СООТНОШЕНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ КАК СЛЕДСТВИЕ ИЗВЕСТНОЙ СВЯЗИ МЕЖДУ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ СИГНАЛА И ШИРИНОЙ ЕГО СПЕКТРА

THE UNCERTAINTY RELATIONS AS A RESULT OF THE KNOWN RELATIONSHIP BETWEEN THE DURATION OF A SIGNAL AND THE WIDTH OF ITS SPECTRUM

ШЛЯХТЕНКО П.Г.

SHLYAKHTENKO P.G.

Санкт-Петербургский государственный
университет промышленных
технологий и дизайна

Saint-Petersburg State University of
Industrial Technology and Design

pavelshl2012@yandex.ru

pavelshl2012@yandex.ru

doi: 10.18411/pivsn-51

idsp: pivsn-51

АННОТАЦИЯ

Предложен вывод соотношений неопределенностей для любых движущихся микрообъектов из известной формулы связи между длительностью импульса и шириной его спектра Фурье с использованием соотношения де Бройля.

Ключевые слова: спектр Фурье; длительность сигнала; соотношение де-Бройля; соотношения неопределенностей Гейзенберга.

ABSTRACT

A derivation of the uncertainty relations for any moving microobjects from the well-known coupling formula between the pulse width and the width of its Fourier spectrum using the de Broglie relation is proposed.

Keywords: Fourier spectrum; duration of the signal; Heisenberg uncertainty relations.

ВВЕДЕНИЕ

В основных учебниках курса общей физики [1-3] соотношение неопределенностей

$$\Delta i \Delta p_i \geq h, \quad (1)$$

где: Δi – неопределенность измерения координаты i микрообъекта,

Δp_i – неопределенность одновременного измерения проекции импульса,

иллюстрируется соответствующим выводом при рассмотрении частных случаев дифракции монохроматической волны на щели [1, 2], или при аппроксимации движущегося со скоростью V микрообъекта цугом монохроматической волны длиной λ [3]. Под длиной λ понимается длина волны де Бройля $\lambda_{\text{дБ}}$

$$\lambda_{\text{дБ}} = h / p, \quad (2)$$

где: h - постоянная Планка; $p = mV$ – импульс микрообъекта массой m .

В радиотехнике хорошо известно соотношение между длительностью сигнала Δt и шириной его Фурье спектра $\Delta \nu$

$$\Delta t \Delta \nu = 1, \quad (3)$$

справедливое для сигналов, у которых Δt и $\Delta \nu$ ограничены как интервалы, в которых сосредоточена подавляющая часть энергии сигнала.

Для более точной передачи быстроменяющихся особенностей формы сигнала требуется снижения уровня отсечки при определении величины ширины спектра. Поэтому в общем случае можно записать [4]

$$\Delta t \Delta \nu \geq 1 \quad (4)$$

ЦЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

В настоящей работе предложен вывод формулы (1) из соотношения (4) для любого движущегося со скоростью V микрообъекта в самом общем случае, без дополнительных предположений о форме монохроматической волны де Бройля (2), определяющей волновые свойства исследуемого микрообъекта.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 1 приведена схема эксперимента, поясняющая предложенный вывод.

Исследуемый микрообъект 1 пролетает мимо устройства 2, регистрирующего это событие в блоке 3 в виде временного сигнала $f(t)$ длительностью Δt , схематично изображенного на рис. 1. Форма этого сигнала несет информацию о свойствах этого микрообъекта и зависит от его природы, скорости движения и конструктивных особенностях устройства.

Рисунок 1. Блок схема эксперимента

В блоке 4 происходит спектральный Фурье-анализ сигнала $f(t)$ по формуле

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (5)$$

и строится зависимость абсолютного значения спектральной амплитуды от частоты $|F(\nu)|$, где частота ν связана с угловой скоростью ω зависимостью

$$\omega = 2\pi\nu. \quad (6)$$

В соответствии с гипотезой де Бройля волновые свойства любого микрообъекта определяются монохроматической волной частотой $\nu_{\text{дБ}}$

$$\nu_{\text{дБ}} = \frac{V}{\lambda_{\text{дБ}}} = \frac{Vp}{h}. \quad (7)$$

Тогда в формуле (4) величины Δt и $\Delta \nu$ следует понимать как неопределенности измеряемого момента времени t пролета микрообъекта и неопределенности измерения частоты $\nu_{\text{дБ}}$, соответственно.

Из формулы (7) следует, что неопределенность измерения частоты $\Delta\nu_{\text{дБ}}$ связана с измерения импульса Δp зависимостью

$$\Delta\nu_{\text{дБ}} = \frac{v\Delta p}{h}. \quad (8)$$

И после подстановки (8) в (4), при равенстве $p = p_x$ в нашем случае, окончательно получим искомое соотношение (1) для $i = x$.

Основное соотношение между полной энергией любого микрообъекта и частотой по де Бройлю имеет вид

$$E = h\nu_{\text{дБ}}. \quad (9)$$

Из формулы (9) очевидно следует связь неопределенности измерения полной энергии ΔE и $\Delta\nu_{\text{дБ}}$

$$\Delta E = h\Delta\nu_{\text{дБ}}. \quad (10)$$

И после подстановки $\Delta\nu = \Delta\nu_{\text{дБ}}$ из формулы (10) в формулу (4) получим известное в квантовой механике соотношение для неопределенностей Δt и ΔE при одновременном измерении величин t и E

$$\Delta t \Delta E \geq h. \quad (11)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный вывод не зависит от вида микрообъекта и способа регистрации момента его пролета мимо приемника. Это обусловлено тем, что конечный вид соотношений неопределенностей (1) и (11) полностью определяется формулой связи (4) между длительностью регистрируемого сигнала и шириной его спектра, справедливой при любой его форме и длительности.

В конце работы еще раз [5] отметим, что каноническая форма соотношений Гейзенберга для рассмотренных пар «канонически сопряженных величин» x_i , p_i и t , E имеет вид:

$$\Delta x_i \Delta p_i \geq \hbar/2 \quad (14)$$

и

$$\Delta t \Delta E \geq \hbar/2, \quad (15)$$

отличный от формул (1) и (11).

Отличие вызвано тем, что под «неопределенностями величин» в формулах (14) и (15) понимаются значения среднеквадратичных отклонений соответствующих величин от среднего значения, рассчитанные Гейзенбергом с помощью аппарата волновой функции, записанной в виде распределения Гаусса, с учетом уравнений де Бройля (2) и формулы (9).

1. Савельев И.В. Курс физики т. 3: М., «Наука» – 1989 – 301с. – С. 58.
2. Фейнман Р. Фейнмановские лекции по физике в. 3: М., «Мир» – 1977 – 238 с. – С. 225.
3. Вихман Э. Берклеевский курс физики т. IV. Квантовая физика: М., «Наука» – 1977 – 415 с. – С. 113, 225.
4. Котельников В. А. Теория потенциальной помехоустойчивости: М.-Л., «Гос-энергоиздат» – 1956 – 152с.
5. Дж. Орир. Физика т. 2: М., «Мир» – 1981 – 622 с. – С. 440.