Отражение звуковой волны от границы двух полупространств с различным акустическим сопротивлением, с учетом поглощения звука в пограничном слое

*Алинов Б. М., студент,
Технический институт (филиал) СВФУ им. М.К. Аммосова,
г. Нерюнгри
E-mail: bakhodur.alinov@yandex.ru*

*Научный руководитель:
к.ф.-м.н., доцент Мусакаев М.А.*

Первым, кто решил задачу о взаимодействии плоской гармонической звуковой волны с плоской абсолютно твердой стенкой был Б.П. Константинов [1, 2]. Его работа была построена на методике расчета поглощения звука в акустическом пограничном слое, созданная немецким физиком Г. Кирхгофом. На основании работ Г. Кирхгофа и Б.П. Константинова поглощение звука в пограничном слое вызывается появлением на границе раздела сред неоднородных вязких и тепловых волн в результате взаимодействия с границей акустической волны.

Следующим шагом в теории Кирхгофа и Константинова стали работы, в которых была решена задача о взаимодействии плоской гармонической звуковой волны с плоской бесконечной границей двух разных полупространств, характеризующихся произвольным набором акустических и термодинамических параметров.

Если предположить, что плоская гармоническая звуковая волна, распространяясь в положительном направлении оси x , падает под произвольным углом падения θ на плоскую бесконечную границу двух полупространств, которая совпадает с плоскостью $x = 0$, то упрощенные граничные условия задачи будут иметь следующий вид:

$$U_x = U_{x_2}, \rho = \rho_2; \quad (1)$$

$$U_y = U_{y_2}. \quad (2)$$

$$T' = T'_y \quad (3)$$

$$\chi \frac{\partial T'}{\partial x} = \chi_2 \frac{\partial T'_{y_2}}{\partial x}; \quad (4)$$

$$\eta \frac{\partial U_y}{\partial x} = \eta_2 \frac{\partial U_{y_2}}{\partial x}; \quad (5)$$

Здесь U_x , U_y – соответственно нормальная и тангенциальная компоненты колебательной скорости, p – звуковое давление, T' – акустическая добавка к температуре, η – коэффициент динамической вязкости жидкости, χ – коэффициент теплопроводности жидкости. Параметры первой среды, из которой волна, распространяясь, падает на границу, не имеют нижних индексов, а параметры второй среды имеют индекс “2”.

Граничные условия (1) являются условиями, обычно используемыми в классической (линейной) акустике. Эти условия заключаются в равенстве на границе нормальных компонент колебательных скоростей и звуковых давлений. Граничные условия (2) и (3) указывают соответственно на возможность возникновения вязких волн и тепловых волн на границе. Уравнение (4) является законом сохранения потока тепла, идущего через границу, а уравнение (5) и условие $\rho = \rho_2$ выполняют требование

обращения в нуль суммы всех сил, действующих с обеих сторон на любой элемент границы.

Решение системы уравнений, которая появляется в результате применения граничных условий (1) - (5), позволяет найти формулу для расчетов коэффициента отражения R:

$$R = \frac{1-X-Y-iY}{1+X+Y+iY} \quad (6)$$

В формуле (6) применены следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{\rho c}{\rho_2 c_2} \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta} \\ Y &= \cos^{-1} \theta \left(b_{21} \frac{K_p}{K_B} \sin^2 \theta + b_{11} \frac{K_c}{K_T} \right) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} b_{21} &= \sqrt{\frac{\omega \nu}{2c^2}} \\ b_{11} &= (\Gamma - 1) \sqrt{\frac{\omega a}{2c^2}} \\ \cos \theta_2 &= \sqrt{1 - \frac{c_2^2}{c^2} \sin^2 \theta} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} K_B &= \left| 1 - \sqrt{\frac{\eta \rho}{\eta_2 \rho_2}} \right| \\ K_p &= \left(1 - \frac{\rho}{\rho_2} \right)^2; \quad K_T = \left| 1 - \sqrt{\frac{C_p \rho \chi}{\eta_2 \rho_2}} \right| \\ K_c &= \left(1 - \frac{C_p \rho \beta_2}{\rho_2 C_{p2} \beta} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Здесь c – адиабатическая скорость звука, ρ – плотность среды, θ – угол падения волны, θ_2 – угол преломления, ν – коэффициент кинематической вязкости, Γ – коэффициент нелинейной среды (для газов $\Gamma \equiv \gamma = C_p/C_v$), C_p и C_v – теплоемкости при постоянном давлении и объеме, β – коэффициент объемного расширения, $\omega = 2\pi f$ – частота звуковой волны [3,4].

В выражении (7) коэффициенты K_T и K_B учитывают величину и направление распространения тепловых потоков, возникающих на границе полупространств. Энергия, уносимая этими потоками, независимо от их направления, исчезает из баланса энергии акустического поля и по этой причине эти коэффициенты всегда должны иметь положительный знак.

В случаях, когда возрастает частота волны ω при фиксированном угле падения волны θ или растет величина θ при постоянной частоте ω , величина поглощенной энергии в пограничном слое повышается. Это позволяет, на основании закона сохранения энергии утверждать, что абсолютные значения коэффициента отражения R должны уменьшаться с ростом частоты звуковой волны. Применение этого правила к формуле (6) показало, что оно выполняется, если звуковая волна распространяется в акустически менее плотной среде и падает на границу, образованную акустически более плотной средой, то есть, когда $\rho c < \rho_2 c_2$. Как видим на рис.1 значение коэффициента отражения падает с ростом частоты.

Рис. 1. Отражение звуковой волны от границы вода-мрамор

Если же $\rho c > \rho_2 c_2$, то имеет место возрастание коэффициента отражения R , а это противоречит закону сохранения энергии. Из рис. 2 видно, что возрастание значения коэффициента отражения соответствует нашему предположению.

Рис. 2. Отражение звуковой волны от границы вода-глина

Анализ решения задачи и граничных условий (1) - (5) показал, что возникшие противоречия могут быть сняты. Для этого нужно принять дополнительное условие, которое заключается в том, что граничные условия (1) - (5) выполняются всегда, если неоднородные вязкие и тепловые волны образуются только в полупространстве, являющемся акустически менее плотной средой по отношению ко второму полупространству. Тогда, с учетом этого правила, для случая, когда звуковая волна распространяясь в акустически более плотной среде падает на границу, представляющую собой поверхность акустически менее плотной среды, получаем выражение для расчета коэффициента отражения:

$$R = \frac{1-X+Y+iY}{1+X+Y+iY} \quad (10)$$

Если сопоставить формулы (6) и (10), то нетрудно заметить, что их структура не изменилась, а изменились лишь знаки в числителе перед комплексом Y , учитывающим поглощение звука в пограничном слое границы. Это связано с изменением направления волновых векторов вязких и тепловых волн по отношению к волновому вектору звуковой волны. В первом случае эти вектора направлены навстречу друг другу, а во втором их направления совпадают.

В заключение отметим, что полученные выше формулы для расчетов коэффициентов отражения R по давлению выдерживают испытание на предельные переходы. В частности, из значений полученных при расчетах коэффициентов отражения данной поверхности, можно построить акустическую картину этой поверхности.

Список литературы:

1. Легуша Ф.Ф. Расчет коэффициентов отражения и прохождения плоской волны через границу раздела двух жидких сред с учетом их вязкости и теплопроводности. – Письма в ЖТФ, 1982, т. 8, № 22, с. 1390-1392.
2. Легуша Ф.Ф., Мусакаев М.А. Расчет коэффициентов отражения и прохождения звуковой волны, взаимодействующей с бесконечной границей двух жидких полупространств, с учетом поглощения звука в пограничном слое. – Труды НТК: «Кораблестроительное образование и наука – 2005», Из-во СПб ГМТУ, 2005, с. 384-389.
3. Васильев Б.П., Легуша Ф.Ф., Мусакаев М.А., Олейник М.М. Диссипация акустической энергии в трубах, заполненных жидкостями. – Морские интеллектуальные технологии, №4, 2012, с. 30-33.
4. Легуша Ф.Ф., Мусакаев М.А., Попков С.В., Ткаченко И.В. Влияние диссипации энергии в акустическом пограничном слое на коэффициент отражения плоской звуковой волны от границы газ-жидкость. – Вестник СПбО АИН, вып. 11 – СПб: из-во Университета ИТМО, 2015, с. 51-64.