^T\bar{S}, \\ \frac{1}{2}\bar{S}^T\bar{S} &\rightarrow \min_{\bar{S}}, \\ JG^{-1}J^T\bar{S} - \bar{\aleph} &= -J\dot{\bar{q}}^-E_S - \bar{\Gamma}, \\ \bar{\aleph}^T\bar{S} &= 0, \\ \bar{\aleph} &\geq 0, \\ \bar{S} &\geq 0,\end{aligned}$$

где $\dot{\bar{q}}^-$, $\dot{\bar{q}}^+$ обобщенные скорости цилиндра до и после соударения соответственно;

$\bar{S}$ – вектор импульсов реакций связей;

J – матрица Якоби системы связей;

G – матрица инерционных характеристик системы;

$\bar{\Gamma}$ – матрица оценки реализации связей;

E_S – матрица коэффициентов восстановления;

$\bar{\aleph}$ – матрица дополнительных переменных.

Рис. 1

Координаты точек, которыми аппроксимируется поверхность гильзы (рис. 1), приведены в табл. 1.

Таблица 1

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
ξ (мм)	-7	-3.4	0.2	3.8	7.4	11	11	11	7.4	3.8	0.2	-3.4	-7	-7
η (мм)	-5	-5	-5	-5	-5	-5	0	5	5	5	5	5	5	0

Массу m цилиндрического тела примем равной $3,57 \cdot 10^{-3}$ кг, момент инерции относительно центра масс – $J = 6,41 \cdot 10^{-8}$ кг·м². Таким образом, матрица G^{-1} имеет вид:

$$G^{-1} = \begin{bmatrix} 1/m & 0 \\ 0 & 1/I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/3,57 \cdot 10^{-3} & 0 \\ 0 & 1/6,41 \cdot 10^{-8} \end{bmatrix},$$

В качестве обобщенных координат гильзы примем вектор $\bar{q}^T = [y \ \varphi]$, где y – координата центра масс гильзы в неподвижной системе ОХУ, φ – угол поворота собственной системы координат относительно неподвижной. Неудерживающие связи накладывают на обобщенные координаты рассматриваемого тела следующие ограничения:

$$\bar{F} \geq 0,$$

где $\bar{F}^T = [F_1 \ \dots \ F_{14}]$, $F_i = y + \xi_i \sin \varphi + \eta_i \cos \varphi$, $i = 1, \dots, 14$.

Соответственно векторы $\bar{\lambda}$ и $\bar{\mathcal{S}}$ имеют размер 14×1 . Матрица Якоби системы функций $\bar{F}$ представляет собой набор векторов-градиентов:

$$J^T = [\nabla^T F_1 \ \dots \ \nabla^T F_{14}],$$

где $\nabla F_i = [1 \ \xi_i \cos \varphi - \eta_i \sin \varphi]$, $i = 1, \dots, 14$.

Высота, с которой начинает падать тело, для всех вариантов расчета принималась равной 0,05м, вектор обобщенных скоростей при $t = 0 - \dot{\bar{q}}_0^T = [0 \ 0]$.

Расчеты проводились с помощью программы квадратичного программирования quadprog пакета MATLAB. Результаты математического моделирования динамики гильзы на некотором интервале времени $[0 \ t]$ при $\varphi_0 = 0$ и коэффициентах восстановления для всех точек поверхности $\varepsilon_i = 1$ ($i = 1, \dots, 14$) приведены на рис. 2. В левой части рисунка представлены (сверху вниз) графики зависимостей $\varphi(t)$, $\dot{\varphi}(t)$, $y(t)$, $\dot{y}(t)$. В правой части рисунка изображено положение гильзы в текущий момент t . В момент начала соударения $(\dot{\bar{q}}^-)^T = [-0,9398 \ 0]$. В результате решения задачи оптимизации получен вектор импульсов

$$\bar{S}^T = [0,0017 \ 0,0014 \ 0,0012 \ 0,0010 \ 0,0008 \ 0,0006 \ 0 \ \dots \ 0].$$

После окончания ударного взаимодействия $(\dot{\bar{q}}^+)^T = [0,9398 \ 0]$.

Рис. 2

Результаты моделирования при $\varphi_0 = 0,1$ и $\varepsilon_i = 0,6$ ($i = 1, \dots, 14$) приведены на рис. 3.

В момент начала первого соударения $(\dot{\bar{q}}^-)^T = [-0,9330 \ 0]$, вектор импульсов при первом соударении $\bar{S}^T = [0,0016 \ 0 \ \dots \ 0]$.

По окончании первого удара $(\dot{\bar{q}}^+)^T = [-0,4845 \ -161,5]$.

Рис. 3

Анализ результатов численных экспериментов показывает, что предлагаемый метод адекватен и эффективен при моделировании статически неопределимых механических систем с неударяющими связями.

1. Никольский В.В. Математическое моделирование динамики механизмов и механических подсистем циклической автоматики. Тула: ТулГУ, 2008. 260 с.
2. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Теоретическая механика. Ч. 3. Динамика несвободной системы и теория колебаний. – М.; Л.: Гос. тех.-теор. изд-во, 1934. – 624 с.

Рукомойников К.П., Царев Е.М., Анисимов С.Е.

Результаты экспериментальных исследований широкопосечной технологии работ с использованием харвестера и форвардера

*Поволжский государственный технологический университет
(Россия, Йошкар-Ола)*

doi:10.18411/sciencepublic-12-07-2019-08

ids: sciencepublic-12-07-2019-08

В работе представлены результаты экспериментальных исследований, проведенных в 2018-2019 годах в Учебно-опытном лесхозе ПГТУ.

При эксперименте использован харвестер Силватек-8266 и машина для трелевки сортиментов Амкодор 2682. Эксперимент предусматривал последовательное изменение ширины пасек в различных условиях ведения работ (сплошные и выборочные рубки) и фиксацию эффективности работы машин при заготовке сортиментов. Проведен анализ нескольких вариантов технологических схем: с одним технологическим коридором между волоками и шириной пасек 20 метров; с одним технологическим коридором между волоками и шириной пасек 25 метров; с двумя технологическими коридорами между волоками и шириной пасек 30 метров; с одним технологическим коридором между волоками и шириной пасек 40 метров.