Федотов А.И.¹, Лисин С.К.²

¹СПб политехнический университет Петра Великого

²СПб национальный минерально-сырьевой университет «Горный»
Санкт-Петербург, Россия

doi: 10.18411/lj2016-6-5-06

**О возможностях применения оптимальных решений анализа многомерных
вибрационных измерительных систем**

Fedotov A., Lisin S.

**On application of optimal solutions to the multivariate analysis of the vibrating
measuring systems**

Article summary

The article presents the idea of building theoretical models and their modes of multidimensional vibration control systems parameters and properties of the objects of the process. For the study of multidimensional vibrating system performed the required assessment of internal properties in the free vibration mode. The intrinsic properties of multidimensional vibrating systems occur in periodic impacts and significant impact on the character of forced vibrations. The study of oscillatory processes of Autonomous systems is considered in the optimal version of the model Converter with three degrees of freedom.

При измерении и контроле движущихся поверхностей в процессе технологического цикла образуются зазоры между измерительным элементом преобразователя и обрабатываемым изделием. Автоматизация контроля является одной из наиболее ответственных задач цикла технического оснащения

производственного процесса. Эффективность всей цепи активного контроля оценивается уровнем снижения и компенсации погрешностей производственного процесса.

К числу измерительных динамических систем, предназначенных для контроля внутренних размеров и перемещений изделий, относятся плоские вибрационные системы. Периодическое взаимодействие измерительного наконечника с измеряемым объектом обеспечивается вибрационным режимом на одной из частот рабочего диапазона мультивибратора. Таким образом, вибрационная динамическая система должна описываться математической моделью измерительного наконечника, траектория которого является траекторией плоского движения.

Плоские вибрационные системы, предназначенные для контроля размеров и перемещений, образуют односторонние и двухсторонние упругие связи с объектом измерения, обеспечивают контроль внутренних и наружных непрерывных и прерывистых поверхностей, что является их важнейшим преимуществом по сравнению с подвижными системами непрерывного контакта с объектом контроля.

Большинство контролируемых параметров технологических процессов приходится на линейные и угловые перемещения исполнительных органов. Поэтому преобразователи с несколькими степенями свободы находят широкое применение в технологических комплексах, а также в средствах управления, контроля и регулирования.

Создание и развитие многомерных вибрационных и других методов измерений и контроля параметров и свойств изделий, в том числе контроля свойств объектов замкнутого технологического цикла, связано с необходимостью построения адекватных теоретических моделей их режимов. Для исследования многомерной вибрационной системы необходима оценка внутренних её свойств в режиме свободных колебаний. Такие свойства, проявляясь при периодических воздействиях, существенным образом влияют на

характер вынужденных колебаний. Исследование колебательных процессов автономных систем начнем с рассмотрения модели преобразователя с тремя степенями свободы.

Для построения аналитической модели свободных колебаний вибрационной плоской системы рассмотрим схему (рис. 1). При этом совокупность действующих на систему сил приведем к центру А, являющемуся общей точкой упругого подвеса и измерительного наконечника 1, закрепленного с помощью элемента 2 в корпусе 3.

Примем центр приведения А за начало отсчета движения системы, тогда

$$\bar{x}_A = \alpha_{11} \bar{V}^\Sigma + \alpha_{12} \bar{M}_A^\Sigma, \quad (1)$$

$$\bar{\varphi} = \alpha_{21} \bar{V}^\Sigma + \alpha_{22} \bar{M}_A^\Sigma, \quad (2)$$

где α_{11} , α_{12} , α_{21} , α_{22} – коэффициенты влияния;

$\bar{V}^\Sigma = \bar{P} + \bar{\Phi}$ – главный вектор сил, приложенных в центр А;

$\bar{M}_A^\Sigma = \bar{M}_C^\Phi + \bar{M}_A(\bar{\Phi}) + \bar{M}_A(\bar{P})$ – главный вектор – момент сил относительно центра А;

$\bar{M}_C^\Phi$ – вектор – момент сил инерции относительно центра тяжести подвижной системы ($M_C^\Phi = -J_C \ddot{\varphi}$);

Рис.1. Схема многомерного преобразователя

$\overline{M}_A(\overline{\Phi})$ – вектор-момент силы инерции.

При принятых обозначениях

$$M_A(\Phi) = m(d\ddot{x}_C - b\ddot{y}_C), (AC)_X = b, (AC)_Y = d ;$$

$\overline{M}_A(\overline{P})$ – вектор-момент постоянной составляющей силы $\overline{P}$ электромагнита 4, $M_A(P) = -aP, (AB)_Y = a$.

Подставив аналитические выражения векторов V^Σ, M^Σ в уравнения (1), (2), получим

$$x_A = \alpha_{11}(P - m\ddot{x}_C) + \alpha_{12}[m(d\ddot{x}_C - b\ddot{y}_C) - J_C\ddot{\varphi} - aP], \quad (3)$$

$$\varphi = \alpha_{21}(P - m\ddot{x}_C) + \alpha_{22}[m(d\ddot{x}_C - b\ddot{y}_C) - J_C\ddot{\varphi} - aP]. \quad (4)$$

Учитывая колебательный характер движения системы (рис. 1) относительно положения равновесия ($0^0 < \varphi \leq 2^0$), воспользуемся векторной формой записи малого перемещения плоской фигуры, в пределах которого вектор углового перемещения $\overline{\varphi}$ перпендикулярен вектору положения плоской фигуры

$$\overline{r}_C = \overline{r}_A + \overline{\varphi} \times \overline{AC}. \quad (5)$$

Аналитическая запись (5) имеет вид

$$x_C = x_A - d\varphi, \quad (6)$$

$$y_C = y_A + b\varphi. \quad (7)$$

Следовательно, в рассматриваемом случае уравнения (6), (7) имеют вид

$$\ddot{x}_C = \ddot{x}_A - d\ddot{\varphi}, \quad (8)$$

$$\ddot{y}_C = b\ddot{\varphi}. \quad (9)$$

В выражениях (8), (9) не берется в рассмотрение центростремительное ускорение, содержащее величину второго порядка малости $\dot{\varphi}^2$, которой в рассматриваемой задаче можно пренебречь.

При этом выражения (3), (4) принимают вид

$$m(\alpha_{11} - \alpha_{12}d)\ddot{x}_A - m(\alpha_{11}d - \alpha_{12}L)\ddot{\varphi} + x_A = (\alpha_{11} - \alpha_{12}a)P, \quad (10)$$

$$m(\alpha_{21} - \alpha_{22}d)\ddot{x}_A - m(\alpha_{21}d - \alpha_{22}L)\ddot{\varphi} + \varphi = (\alpha_{21} - \alpha_{22}a)P, \quad (11)$$

$$\text{где } L = b^2 + d^2 - h^2 + \frac{J_A}{m}.$$

В рассматриваемом случае свойства плоской системы оказались зависимыми от свойств упругого подвеса. Конструктивно упругий элемент выполнен в виде консоли, которая легко переустанавливается и является своеобразным компенсатором для изменения собственных частот вибрационной системы.

Коэффициенты влияния α_{11} , α_{12} , α_{21} , α_{22} , определяемые из обратной матрицы жесткости, записываются в виде:

$$\alpha_{11} = \frac{l^3}{3EJ}, \alpha_{12} = \frac{l^2}{2EJ}, \alpha_{21} = \frac{l^2}{2EJ}, \alpha_{22} = \frac{l}{EJ},$$

где l, E, J - длина, модуль упругости первого рода и момент инерции сечения упругого элемента.

Таким образом, уравнения свободных колебаний подвижной системы записываются в виде

$$m(\alpha_{11} - \alpha_{12}d)\ddot{x}_A - m(\alpha_{11}d - \alpha_{12}L)\ddot{\varphi} + x_A = 0, \quad (12)$$

$$m(\alpha_{21} - \alpha_{22}d)\ddot{x}_A - m(\alpha_{21}d - \alpha_{22}L)\ddot{\varphi} + \varphi = 0. \quad (13)$$

При этом оптимальными режимами плоской системы являются такие режимы, которые обеспечивают требуемые координаты перемещений x_A и φ измерительного наконечника, устанавливаемые для конкретного процесса контроля.

Необходимо подчеркнуть, что в настоящее время приобрели важную роль вопросы, связанные с совершенствованием конструкций существующих и разработкой новых видов первичных преобразователей, непосредственным образом, влияющих на точность автоматических средств измерения и систем управления. В этой связи возросли требования к расчетным моделям динамики подвижных систем преобразователей с несколькими степенями свободы. Рассмотренная оптимальная модель плоского движения построена из условия мгновенного равновесия системы в одном из возможных ее положений и воспроизводит зависимости обобщенных координат через обобщенные силы, приведенные к оси измерения преобразователя.

Литература:

1. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. - М.: Наука, 1974. - 504 с.
2. Вибрации в технике. Защита от вибраций и ударов; Т.6: Справочник / Под ред. К.В. Фролова/. М.: Машиностроение, 1981. - 456 с.
3. Федотов, А.И. Теория измерений /А.И. Федотов, С.К. Лисин, Г.С. Морокина. – СПб.: Изд-во Политех. ун-та, 2013. – 325 с.
4. Victor Wowk. Machinery Vibration: Measurement and Analysis. McGraw – Hill Professional, 1991, 358 p.