**РАЗДЕЛ II. ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ
СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 05.00.00.****АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ РЕГУЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК****ANALYSIS OF THE ACCURACY TO SOLVE THE REGULATORY TASKS
STRESSED DEFORMED STATE ELASTIC SHELLS****МАКСИМОВ А.В.,
МАРЧУК Н.И.,
БЕЛОВА Н.В.****MAKSIMOV A.V.,
MARCHUK N.I.,
BELOVA N.V.***ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный
университет»**FGAOU VO «Siberian Federal
University»**954195@mail.ru**doi: 10.18411/pivsn-03-2019-02**idsp: sciencepub-pivsn-03-2019-02***АННОТАЦИЯ**

Рассматриваются параметры точности решения задач регулирования НДС конструкций на основе метода наименьших квадратов с оценкой количественного соотношения уравнений регулирования и регуляторов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: метод наименьших квадратов, регулирование НДС, эффективные регуляторы.

ABSTRACT

The accuracy parameters of solving problems of regulating the VAT of structures on the basis of the least squares method with an estimate of the quantitative ratio of the regulation equations and regulators are considered.

KEY WORDS: least squares method, VAT regulation, effective regulators.

ВВЕДЕНИЕ

Использование методики идентификации для корректировки параметров расчетной схемы конструкции на основе некоторых сведений о ее напряженно-деформированном состоянии (НДС) соответствует одному из вариантов формулировки обратной задачи механики [4]. Обобщение данной постановки задачи на задачи регулирования позволило разработать эффективный алгоритм решения задачи регулирования упругого НДС конструкции на основе метода наименьших квадратов (МНК) и реализовать его практическое приложение в виде программы «IDENT».

ЦЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЙ

Определение количественного соответствия числа уравнений регулирования числу регуляторов в качестве основной особенности применения алгоритма решения задач регулирования НДС конструкций при использовании программы «IDENT».

Наиболее распространенной постановкой задачи регулирования НДС конструкций предусматривается количественное равенство формируемых уравнений регулирования и регуляторов. В этом случае решение задачи регулирования сводится к определению

решения системы линейных алгебраических уравнений, в которой количество уравнений равно количеству неизвестных.

Алгоритмом, заложенным в основу программы «IDENT» учитывается, что в распоряжении исследователя может не оказаться достаточного количества регуляторов для достижения поставленной цели. При этом количество уравнений регулирования будет больше, чем число регуляторов. Возможна и обратная ситуация, когда количество имеющихся регуляторов будет больше числа необходимых условий регулирования НДС.

В обоих случаях решением задачи регулирования по программе «IDENT» будут являться некоторые осреднённые значения регуляторов, соответствующие нестрогому выполнению условий регулирования с минимальной суммарной невязкой по всем уравнениям регулирования, а за счет задания коэффициента точности решения задачи регулирования возможен учёт только самых эффективных регуляторов НДС.

Достигается этот эффект построением следующей процедуры.

При решении задачи регулирования НДС конструкций по программе «IDENT» формируется система разрешающих уравнений по методу наименьших квадратов, соответствующая системе уравнений (СУ) регулирования, в которой в качестве неизвестных величин выступают регуляторы. Она представляет собой систему линейных алгебраических уравнений, которая решается методом Гаусса в компактной форме. При этом исходная симметричная матрица СУ раскладывается на два треугольных множителя. В процессе этого преобразования в качестве ведущего элемента разложения выбирается элемент, стоящий на главной диагонали (это позволяет сохранить симметричность матрицы), величина которого контролируется. Значение контрольного элемента задается в исходной информации о решаемой задаче под названием «точность решения задачи регулирования».

Процесс разложения матрицы СУ реализуется следующим образом.

Сначала ранг преобразованной к треугольному виду матрицы устанавливается равным единице и выбирается ведущий элемент разложения (т.е. коэффициент в строке и столбце). Его значение сравнивается с величиной контрольного элемента – если оно меньше величины заданной точности, то процесс разложения останавливается, в противном случае значение ранга матрицы увеличивается на единицу и процесс разложения матрицы на треугольные множители продолжается.

При выполнении обратного хода в процессе вычисления величин регуляторов соответствующие преобразования выполняются с учетом полученного при разложении ранга матрицы. Остальные значения регуляторов полагают равными нулю. Это позволяет удалить из окончательного решения те регуляторы, которые являются линейно зависимыми или близки к этому. С точки зрения механики это соответствует дублирующим друг друга регуляторам или неэффективным по результату их действия на окончательное НДС для достижения поставленной цели регулирования (например, в силу их удаленности от регулируемых параметров).

Таким образом, в результате получают величины регуляторов, позволяющие достичь поставленной цели регулирования. Вычисленное окончательное поле НДС конструкции соответствует строгому или нестрогому выполнению критерия регулирования – в зависимости от количественного соотношения уравнений и регуляторов.

Рассмотрим задачу регулирования напряженно-деформированного состояния тонкой гладкой пластины. Заметим, что исследования проводились также и для оболочек. Однако использование в качестве объекта исследования пластины позволяет достичь большей наглядности, поскольку при этом суть решения задачи регулирования не затеняется особенностями деформирования оболочек.

Материал конструкции работает упруго. Пластина представляет собой квадратную в плане плиту размером 0,4х0,4м и толщиной 0,001м, изготовленную из стали Ст.3

(модуль упругости $E = 2 \times 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$). Пластина шарнирно оперта по контуру. Расчетная схема приведена на рис. 1.

Пластина загружена равномерно распределенной нагрузкой по всей поверхности пластины интенсивностью $q = 0,1$ кН/м².

Расчет пластины выполняется методом конечных разностей (МКР) при сетке 8×8 , что позволяет для рассматриваемой задачи – получить приемлемое по точности решение (расхождение по величинам на сетках 8×8 и 16×16 всего $0,124\%$).

Анализ НДС пластины от действия внешней поперечной нагрузки показывает, что поле НДС пластины имеет три оси симметрии и наиболее напряженной зоной является центральная область.

Рис. 1. Расчетная схема пластины

Максимальный прогиб пластины (рис. 2,а) равен $0,5668 \times 10^{-3}$ м, наибольший изгибающий момент (рис. 2,б) составляет $0,7569$ н*м. Наиболее эффективным способом регулирования НДС пластины является вынужденное смещение опорного контура.

Рис. 2. Результаты расчета пластины на действие внешней нагрузки:

а) – эпюра прогибов, б) – эпюра изгибающего момента M_1

Заметим, что выгиб контура пластины по одной или двум сторонам дает возможность управления НДС пластины, но при этом нарушается симметричность исходной задачи. Наиболее удачным будет одновременное смещение опорного контура по всем четырем сторонам.

Сформулируем задачу регулирования: уменьшить величину максимального изгибающего момента в центре пластины за счет вынужденного смещения опорного контура. В качестве критерия выберем условие выравнивания изгибающих моментов M_1 и M_2 , в двух направлениях (X и Y соответственно), растягивающих нижние волокна в центре пластины, и изгибающих моментов M_1 и M_2 , растягивающих верхние волокна посередине краев пластины (при выгибе опорного контура). Регуляторами НДС являются величины вертикальных смещений опорного контура в узлах сетки МКР по четырем сторонам пластины (за исключением угловых точек).

Результаты решения приведены на рис. 3,а,б. Анализ результатов решения поставленной задачи регулирования по программе «IDENT» показывает удовлетворительность решения задачи регулирования. Точность решения составила $< 1\%$.

Продemonстрируем, как влияет задание параметра точности решения задачи регулирования на отбор самых эффективных регуляторов при решении задачи регулирования по программе «IDENT».

Рис. 3. Результаты решения задачи регулирования:
а) - эпюра прогибов, б) - эпюра изгибающего момента M_I

В полученном решении задачи регулирования – рис. 3 – величина параметра точности составила $k = 0,1 \cdot 10^{-2}$. Меняя последовательно значения k , получаем картину последовательного изменения степени эффективности регуляторов. В данном случае регуляторами будут смещения опорного контура.

Эпюры прогибов пластины при различных величинах параметра k приведены на рис. 4 и 5.

В ходе выполнения численных экспериментов установлено, что при значениях k более $0,65$ поставленное условие регулирования не достигается, т.к. количество регуляторов становится менее четырех, что приводит к нарушению симметричности восстановленного поля НДС пластины; кроме того, расхождение между регулируемыми параметрами НДС составляет 55% .

В том случае, когда k изменяется в интервале от $0,1 \cdot 10^{-14}$ до $0,1 \cdot 10^0$, получается вполне удовлетворительное решение поставленной задачи: восстановленное поле НДС симметричное, регулируемые параметры (изгибающие моменты M_1 и M_2) равны между собой, количество регуляторов равно или четырем (при этом они все равны $0,3933 \cdot 10^{-4}$ м) или появляется пятый регулятор, но значение его составляет $\sim 10^{-15}$ м.

Рис. 4. Эпюры прогибов пластины в результате решения задачи регулирования при различных значениях коэффициента k : а) $k > 0,65$; б) $0,1 \cdot 10^{-14} < k < 0,1$

Рис. 5. Эюры прогибов пластины в результате решения задачи регулирования при различных значениях коэффициента k : а) $0,1 \cdot 10^{-21} < k < 0,1 \cdot 10^{-15}$; б) $k < 0,1 \cdot 10^{-22}$

При значениях k от $0,1 \cdot 10^{-21}$ до $0,1 \cdot 10^{-15}$ хотя и достигается поставленное условие регулирования, но при этом нарушается симметричность полученного поля НДС, количество регуляторов меняется от 6 до 25, значения отдельных регуляторов достигают 0,02 м (что в двадцать раз больше толщины пластины). В случае задания величины параметра точности решения задачи регулирования $0,1 \cdot 10^{-22}$ и менее поставленное условие регулирования не достигается: условие выравнивания моментов M_1 и M_2 в центре пластины снизу и посередине краев сверху достигается, но меняется качественно: вместо деформаций растяжения появляются деформации сжатия; нарушается симметричность поля НДС, количество регуляторов равно максимальному их количеству – 28, величины отдельных регуляторов составляют 0,1 м.

ВЫВОДЫ

Таким образом, как видно из описания процедуры решения СУ МНК и решения задачи регулирования НДС пластины, величина коэффициента точности решения задачи регулирования существенным образом влияет на качественную сторону решения задачи регулирования (и, соответственно, на количественные характеристики получаемого при этом решения) и это позволяет пользователю более активно влиять на процесс расчета по программе «IDENT».

Подобные численные эксперименты по исследованию точности решения задачи регулирования проводились также и для оболочечных (в том числе ребристых) панелей из изотропного и ортотропного материала. Отмечено, что и для них рассмотренные в данной статье закономерности сохраняют свою силу. Однако для конкретных классов задач в целях повышения эффективности выполняемых расчетов область допустимых значений параметра точности должна устанавливаться на основе предварительных численных расчетов. Данная процедура аналогична определению величины коэффициента сходимости при итерационном решении систем линейных алгебраических уравнений.

1. Абовский Н.П. Современные аспекты активного обучения. Строительная механика. Теория упругости. Управление строительными конструкциями: учеб. пособие; 2 издание переработ, и дополненное с грифом УМО Минобрнауки РФ / Н.П. Абовский, Л.В. Енджиевский, В.И. Савченков, Н.И. Марчук, О.М. Максимова, В.И. Палагушкин, Г.А. Стерехова / Красноярск. Сибирский Федеральный университет, Институт архитектуры и строительства, 2007. - 471с.
2. Абовский Н.П. Регулирование. Синтез. Оптимизация. Избранные задачи по строительной механике и теории упругости / Н.П. Абовский, Л.В. Енджиевский, В.И. Савченков, А.П. Деруга, И.И. Гетц. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Стройиздат, 1993. 456с.
3. Абовский Н.П. Управляемые конструкции – САУ НДС / Н.П. Абовский. Красноярск: КрасГАСА, 1995. 125с.
4. Максимов А.В. Метод наименьших квадратов в обратных задачах механики упругих конструкции // Журн. Изв. Вузов, № 11, 1996. С. 43-47.