РАЗДЕЛ I. МАТЕМАТИКА

Поленов В.С., Кожанов А.А.

О математическом моделировании акустической эмиссии в пористых средах

ВУНЦ ВВС «ВВА им. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»

(Россия, Воронеж)

doi: 10.18411/lj-31-10-2017-01

idsp: 000001:lj-31-10-2017-01

Аннотация

Структурных изменений в некоторых областях упругой компоненты. Физические процессы, сопровождающиеся акустической эмиссией, чрезвычайно сложны и имеют ряд сложностей и особенностей, подлежащих исследованию. Данная статья посвящена построению математической модели акустической эмиссии, а также выявлению информативности формы отдельных сигналов АЭ в пористых средах.

Ключевые слова: акустическая эмиссия, волновая поверхность, деформация компоненты, дисторсия, очаг эмиссии, пористая среда, поле смещения, спонтанное перемещение, структурные изменения.

Особенности и сложность физических процессов, сопровождающихся акустической эмиссией (АЭ), обуславливают низкую воспроизводимость результатов АЭ и, следовательно, невозможность выявления функциональных связей между параметрами сигналов АЭ и характеристиками процессов, происходящих в пористых средах. Математическое моделирование акустической эмиссии способствует выявлению информативности формы отдельных сигналов АЭ в пористых средах.

1. Взаимопроникающее движение упругой компоненты и жидкости будем рассматривать как движение жидкости в деформируемой пористой среде [1-4].

Будем предполагать, что размеры пор малы по сравнению с расстоянием, на котором существенно изменяются кинематические и динамические характеристики движения. Это позволяет считать, что обе среды сплошными и в каждой точке пространства будет два вектора смещения: $\vec{U}^{(1)}(\vec{r}, t)$ - вектор смещения упругой компоненты (скелета пористой среды) и $\vec{U}^{(2)}(\vec{r}, t)$ - вектор смещения жидкости $\vec{r} = (x_1, x_2, x_3)$.

Акустическая эмиссия (АЭ) в пористых средах возникает в результате быстрых структурных изменений в некоторых областях упругой компоненты (при пластическом сдвиге, изменении атомной структуры, появлении микротрещин и т. п.). Такие области в пористой среде будем называть очагами эмиссии (ОЭ). Наличие очагов эмиссии (ОЭ) в сплошной упругой компоненте пористой среды порождает поле смещения элементов среды $\vec{U}^{(1)}(\vec{r}, t)$, $\vec{r} = (x_1, x_2, x_3)$, которое можно разделить на спонтанное $\vec{U}^{(1)(s)}$ и упругое $\vec{U}^{(1)(e)}$ [5-7]

$$\vec{U}^{(1)} = \vec{U}^{(1)(s)} + \vec{U}^{(1)(e)}, \quad (1.1)$$

где $\vec{U}^{(1)(s)}(\vec{r}, t)$ поле спонтанных перемещений, которое является основной характеристикой структурного превращения в ОЭ, и соответствующий ему тензор спонтанной дисторсии, записанный в виде

$$u_{ik}^{(1)(s)}(r, t) = \frac{\partial U_i^{(1)(s)}(r, t)}{\partial x_k}. \quad (1.2)$$

Из соотношения (1) следует формула для определения тензора упругой дисторсии в первой компоненте пористой среды

$$u_{ik}^{(1)(e)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i^{(1)(e)}}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k^{(1)(e)}}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i^{(1)}}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k^{(1)}}{\partial x_i} \right) - u_{ik}^{(1)(s)}, \quad (1.3)$$

где $u_{ij}^{(1)(s)}$ – тензор спонтанных деформаций в очаге эмиссии или тензор спонтанной дисторсии.

По повторяющимся индексам здесь и в дальнейшем проводится суммирование от 1 до 3.

Для пористой среды тензор упругой дисторсии $u_{ik}^{(1)e}$ связан с тензором напряжений T_{jk} обобщенным законом Гука [3,4].

$$T_{jk} = \lambda u_{rr}^{(1)e} \delta_{jk} + 2\mu u_{jk}^{(1)e} + A_1 u_{rr}^{(2)}, \quad N = A_1 u_{rr}^{(1)e} + A_2 u_{rr}^{(2)}, \quad (1.4)$$

где N – сила, действующая на жидкость, отнесенная к единице площади поперечного сечения пористой среды; λ, μ – коэффициенты Ламе; δ – символ Кронекера, индекс 1 вверху в круглых скобках относится к упругой компоненте, индекс 2 – к жидкости.

По повторяющимся латинским индексам предполагается суммирование от единицы до трех, по греческим – от единицы до двух.

Из соотношений (1.3) и (1.4) следует

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{jk}}{\partial t} &= \lambda \frac{\partial V_r^{(1)}}{\partial x_r} \delta_{jk} + \mu \left(\frac{\partial V_j^{(1)}}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k^{(1)}}{\partial x_j} \right) + A_1 \frac{\partial V_r^{(2)}}{\partial x_r} \delta_{jk} - 2\mu \frac{\partial u_{jk}^{(1)(s)}}{\partial t} \\ \frac{\partial N}{\partial t} &= A_1 \frac{\partial V_r^{(1)}}{\partial x_r} + A_2 \frac{\partial V_r^{(2)}}{\partial x_r}, \quad V_i^{(1)} = \frac{\partial U_i^{(1)}}{\partial t}, \quad V_i^{(2)} = \frac{\partial U_i^{(2)}}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1.5)$$

где $\varepsilon_j^{(1)(s)} = \frac{\partial u_{ij}^{(1)(s)}}{\partial t}$ – тензор скорости спонтанной дисторсии.

Запишем уравнения движения пористой среды в скоростях перемещений

$$\rho_{11} \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial t} + \rho_{12} \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial t} = \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k}, \quad \rho_{12} \frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial t} + \rho_{22} \frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial x_i} \quad (1.6)$$

$$\rho_{11} = \rho_1 - \rho_{12}, \quad \rho_{22} = \rho_2 - \rho_{12}.$$

Здесь ρ_{12} – коэффициент динамической связи упругой компоненты и жидкости, ρ_1 и ρ_2 – массы упругой компоненты и жидкости в единице объема среды, ρ_{11} и ρ_{22} – эффективные массы компонент, $V_i^{(\alpha)}$ ($\alpha = 1, 2$) – скорости перемещения компонент.

Так как при движении упругой компоненты в жидкости ее эффективная масса больше истинной ($\rho_{11} > \rho_1$), то коэффициент ρ_{12} должен быть отрицательным.

Выражения (1.5) вместе с уравнениями движения (1.6) и формулой (1.3) определяют математическую модель акустической эмиссии в насыщенной жидкостью упругой пористой среде.

Волна ускорения в рассматриваемой пористой среде определяется изолированной поверхностью $\Sigma(t)$, на которой напряжения, сила, действующая на жидкость, скорости перемещения компонент и спонтанной дилатации непрерывны, а их частные производные претерпевают разрыв.

Запишем соотношения (1.5) и (1.6) на различных сторонах волновой поверхности $\Sigma(t)$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial T_{jk}}{\partial t} \right] &= \lambda \left[\frac{\partial V_r^{(1)}}{\partial x_r} \right] \delta_{jk} + \mu \left(\left[\frac{\partial V_j^{(1)}}{\partial x_k} \right] + \left[\frac{\partial V_k^{(1)}}{\partial x_j} \right] \right) + A_1 \left[\frac{\partial V_r^{(2)}}{\partial x_r} \right] \delta_{jk} - 2\mu \left[\frac{\partial u_{jk}^{(1)(s)}}{\partial t} \right] \\ \left[\frac{\partial N}{\partial t} \right] &= A_1 \left[\frac{\partial V_r^{(1)}}{\partial x_r} \right] + A_2 \left[\frac{\partial V_r^{(2)}}{\partial x_r} \right], \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\rho_{11} \left[\frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial t} \right] + \rho_{12} \left[\frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial t} \right] = \left[\frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} \right], \quad \rho_{12} \left[\frac{\partial V_i^{(1)}}{\partial t} \right] + \rho_{22} \left[\frac{\partial V_i^{(2)}}{\partial t} \right] = \left[\frac{\partial N}{\partial x_i} \right]. \quad (1.8)$$

К соотношениям (1.7) и (1.8) применим геометрические и кинематические условия совместности первого порядка для компонент [8]

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial V_i^{(\alpha)}}{\partial t} \right] &= -\lambda_i^{(\alpha)} c, \quad \left[\frac{\partial V_i^{(\alpha)}}{\partial x_k} \right] = \lambda_i^{(\alpha)} v_k \quad (\alpha = 1, 2), \quad \left[\frac{\partial u_{ij}^{(1)(s)}}{\partial t} \right] = 0 \\ \left[\frac{\partial T_{ik}}{\partial t} \right] &= -\chi_{ik} c, \quad \left[\frac{\partial N}{\partial t} \right] = -\gamma c, \quad \left[\frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} \right] = \chi_{ik} v_k, \quad \left[\frac{\partial N}{\partial x_k} \right] = \gamma v_k, \end{aligned} \quad (1.9)$$

где χ_{ik} , γ , $\lambda_i^{(\alpha)}$ ($\alpha = 1, 2$), γ – величины скачков первых производных напряжений, силы и скоростей перемещений фаз; c – скорость волновой поверхности $\Sigma(t)$; v_i – единичный вектор нормали к акустической поверхности $\Sigma(t)$.

Тогда из (1.7) и (1.8) с учетом (1.9) получим систему уравнений для определения скорости распространения волн

$$\begin{aligned} (\lambda + \mu) \lambda_j^{(1)} v_i v_j + \mu \lambda_i^{(1)} + A_1 \lambda_j^{(2)} v_i v_j &= \rho_{11} c^2 \lambda_i^{(1)} + \rho_{12} c^2 \lambda_i^{(2)} \\ A_1 \lambda_j^{(1)} v_i v_j + A_2 \lambda_j^{(2)} v_i v_j &= \rho_{12} c^2 \lambda_i^{(1)} + \rho_{22} c^2 \lambda_i^{(2)}. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Предположим, что на волновой поверхности $\lambda_i^{(1)} v_i = \omega_1 \neq 0$, $\lambda_i^{(2)} v_i = \omega_2 \neq 0$, умножим каждое уравнение системы (1.10) на v_i и просуммируем по индексу i . В результате получим однородную систему уравнений относительно ω_1 и ω_2

$$\begin{aligned} (\Lambda_\alpha - \rho_{1\alpha} c^2) \omega_1 + (A_\alpha - \rho_{\alpha 2} c^2) \omega_2 &= 0 \\ \Lambda_1 &= \lambda + 2\mu, \quad \Lambda_2 = A_1 \quad (\alpha = 1, 2). \end{aligned} \quad (1.11)$$

Условием существования ненулевых решений системы (1.11) ее определитель должен быть равен нулю. Это условие приводит (1.11) к уравнению относительно скорости продольных волн ($\lambda_i^{(\alpha)} v_i = \omega_\alpha \neq 0$, $\alpha = 1, 2$, $c = c_l$)

$$(\rho_{11} \rho_{22} - \rho_{12}^2) c_l^4 + (2\rho_{12} A_1 - \rho_{11} A_2 - \rho_{22} \Lambda_1) c_l^2 + A_2 \Lambda_1 - A_1^2 = 0. \quad (1.12)$$

Из уравнения (1.12) следует, что в насыщенной жидкостью упругой пористой среде распространяются продольные волны двух типов c_{l_1} и c_{l_2} , квадрат скорости которых находится по формуле

$$c_l^2 = \frac{1}{2k_5} (k_1 \pm \sqrt{k_2^2 - 4k_3k_4}), \quad (\lambda_i^{(\alpha)} v_i \neq 0), \quad k_1 = \rho_{11}A_2 - 2\rho_{12}A_1 + \rho_{22}\Lambda_1, \quad (1.13)$$

$$k_2 = \rho_{11}A_2 - \rho_{22}\Lambda_1, \quad k_3 = \rho_{22}A_1 - \rho_{12}A_2, \quad k_4 = \rho_{12}\Lambda_1 - \rho_{11}A_1, \quad k_5 = \rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2.$$

Если $\lambda_i^{(\alpha)} v_i = 0$ ($\alpha = 1; 2$), на волновой поверхности при условии, что не все $\lambda_i^{(\alpha)}$ равны нулю одновременно, то из системы (1.10) получим формулу для определения скорости поперечной волны ($c = c_t$)

$$c_t = \sqrt{\frac{\mu\rho_{22}}{\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2}} \quad (\lambda_i^{(\alpha)} v_i = 0). \quad (1.14)$$

Таким образом, в рассматриваемой пористой среде существует два типа продольных и одна поперечная волны, скорости которых определяются по формулам (1.13) и (1.14).

2. Для определения изменения интенсивности $W = \sqrt{\lambda\lambda}$ продольных и поперечных акустических волн продифференцируем уравнение (1.5) по x_j , а уравнение (1.6) – по t , и просуммируем по повторяющимся индексам. Если взять разность найденных выражений на различных сторонах волновой поверхности, то получим

$$(\lambda + \mu) \left[\frac{\partial^2 V_j^{(1)}}{\partial x_i \partial x_j} \right] + \mu \left[\frac{\partial^2 V_i^{(1)}}{\partial x_j^2} \right] - 2\mu \left[\frac{\partial \varepsilon_{ij}^{(1)(s)}}{\partial x_j} \right] + A_1 \left[\frac{\partial^2 V_j^{(2)}}{\partial x_i \partial x_j} \right] = \rho_{11} \left[\frac{\partial^2 V_i^{(1)}}{\partial t^2} \right] + \rho_{12} \left[\frac{\partial^2 V_i^{(2)}}{\partial t^2} \right] \quad (2.1)$$

$$A_1 \left[\frac{\partial^2 V_j^{(1)}}{\partial x_i \partial x_j} \right] + A_2 \left[\frac{\partial^2 V_j^{(2)}}{\partial x_i \partial x_j} \right] = \rho_{12} \left[\frac{\partial^2 V_i^{(1)}}{\partial t^2} \right] + \rho_{22} \left[\frac{\partial^2 V_i^{(2)}}{\partial t^2} \right].$$

К соотношениям (2.1) применим геометрические и кинематические условия совместности второго порядка для продольных волн [8]

$$\left[\frac{\partial^2 V_j^{(\alpha)}}{\partial x_i \partial x_j} \right] = L_j^{(\alpha)} v_i v_j + g^{\gamma\beta} \lambda_{j,\gamma}^{(\alpha)} (x_{j,\beta} v_i + x_{i,\beta} v_j) - \lambda_j^{(\alpha)} g^{\gamma\beta} g^{\sigma\tau} b_{\gamma\sigma} x_{i,\beta} x_{j,\tau}$$

$$\left[\frac{\partial^2 V_i^{(\alpha)}}{\partial x_j^2} \right] = L_i^{(\alpha)} - 2\Omega_l \lambda_i^{(\alpha)}, \quad \left[\frac{\partial V_i^{(\alpha)}}{\partial x_j} \right] = \lambda_i^{(\alpha)} v_j, \quad (2.2)$$

$$\left[\frac{\partial^2 V_i^{(\alpha)}}{\partial t^2} \right] = L_i^{(\alpha)} c_l^2 - 2c_l \frac{\delta \lambda_i^{(\alpha)}}{\delta t}, \quad \alpha = 1, 2, \quad l = l_1, l_2.$$

Здесь $L_i^{(\alpha)}$ – соответственно величины, характеризующие скачки первых производных напряжений и вторых производных скоростей перемещений фаз, Ω_l – средняя кривизна волновой поверхности продольной волны, $g^{\gamma\beta}, b_{\gamma\sigma}$ – коэффициенты первой и второй квадратичных форм, $x_{i,\beta}$ – производные декартовых координат x_i по

криволинейным координатам u_β волновой поверхности, δ означает δ – дифференцирование по времени t .

Подставим выражения (2.2) в равенства (2.1), умножим на v_i и, принимая во внимание, что $v_i v_i = 1$, $x_{i,\beta} v_i = 0$, $\lambda_i^{(\alpha)} v_i = \omega_\alpha$, будем иметь

$$\begin{aligned} & (\rho_{11} G_l^2 - \Lambda_1) L_i^{(1)} v_i - 2\rho_{11} G_l \frac{\delta \omega_1}{\delta t} + 2\Lambda_1 \Omega_l \omega_1 + \\ & + (\rho_{12} G_l^2 - A_1) L_i^{(2)} v_i - 2\rho_{12} G_l \frac{\delta \omega_2}{\delta t} + 2A_1 \Omega_l \omega_2 - 2\mu \left[\frac{\partial \varepsilon_{ij}^{(1)(s)}}{\partial x_j} \right] v_i = 0 \quad (2.3) \\ & (\rho_{12} G_l^2 - A_1) L_i^{(1)} v_i - 2\rho_{12} G_l \frac{\delta \omega_1}{\delta t} + 2A_1 \Omega_l \omega_1 + (\rho_{22} G_l^2 - A_2) L_i^{(2)} v_i + 2A_2 \Omega_l \omega_2 = 0 \end{aligned}$$

Стандартным путем с учетом уравнения (1.11) при $\alpha = 1$ исключим из системы (2.3) величину $L_i^{(2)} v_i$.

Тогда после преобразований система уравнений (2.3) свелась к одному уравнению с двумя переменными ω_1 и ω_2

$$\begin{aligned} & \{-2G_l^3(\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2) + 2G_l(\rho_{11}A_2 - \rho_{12}A_1)\} \frac{\delta \omega_1}{\delta t} + 2G_l(\rho_{12}A_2 - \rho_{22}A_1) \frac{\delta \omega_2}{\delta t} + \\ & + \{2\Omega_l \Lambda_1(\rho_{12}G_l^2 - A_2) - 2\Omega_l A_1(\rho_{12}G_l^2 - A_1)\} \omega_1 - 2\mu \left[\frac{\partial \varepsilon_{ij}^{(1)(s)}}{\partial x_j} \right] v_i (\rho_{22}G_l^2 - A_2) + \\ & \{2\Omega_l [A_1(\rho_{22}G_l^2 - A_2) - A_2(\rho_{12}G_l^2 - A_1)]\} \omega_2 = 0 \quad (2.4) \end{aligned}$$

С помощью равенства (1.10) при $\alpha = 1$ выразим ω_2 через ω_1

$$\omega_2 = -\frac{\rho_{11}G_l^2 - \Lambda_1}{\rho_{12}G_l^2 - A_1} \omega_1 = \Gamma_l \omega_1, \quad \Gamma_l = \frac{\rho_{11}G_l^2 - \Lambda_1}{A_1 - \rho_{12}G_l^2} \quad (2.5)$$

и исключим из уравнения (2.4) величину ω_2 .

После преобразований (2.4) с учетом (2.5), уравнение для изменения интенсивности продольной волны запишем в виде

$$\frac{\delta \omega_1}{\delta t} = \Omega_l \omega_1 + \mu \gamma \left[\frac{\partial \varepsilon_{ij}^{(1)(s)}}{\partial x_j} \right] v_i \quad (2.6)$$

$$\gamma = \frac{\rho_{11}\rho_{12}c_l^4 - (\rho_{22}\Lambda + \rho_{11}A_2)c_l^2 + A_2\Lambda}{(\rho_{11}\rho_{12}A_2 + \rho_{12}\rho_{22}\Lambda - 2\rho_{11}\rho_{22}A_1)c_l^4 + (\rho_{11}A_1A_2 - 2\rho_{12}A_2\Lambda + \rho_{22}A_1\Lambda)c_l^2}.$$

Если в упругой пористой среде АЭ возникает в результате быстрых структурных изменений в некоторых областях упругой среды при пластическом сдвиге, то скорость спонтанной деформации можно записать в виде [9]

$$\varepsilon_{ij}^{(1)(s)} = \frac{\partial u_{ij}^{(1)(s)}}{\partial t} = \frac{1}{\eta} (S_{ij} + k n_i n_j - \frac{1}{3} k \delta_{ij}), \quad S_{ij} = T_{ij} - \frac{1}{3} T_{kk} \delta_{ij}, \quad (2.7)$$

где l_i, m_i, n_i – направляющие косинусы главных напряжений, η – коэффициент вязкости, k – предел текучести упругой среды.

Подставив геометрические и кинематические условия совместности в равенства (2.1), с учетом (1.11) получим дифференциальное уравнение, определяющее изменение интенсивности поперечных волн ($c = c_t$) акустической эмиссии в первой компоненте в процессе их распространения

$$\frac{\delta \lambda_i^{(1)}}{\delta t} = \Omega_t c_t \lambda_i^{(1)} + [\varepsilon_{ik,k}^{(1)(s)}], \quad (2.8)$$

где Ω_t – средняя кривизна волновой поверхности поперечной волны.

Обозначим через $s \geq 0$ расстояние вдоль нормалей к поверхности $\sum(t_0)$; тогда δ – производную можно представить в виде [9] $\delta / \delta t = c_t d / ds$ и учитывая, что $W_{ll} = \sqrt{\omega_1 \omega_1}$, получим дифференциальное уравнение для изменения интенсивности продольных волн акустической эмиссии в насыщенной жидкостью упругой пористой среде первой компоненты [10]

$$\frac{dW_{ll}}{ds} - \Omega_l W_{ll} - \mu \gamma \left[\frac{\partial \varepsilon_{ij}^{(1)(s)}}{\partial x_j} \right] v_i = 0. \quad (2.9)$$

Интенсивность продольных волн акустической эмиссии в упругой пористой среде второй компоненты найдем из выражения

$$W_{2l} = \Gamma_l W_{ll}, \quad \Gamma_l = \frac{\rho_{11} c_l^2 - \Lambda_1}{A_1 - \rho_{12} c_l^2}. \quad (2.10)$$

Общая интенсивность продольных волн АЭ в насыщенной жидкостью упругой пористой среде будет как сумма

$$W_l = W_{ll} + W_{2l} = (1 + \Gamma_l) W_{ll}, \quad (l = l_1, l_2). \quad (2.11)$$

Для определения интенсивности поперечных волн акустической эмиссии, продифференцируем по переменной α соотношения $\lambda_j^{(1)} v_j = 0$, $\lambda_j^{(2)} v_j = 0$, выполняющиеся на волновой поверхности, получим

$$\lambda_{j,\alpha}^{(1)} v_j = -\lambda_j^{(1)} v_{j,\alpha} = \lambda_j^{(1)} g^{\sigma\alpha} b_{\sigma\alpha} x_{j,\tau}, \quad \lambda_{j,\alpha}^{(2)} v_j = -\lambda_j^{(2)} v_{j,\alpha} = \lambda_j^{(2)} g^{\sigma\alpha} b_{\sigma\alpha} x_{j,\tau}. \quad (2.12)$$

Тогда геометрические условия совместности второго порядка для компонент запишем в виде

$$[v_{j,ij}^{(1)}] = L_j^{(1)} v_i v_j + \lambda_{j,\alpha}^{(1)} g^{\alpha\beta} x_{j,\beta} v_i, \quad [v_{j,ij}^{(2)}] = L_j^{(2)} v_i v_j + \lambda_{j,\alpha}^{(2)} g^{\alpha\beta} x_{j,\beta} v_i. \quad (2.13)$$

Уравнение для изменения интенсивности поперечных волн запишем в виде

$$\frac{dW_{lt}}{ds} - \Omega_t W_{lt} - \rho_{11} c_t \left[\frac{\partial \varepsilon_{ij}^{(1)(s)}}{\partial x_j} \right] v_i = 0, \quad W_{lt} = \sqrt{\lambda_i^{(1)} \lambda_i^{(1)}}, \quad (2.14)$$

где Ω_t – средняя кривизна волновой поверхности поперечной волны.

Изменение интенсивности поперечных волн во второй компоненте найдем из второго равенства (1.11) при $\alpha = 2$

$$W_{2t} = \Gamma_t W_{lt}, \quad \Gamma_t = -\frac{\rho_{12}}{\rho_{22}}. \quad (2.15)$$

Тогда изменение интенсивности поперечных волн в насыщенной жидкостью упругой пористой среде запишем в виде

$$W_t = W_{1t} + W_{2t} = (1 + \Gamma_t)W_{1t}. \quad (2.16)$$

Уравнения (2.9) и (2.14) запишем в одной форме

$$\frac{dW_{1p}}{ds} - \Omega_p W_{1p} - g_p \left[\frac{\partial \varepsilon_{ij}^{(1)(s)}}{\partial x_j} \right] v_i = 0, \quad (p = l, t) \quad (2.17)$$

$$g_l = 2\mu\gamma, \quad g_t = \rho_{11}c_t.$$

Можно показать [10], что средняя кривизна волновой поверхности в общем случае имеет в виде

$$\Omega_p = \frac{\Omega_0 - K_0 s}{1 - 2\Omega_0 s + K_0 s^2}. \quad (2.18)$$

где Ω_0, K_0 – начальные средняя и гауссова кривизны волновой поверхности.

Если очаг эмиссии представляет собой зону пластической деформации, порождаемой движением сферической волны радиуса R в равномерно растянутом по направлению к оси $x_3 = T_3$ пространстве и учитывая, что $T_1 = T_2 = 0, T_3 \neq 0$, получим [11]

$$\left[\frac{\partial \varepsilon_{ij}^{(1)(s)}}{\partial x_j} \right] v_i = -\frac{4\mu}{c_l} \left(\frac{1}{3} + \frac{k}{T_3} v_3^2 (1 - v_3^2) \right) W_{1l}, \quad (2.19)$$

где k – предел текучести материала.

Будем считать, что единичный вектор $\vec{v}$ выбран так, что его направление совпадает с направлением распространения очага эмиссии. Следовательно, $\vec{v}$ есть вектор внешней нормали к сферической поверхности, поэтому средняя кривизна при

$t = 0$ имеет отрицательное значение, т.е. $\Omega_0 = -\frac{1}{R_0}$, а гауссова кривизна $K_0 = \frac{1}{R_0^2}$. Тогда для сферического очага эмиссии из (2.18) имеем

$$\Omega_p = -\frac{R_0}{s + R_0}. \quad (2.20)$$

Интегрируя уравнение (2.17) и учитывая (2.19) и (2.20), получим формулу для определения интенсивности волн АЭ, распространяющихся в первой компоненте

$$W_{1p} = W_{1p}(0) \frac{R_0}{s + R_0} \exp\left\{-g_p \frac{4\mu}{c_p} \left(\frac{1}{3} + \frac{k}{T_3} v_3^2 (1 - v_3^2)\right) s\right\}, \quad (p = l, t), \quad (2.21)$$

где $W(0)$ – значение W_{1p} при $s = 0$.

Изменение интенсивности волн АЭ во второй компоненте определим по формулам (2.10) и (2.16).

Тогда изменение интенсивности волн в насыщенной жидкостью упругой пористой среде будет записано в виде

$$W_p = W_{1p} + W_{2p} = (1 + \Gamma_p)W_{1p}, \quad p = l, t. \quad (2.22)$$

Выражение для линейной плотности упругого момента очага эмиссии (ОЭ) в форме сферы запишем в виде [12]

$$D_{ij}(t) = (\lambda + 2\mu) \int_V u_{ij}^{(1)(s)} dr. \quad (2.23)$$

В случае пластической деформации упругой компоненты скорость изменения упругого момента (ОЭ) пропорциональна скорости изменения спонтанной деформации в очаге эмиссии

$$\frac{\partial D_{ij}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \varepsilon_{ij}^{(1)(s)}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_{ij}^{(1)(s)}}{\partial t^2}. \quad (2.24)$$

Из сказанного следует, что АЭ в пористой среде возникает только в тех областях пластического сдвига в объеме пористой среды, в которых деформация не стационарна.

1. Biot M. A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid I. Low-Frequency Range// J. Acoust. Soc. America. -1956. v.-28. -№ 2. -P. 168 - 178.
2. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid- saturated porous solid. II. Higher Frequency Range// J. Acoust. Soc. America. -1956. v.-28. -№ 2. -P.179 - 191.
3. Косачевский Л.Я. О распространении упругих волн в двухкомпонентных средах// ПММ.-1959.-Т. 23 - Вып. 6.-С. 1115 - 1123.
4. Масликова Т.И., Поленов В.С. О распространении нестационарных упругих волн в однородных пористых средах// Изв. РАН. МТТ. -2005. -№ 1.-С. 104 - 108.
5. Бойко В.С., Нацик В.Д. Элементарные дислокационные механизмы акустической эмиссии// Элементарные процессы пластической деформации металлов. Киев. 1978. С. 159-189.
6. Нацик В.Д., Чишко К.А. Теория элементарных механизмов акустической эмиссии// Акустическая эмиссия материалов и конструкций Ростов-на-Дону. Изд. Ростовского университета, 1989. С.10-18.
7. Нацик В.Д., Чишко К.А. Звуковое излучение дислокаций, движущихся у поверхности кристалла// ФТТ. 1978. Т. 20.Вып. 2. С. 457-465.
8. Thomas T. Y. Plastic Flow and the Fracture in Solids. N.y.; L.: Acad. Press, 1961.=Томас Т. Пластическое течение и разрушение в твердых телах/Т. Томас. М.: Мир,-1964.-308с.
9. Быковцев Г.И., Вервейко Н.Д. О распространении волн упруго-вязко-пластической среде// Механика твердого тела. 1966. № 4 С. 111-123
10. Поленов В.С. Распространение упругих волн в насыщенной вязкой жидкостью пористой среде // ПММ. 2014. Т. 78. Вып. 4. С.501-507.
11. Россихин Ю.А. О распространении волн в упруго-вязко-пластической среде//Прикладная механика АН УССР. Т.V. Вып.5. 1969. С. 82-88.
12. Косевич А.М. Дислокации в теории упругости. Киев. 1978. 220 с.